

# 传感器阵自适应空间处理的一个 新方向：受约束的自适应

N. L. Owsley

(美国海军水下系统中心)

## 一、引言

在文献〔1,2〕中研究了传感器阵的最佳处理的理论。在理论上给出了检测空间信号的最佳结构。鉴于实现这种最佳结构的复杂性,一个合理的问题是,“在实际上实现这种众所周知的最佳阵处理器的次最佳结构是什么?”考虑任何真正的最佳系统时,从设计工程师的角度来看,由于设备和经济的限制,这个问题是很自然的。

因此本文的目的是指出:

(1) 在许多情况下,一类次最佳(即次于完全自适应)的自适应系统能够给出接近最佳的阵性能,同时设备要求合理。

(2) 对一特定的基阵,次最佳自适应阵的控制运算法,应根据信号与干扰环境的情况受约束与安排。自然,这两点不是相互排斥的。本文着重于一般多通道处理器的自适应实现技术,并且从一些特定的例子来讨论其应用。

关于抑制空间噪声的自适应传感器阵处理的问题,所谓次于完全最佳的概念已有若干作者以不同的方式提出过(例如,文献〔3〕,〔4〕)。本文讨论的第一个例子是,将一类线性约束的梯度下降最小均方运算法,引用到辅助阵(或称子阵)自适应处理方面。讨论的第二个例子是,用 Karhunen-Loeve 展开表示的正交分量(即本征矢量)分析的应用。这个方法应用于信号处理分析〔5,6〕以及更一般的图象识别与降维领域中〔7,8〕是很有有效的。本文还特别介绍了一类受二次约束的自适应滤波器的控制运算法,它可以用于自适应传感器阵处理。

本文第二节简要地介绍了,在线性与二次的两种滤波器约束条件下,受约束的多通道滤波。还提出了受约束的多通道滤波器的控制运算法的自适应实现。第三节举了两个受约束的自适应阵控制的例子,其中着重讨论如何使性能最高,而所要求的自适应通道数目最小。如已提过的,该节讨论的方法是自适应辅助阵与正交波束形成。第四节总结了自适应阵控制方面的一些结果,并展望了未来。

## 二、线性与二次约束下多通道自适应滤波

考虑图 1 中所示的  $K$  通道阵处理器。输入  $\{x_i/i=1, 2, \dots, K\}$ , 假定为零平均的复随

机过程, 对频率  $f$ , 其通道与通道间的相关特性已知, 以相关矩阵  $R$  表示。数据输入矢量  $\mathbf{X}$  与滤波器权重矢量  $\mathbf{W}$  分别为

$$\mathbf{X}^T = [x_1, x_2, \dots, x_K] \quad (1)$$

与

$$\mathbf{W}^T = [w_1, w_2, \dots, w_K] \quad (2)$$

其中角标  $T$  表示矩阵转置。角标  $*$  与  $H$  分别用来表示矩阵复共轭与复共轭转置运算。复标量用小写字母表示, 矩阵用大写字母表示, 矢量用黑体大写字母表示。通道与通道间的相关矩阵  $R$  由下面期望值给出:

$$R = E\{\mathbf{X}\mathbf{X}^H\} \quad (3)$$

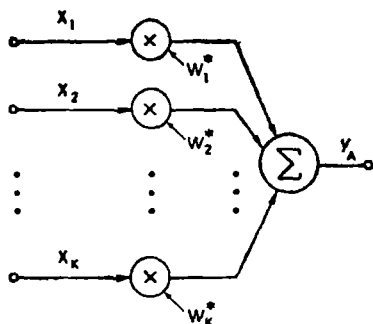


图1 K通道阵处理器

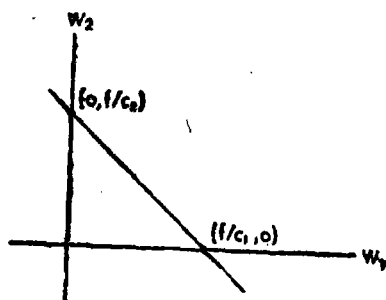


图2 两实数权重下的单个线性约束

## 1. 线性约束条件

若下式成立, 则称多通道滤波器权重矢量  $\mathbf{W}$  是线性约束的:

$$0 = f_i - \mathbf{C}_i^H \mathbf{W} \quad (4)$$

其中

$$f_i = f_{Ri} + j f_{Ii} \quad (5)$$

和  $j = \sqrt{-1}$ 。注意, 对  $\mathbf{W}$  的线性标准正交约束条件的数目必须小于  $\mathbf{W}$  的维数, 以便有剩余的自由度供调节用。图2所示为, 这种类型的约束在二维实数权重矢量受单个约束时的情况。

在图3设想的情况中, 目标是, 在  $\mathbf{W}$  受线性约束(4)下, 改变  $\mathbf{W}$  使均方误差功率  $E\{|\epsilon|^2\}$  最小。均方误差是

$$E\{|\epsilon|^2\} = E\{|y - y_A|^2\} \quad (6)$$

$$= E\{|y|^2\} - 2\text{Re}\{\mathbf{W}^H \mathbf{P}\} + \mathbf{W}^H \mathbf{R} \mathbf{W} \quad (7)$$

其中  $\mathbf{P} = E\{\mathbf{X}_y^*\}$ 。

我们将用不定乘子法来表述受约束的情况下求极小值的问题。因此, 将约束方程(4)附加于均方误差表式上, 就得到单个约束下的准则函数  $\phi_L(\mathbf{W})$ :

$$\begin{aligned} \phi_L(\mathbf{W}) = & E\{|y|^2\} - 2\text{Re}\{\mathbf{W}^H \mathbf{P}\} + \mathbf{W}^H \mathbf{R} \mathbf{W} + \lambda_R (2f_R - (\mathbf{W}^H \mathbf{C} + \mathbf{C}^H \mathbf{W})) + \\ & + \lambda_I (2f_I + j(\mathbf{W}^H \mathbf{C} - \mathbf{C}^H \mathbf{W})) \end{aligned} \quad (8)$$

其中对于所考虑的单个约束情况, 取消约束标号  $i$ 。对于约束(4)的实部与虚部, 不定乘子为  $\lambda_R$  与  $\lambda_I$ , 复数乘子  $\lambda = \lambda_R + j\lambda_I$ 。这样, 方程(8)的极值由解以下  $K$  维梯度所给出的  $K$  个线性

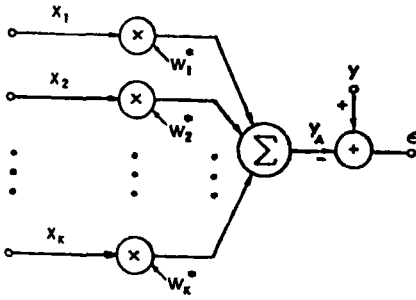


图3 多通道均方差滤波器

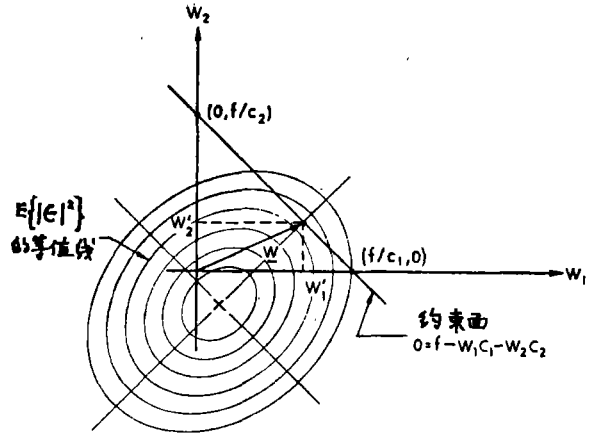


图4 两实数权重下受约束的MSE解

联立方程组得到:

$$\frac{\delta\phi_L(\mathbf{W})}{\delta\mathbf{W}} = -2\mathbf{P} + 2\mathbf{R}\mathbf{W} - 2\lambda^*\mathbf{C} \quad (9)$$

$$= 0 \quad (10)$$

即得

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{P} + \lambda^*\mathbf{C}) \quad (11)$$

约束方程(4)加于方程(11)上, 得到

$$\lambda = (f^* - \mathbf{P}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}) / (\mathbf{C}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}) \quad (12)$$

二维实数权重矢量的情况示于图4。均方差(MSE)表面, 是 $W_1$ 与 $W_2$ 的二次曲面。如此, 它具有唯一的极小值。然而, 由于受约束, 解就落在约束面与均方差面的交线上, 就在交线的“摇篮”点 $(W_1', W_2')$ 上。

用受约束的最陡下降法确定 $\mathbf{W}$ 的自适应运算法, 可以直接由方程(9), 用 $t_n$ 时的瞬时值代替所有的量得到<sup>[9]</sup>。这样得到梯度的一个估计:

$$\left. \frac{\delta\phi_L(\mathbf{W})}{\delta\mathbf{W}} \right|_{t_n} = \frac{\delta\phi_L(\mathbf{W}(n))}{\delta\mathbf{W}(n)} \quad (13)$$

它可用来按照以下的梯度下降运算法 ( $\mu < 0$ ) 调节滤波器矢量:

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + \mu \frac{\delta\phi(\mathbf{W}(n))}{\delta\mathbf{W}(n)} \quad (14)$$

$$= \mathbf{W}(n) + G(\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n)\mathbf{W}(n) - \mathbf{X}(n)y^*(n) - \lambda^*(n)\mathbf{C}) \quad (15)$$

其中 $G=2\mu$ 是梯度步子的大小, 并使用了随机估计 $\mathbf{R} = \mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n)$ 。直接应用约束条件 $0 = f - \mathbf{C}^H \mathbf{W}(n+1)$ , 可由方程(15)解出 $\lambda^*(n)$ , 再代回去, 即得

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{P}(\mathbf{W}(n) + G(\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n)\mathbf{W}(n) - \mathbf{X}(n)y^*(n))) + f\mathbf{C} \quad (16)$$

其中 $\mathbf{P} = (\mathbf{I} - \mathbf{C}\mathbf{C}^H)$ 为一矩阵, 而 $\mathbf{I}$ 是一 $K \times K$ 的单位矩阵。值得注意, 在方程(16)中, 项

$$\mathbf{W}_u(n+1) = (\mathbf{W}(n) + G(\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n)\mathbf{W}(n) - \mathbf{X}(n)y^*(n))) \quad (17)$$

$$= (\mathbf{W}(n) - \mathbf{G}\mathbf{X}(n)\epsilon^*(n)) \quad (18)$$

为无线性约束情况下修正后的滤波器权重矢量。矩阵  $P = (I - \mathbf{C}\mathbf{C}^H)$  将  $\mathbf{W}_u(n+1)$  投影成一新矢量。新矢量与  $\mathbf{C}$  正交，项  $f\mathbf{C}$  的作用是将此受正交约束的矢量再转换一下，以满足所要求的约束条件。二维情况下修正运算的顺序示于图 5。对于实数矢量情况， $n \rightarrow \infty$  时  $\mathbf{W}(n+1)$  的平均值收敛的证明，由 Frost 作出<sup>[10]</sup>。

## 2. 二次约束条件

若下式成立，则称滤波器权重矢量  $\mathbf{W}$  是二次约束的：

$$0 = g_i - \mathbf{W}^H \mathbf{Q}_i \mathbf{W} \quad (19)$$

其中  $\mathbf{Q}_i$  在我们的应用中假定是一个  $K \times K$  的厄米特矩阵。对于一多通道滤波器处理器，输出功率的期望值为

$$E\{|y|^2\} = E\{\mathbf{W}^H \mathbf{X} \mathbf{X}^H \mathbf{W}\} \quad (20)$$

$$= \mathbf{W}^H E\{\mathbf{X} \mathbf{X}^H\} \mathbf{W} \quad (21)$$

$$= \mathbf{W}^H \mathbf{R} \mathbf{W} \quad (22)$$

假设需要求输出功率期望值(即方程(22))对  $\mathbf{W}$  的极值，并受约束  $0 = g - \mathbf{W}^H \mathbf{Q} \mathbf{W}$ 。我们应用不乘子法，可写出单个二次约束下的准则函数

$$\phi_q(\mathbf{W}) = \mathbf{W}^H \mathbf{R} \mathbf{W} + \lambda_q (g - \mathbf{W}^H \mathbf{Q} \mathbf{W}) \quad (23)$$

方程 (23) 对  $\mathbf{W}$  的多维梯度为

$$\frac{\partial \phi_q(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} = 2(\mathbf{R} \mathbf{W} - \lambda_q \mathbf{Q} \mathbf{W}) \quad (24)$$

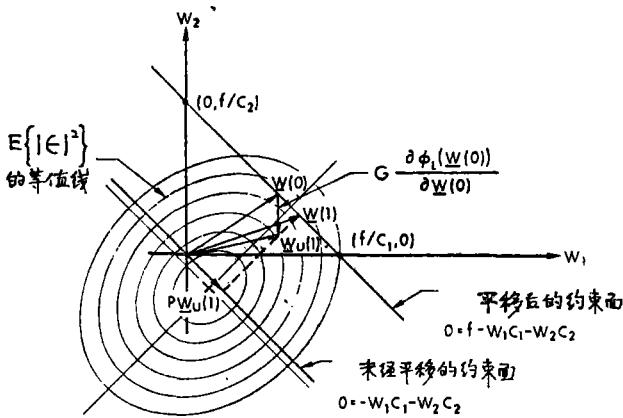


图 5 受线性约束的两实数权重情况下修正的顺序

为寻找极值点  $\mathbf{W}$ ，令方程 (24) 等于一  $K$  维零矢量，于是得

$$\mathbf{R}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{W} = \lambda_q^{-1} \mathbf{W} \quad (25)$$

其中假定  $\mathbf{R}$  有逆矩阵  $\mathbf{R}^{-1}$ 。这样，当  $\mathbf{W}$  是  $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{Q}$  的本征矢量和  $\lambda_q^{-1}$  是相应的本征值时，就得到  $\mathbf{W}^H \mathbf{R} \mathbf{W}$  在二次约束  $g = \mathbf{W}^H \mathbf{Q} \mathbf{W}$  下的极值。

根据方程 (24)，可以得到不断使多通道处理器输出最大的自适应控制运算法：

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + G(\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n)\mathbf{W}(n) - \lambda_q(n)\mathbf{Q}\mathbf{W}(n)) \quad (26)$$

$$= \mathbf{W}(n) + G(\mathbf{X}(n)\mathbf{y}^*(n) - \lambda_q(n)\mathbf{Q}\mathbf{W}(n)) \quad (27)$$

如果要使  $E\{|y|^2\}$  达到最大的话，其中  $G$  就是正的<sup>[11]</sup>。在方程 (26) 中，若用改变  $\mathbf{W}(n)$  的幅度比例的方法，“周期地”施加  $\mathbf{W}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{W}(n) = g$  约束的话，则由下式求得  $\lambda_q$  的估计是完全合理的（注意： $R(n) = \mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n)$ ）：

$$\mathbf{W}^H(n)R(n)\mathbf{W}(n) = \lambda_q(n)\mathbf{W}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{W}(n) \quad (28)$$

$$= \lambda_q(n)g \quad (28)$$

$$= \mathbf{W}^H(n)\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n)\mathbf{W}(n) \quad (29)$$

$$= |y(n)|^2 \quad (30)$$

上述自适应顺序的二维情况示于图 6。

在更一般的情况中，除了二次约束外，对  $\mathbf{W}(n)$  还可以加上多个线性约束。这些线性约束可以写成以下矩阵形式：

$$\mathbf{0} = \mathbf{F} - \mathbf{C}^H \mathbf{W} \quad (31)$$

其中  $\mathbf{0}$  与  $\mathbf{F}$  分别为  $M$  维的零矢量与  $M$  维的约束常数  $\{f_i / i = 1, 2, \dots, M\}$  矢量。矩阵  $\mathbf{C}$  的第  $i$  列为矢量  $\mathbf{C}_i$  {见方程 (4)}。矢量组  $\{\mathbf{C}_i / i = 1, 2, \dots, M\}$  必须是一  $M$  个标准正交约束矢量组。此时自适应控制运算法就成为

$$\mathbf{W}(n+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{C}\mathbf{C}^H](\mathbf{W}(n) + G(\mathbf{X}(n)\mathbf{y}^*(n) - \lambda_q(n)\mathbf{Q}\mathbf{W}(n))) + \mathbf{C}\mathbf{F} \quad (32)$$

其中  $\lambda_q(n) = |y(n)|^2$ 。显然，约束  $\mathbf{C}^H \mathbf{W}(n+1) = \mathbf{F}$  已包含在方程 (32) 中，而二次约束  $g = \mathbf{W}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{W}(n)$  则是通过改变比例的方法强行施加的。

二次约束下自适应控制的另一方法是，在  $\mathbf{W}(n)$  附近的区域内将二次约束曲面线性化。那就是，定义矢量  $\mathbf{Q}(n) = \mathbf{Q}\mathbf{W}(n)$ ，同时在权重修正的运算法中编入投影矩阵 ( $\mathbf{Q}(n)$  被归一)

$$\mathbf{P}(n) = (\mathbf{I} - \mathbf{Q}(n)\mathbf{Q}^H(n)) \quad (33)$$

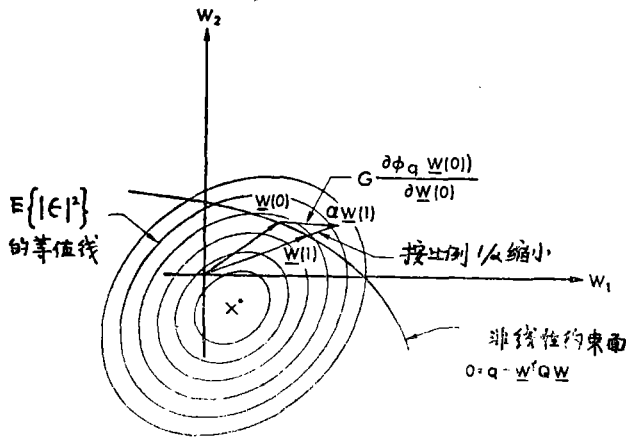


图 6 受二次约束的两实数权重情况下修正的顺序

此投影矩阵的用法与线性约束的情况一样。这个方法可以这样形象化：在  $\mathbf{W}(n)$  的邻近，凸约束表面  $\psi: 0 = g - \mathbf{W}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{W}(n)$  用一线性表面来近似，这一线性表面与  $\psi$  在  $\mathbf{W}(n)$  处相切。显而易见，精确地实现二次约束下多通道自适应滤波器的控制运算法，有各种不同的方法。在这个领域内，要选择最好的方法还有许多工作要做<sup>[12]</sup>。

### 三、传感器阵自适应处理

本节举出两个例子，说明在空间干扰中检测信号的情况下，如何将有多约束的多通道滤波器控制应用于传感器阵处理器的实际问题。着重讨论降低所需自适应处理器的通道数与系统性能的关系。

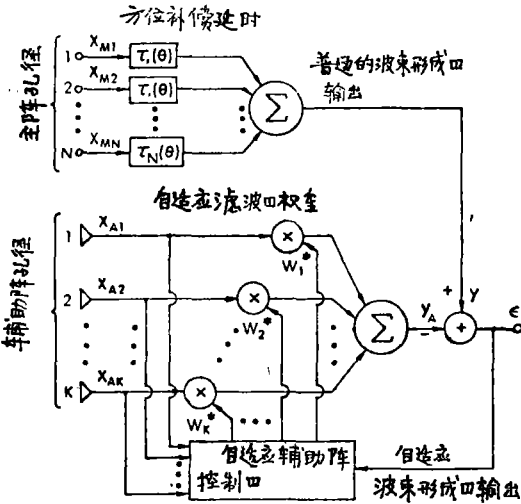


图7 传感器阵波束形成器与辅助阵自适应处理 ( $K \leq N$ )

#### 1. 辅助阵处理

图7给出了一个带有自适应辅助阵处理的传感器阵波束形成器的概貌。我们讨论的这个特定的辅助阵，是在主阵孔径中选择一个传感器子阵。调节该辅助阵滤波器的权重矢量  $\mathbf{W}^T = [w_1, w_2, \dots, w_K]$ ，使均方误差  $E\{|\epsilon|^2\}$  最小。而且，矢量  $\mathbf{W}$  还受约束，使得辅助阵形成的波束，在主阵波束所指的方向  $\theta$  上，响应为零。因此，若波束补偿矢量

$$\mathbf{D}^T(\theta) = [e^{-j2\pi f \tau_1(\theta)}, e^{-j2\pi f \tau_2(\theta)}, \dots, e^{-j2\pi f \tau_N(\theta)}] \quad (34)$$

确定后，则约束条件

$$0 = \mathbf{D}^H(\theta) \mathbf{S}^T \mathbf{W} \quad (35)$$

必须保证满足。方程 (35) 中， $\mathbf{S}$  是一  $K \times N$  的子阵选择矩阵，定义为

$$\mathbf{X}_A = \mathbf{S} \mathbf{X}_M \quad (36)$$

其中 (参见图7)

$$\mathbf{X}_M = [X_{M1}, X_{M2}, \dots, X_{MN}] \quad (37)$$

和

$$\mathbf{X}_A = [X_{A1}, X_{A2}, \dots, X_{AK}] \quad (38)$$

辅助阵孔径处理器明显地可以与前节讨论的线性约束下多通道滤波器控制器等同起来。下面将给出辅助阵处理的一个例子，用处理后波束输出  $\epsilon$  的信号噪声背景比说明。考虑一24元等间隔的线阵，信号来自对阵成  $90^\circ$  角的方向。第一种情况考虑一点源 (即远场) 干扰在阵的  $83^\circ$  方向。信号与干扰是互不相关的，各传感器的噪声背景间也互不相关。

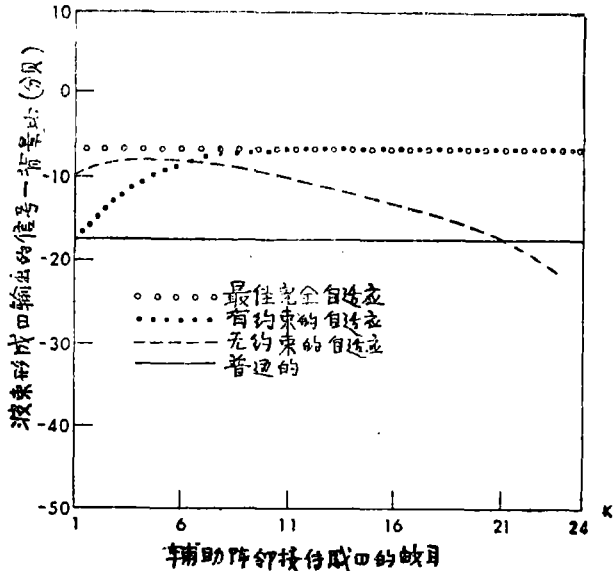


图8 波束形成器输出信号背景比对辅助阵传感器数目的关系

图 8 给出了普通的（时延与求和）波束形成以及辅助阵（包括有、无保护信号的线性约束二种情况）的波束形成下的处理器输出信噪比。辅助阵的变量是子阵中邻接阵元数。第一个重要结果是，对于线性约束下的辅助阵，处理基阵中约 25% 的传感器时，其消除干扰的效果几乎与处理全部阵元一样。处理 50% 的传感器时，性能基本上达到最佳。其次，小孔径（少数自适应自由度）辅助阵的情况下，无约束的处理比有约束的要稍微好些。其原因是，严格实现为保护信号而加的线性约束条件占去了一个自由度。用在空间上稀疏地选择阵元的办法来增大辅助阵孔径，可以把这个限制减至最小。然而注意，当传感器数增加时，无约束的处理抵消了由于辅助阵波束指向性更尖锐而导致的信号增加量。图 9 给出了不同的邻接辅助阵传感器的数目下，波束形成器输出的信号背景比与传感器元的信号背景比的关系。阵增益可以由这些曲线得到，即为  $A = (\text{信号/背景})_{\text{输出}} - (\text{信号/背景})_{\text{输入}}$ 。

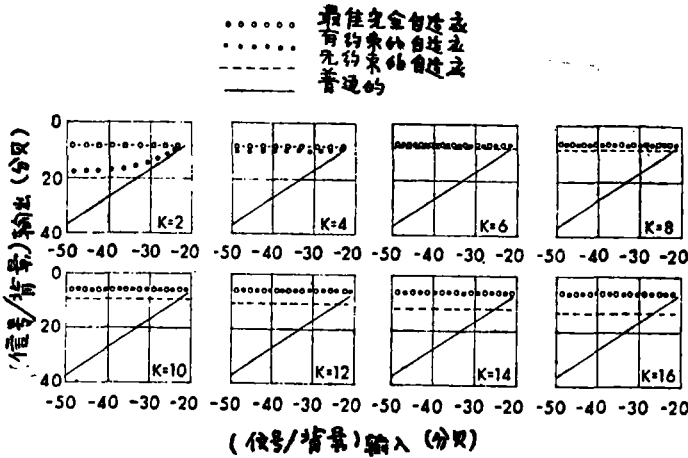


图 9 波束形成器输出信号背景比与（传感器上的）输入信号背景比的关系

## 2. 正交波束处理

水听器间互相关矩阵  $R$ ，可以用其正交分量（本征分量） $\{M_i / i=1, \dots, N\}$  与本征值  $\{\lambda_i / i=1, \dots, N\}, (\lambda_i > \lambda_{i+1})$  来表示：

$$R = \sum_{i=1}^N \lambda_i M_i M_i^H \quad (39)$$

因此，指向角度  $\theta$  的普通波束的期望功率输出为

$$B(\theta) = E\{ |y(\theta)|^2 \} \quad (40)$$

$$= E\{ |D^H(\theta) X|^2 \} \quad (41)$$

$$= D^H(\theta) R D(\theta) \quad (42)$$

$$= D^H(\theta) \sum_{i=1}^N \lambda_i M_i M_i^H D(\theta) \quad (43)$$

$$= \sum_{i=1}^N \lambda_i |D^H(\theta) M_i|^2 \quad (44)$$

$$= \sum_{i=1}^N \lambda_i B_i(\theta) \quad (45)$$

其中  $B_i(\theta) = |D^H(\theta)M_i|^2$  称作频率为  $f$  时第  $i$  个正交波束输出功率<sup>[13]</sup>。图10给出了一个 24 元线阵的情况下，有两个统计不相关的平面波从  $\theta_1 = 61^\circ$  与  $\theta_2 = 119^\circ$  来时的  $B_1(\theta)$  与  $B_2(\theta)$ 。在传感器上的信噪比，对于  $\theta_1$  和  $\theta_2$  两个方向的信号，分别为 0 分贝与 -20 分贝。噪声是空间上不相关的。可以看到，对于各个信号，其主要的空间信息 ( $\theta_i, i=1, 2$ ) 都分别归到单个正交波束响应中去了。这种把空间上信号来的角度分离开来的情况，相当程度地与传感器上的信噪比大小无关。这也就是为什么考虑这种方法的原因。

正交波束处理器的自适应实现的运算法，属于前一节讨论过的线性约束和二次约束类的。由下面的定理看，这个关系是显然的。

定理

$$\max\{W^H R W\} = \lambda_i \quad \text{对于 } W = M_i$$

其中 
$$W^H W = 1, \quad W^H M_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, i-1 \quad (46)$$

方程 (46) 中， $W^H W = 1$  与  $\{W^H M_j = 0 / j = 1, \dots, i-1\}$  分别构成了对  $W$  的二次和线性约束条件。

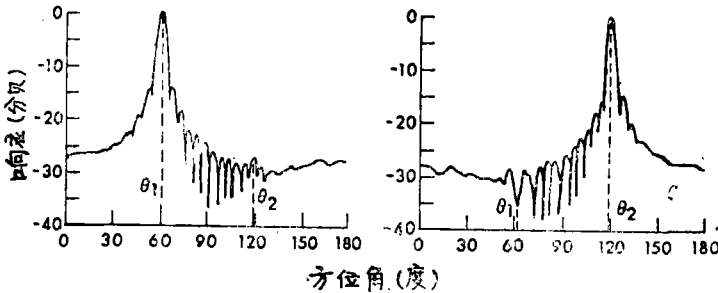


图10 正交波束角度响应图  $B_1(\theta)$  与  $B_2(\theta)$

## 四、小 结

本文介绍了受约束多通道自适应滤波器控制在传感器阵处理方面的两个应用。自适应辅助阵处理是个可取的方法，它在尽量降低设备要求的同时，又达到了对空间噪声接近最佳的抑制。辅助阵方法，在给定的辅助通道数和给定的传感器位置的选择下，其有效性自然依赖于空间噪声环境的几何情况。因此，必须根据空间干扰的特征来考虑辅助阵的选择。现在，辅助阵处理的设备研制正在普遍和深入地发展。另一方面，正交波束处理，与辅助阵处理相比，缺少坚实的关于传感器阵处理的理论基础。正交（本征矢量）分量的耦合问题，与信号是空间相关的、或噪声是空间相关的、或二者都是空间相关的情况有关。这个问题还有待于全面地考虑。然而，实现正交波束处理的自适应运算法，可以容易地在自适应传感器阵处理的一个灵活的系统上，编制程序进行试验。我们觉得，这种实验方法将提供出关于应用正交波束处理方法的有用的信息。

## 参 考 文 献

1. F. Bryn. "Optimal Signal processing of three-dimensional arrays operating on Gaussian signals and noise." JASA 34, №3. p. 289. 1962.



2. H. Mermoz. "Adaptive filtering and optimal utilization of an antenna." Institute Polytechnique, Grenoble, France. 1965.
3. V.C.Anderson. "Rejection of coherent arrivals at an array." JASA 45, №2. p.406, 1969.
4. H.Cox. "Array processing against interference." Proc. of the Symp. on Information Processing, Purdue Univ., p.453, 1969.
5. H. L. Van Trees. "Detection, estimation and modulation theory." 1968.
6. K.Fukunaga & W.L.G.Koontz. "Eigenvalues and eigenvectors in signal analysis." Purdue Univ., Department of Electrical Engineering, Rept.№.TR-EE69-34, 1969.
7. S.Watanabe. "Evaluation and selection of variables in pattern recognition." In "Computer and Information Sciences-II". J.T.Tou, Ed., p.91, 1967.
8. J.T.Tou & R.P.Heyden. "Some approaches to optimum feature selection." In "Computer and Information Sciences-II". p.57. 1967.
9. N.L.Owsley. "A constrained gradient search method with application to adaptive sonar arrays." U.S.Naval Underwater Sound Lab.Technical Document №2242—207—63. 1969.
10. O.L.Frost. "Adaptive least squares optimization subject to linear equality constraints." Stanford Univ. Ph.D. Thesis. 1970.
11. N.L.Owsley. "Source location with an adaptive antenna array." U.S.Naval Underwater System Center Technical Document №.NL—3015. 1971.
12. J.B.Rosen. "The gradient projection method for non-linear programming; part II; Non-linear constraints." SIAM 9 №4, p.514. 1964.
13. R.R.Kneipfer. "An eigenvector interpretation of an arrays bearing response pattern." Naval Underwater Systems Center Rept. №1098. 1970.

## 討 論

H.Mermoz (大意)：你提到用二次约束自适应最小化方法，将控制零点指向的技术 (null steering) 应用到近場干扰上。这是怎么回事？

回答 (大意)：“近場”干扰这个名词我用得不好。应该说是“部分相干”干扰，指的是其空间相关不完全跨过整个基阵。对于这种部分相干干扰，基阵的相关矩阵不能表示为并式 (dyadic form)，因此也就不能简化成线性约束的情况。然而，既然部分相干干扰不能简化为并式，则由这个干扰提供的波束形成器输出功率必须表示为与一满秩相关矩阵有关的广义二次式。于是，应用二次约束条件，这二次式就能用于抑制干扰。关于如何实现二次约束，請參看本文。

M.Mermoz (大意)：你是否认为，一个自适应系统不能在空间和时间上同时完全自适应？

回答 (大意)：是的。对于一个从给定方向来的信号，一个自适应系统能够达到完全空间最佳或自适应。然而，要成为时间上最佳，就必须事先知道信号谱。因此，也就是说，波束形成器后的时间处理器不能同时达到完全自适应和完全最佳。

P.Moose (大意)：你能不能进一步谈谈，你所讨论的将多个本征矢量合成为方位角显

示函数的方法？

回答：首先，若要用 $K$ 个本征矢量，则必须执行 $K$ 个运算法，即是，每个本征矢量对应一个。此方案是顺序连续地执行的，将每个本征矢量的估计，输送给下一个本征矢量估计运算法，用来形成一个线性（正交性）约束条件。除了这些正交性约束条件外，还用二个二次（量值）约束条件来归一本征矢量。因之，比如说，第 $N$ 个本征矢量运算法就要用 $(N-1)$ 个线性正交性约束条件与一个二次量值约束条件。

（孙允恭译）