

长拖曳阵的方位估计

Melvin J. Hinich 和 William Rule

摘 要

当一拖曳式水听器阵由于弯曲而产生显著的非线性时, 通常的线阵波束对真正的声源方位估计就有偏差。将阵分成一系列小孔径子阵, 然后算出各个子阵的方位估计平均值, 则阵弯曲的影响便可减小。并且在相对于标称轴的平均弯曲角不大时, 这种方法能得到相当精确的方位估计。在一种理论统计模式下对子阵方位的平均值、中位值估计作了分析, 并且对多种正弦形阵用人为的数据作了检验。

前 言

拖曳式水听器阵在水声研究中已经广泛应用。另外, 在某些军事应用上则用来测定水下目标的方位。当拖曳船沿着一直线低速航行时, 阵基本上是一条直线, 采用简单的延时一相加法来形成波束和实现转向。由于阵的几何形况是一条直线, 因而对左右是不能分辨的。这个缺点可以利用改变拖曳船的航向来克服。改变拖曳船的航速和航向都将引起阵的弯曲。当拖曳船的航速为不均匀时, 阵的几何形况变成一种蛇形弯曲状态, 而且在船速改变时间形况不断改变(图 1)。本文提出一种信号处理方法, 它能减小由于阵的弯曲而引起的对方位估计的误差。

考虑一条由 K 个水听器所组成的水平线阵并用电子学方法分成 J 个子阵。假设由相邻的水听器所组成的小孔径子阵结构上是刚性的, 则可以将每一个子阵都近似为一段直线; 再假设每一个水听器的垂直位移都在同一个深度上。因而这个阵的几何形状就能按平面(二维)来处理。把线阵分成一系列小孔径子阵后, 再计算这些子阵方位估计的平均值, 就能把由于阵的弯曲所引起的对方位估计的畸变减小。并且在子阵的平均倾斜不大时可以得到相当精确的方位估计。

在转入子阵处理方法之前, 需要简单地回顾一下用于最佳处理器阵的统计模型。如果已得到各个水听器在同一观察时间内所取得的有限长记录, 我们希望能由此对以频率为 ω_0 辐射能量的远场声源作出方位估计。为了简化起见, 假设在时刻 t 和阵轴上坐标为 x 的点所接收到的信号是一个单频的正弦波(图 2):

$$s(t, x) = A \exp[i(\omega_0 t - k_0 x - \phi)] \quad (1)$$

其中 k_0 为波数, θ 表示波的传播方向(即当传



图1. 弯曲拖曳线阵

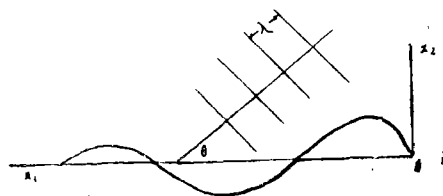


图2. 由阵检测的入射平面波

播介质水平分布均匀时 声源的方位)。 $0 \leq \theta \leq \pi$, $k_0 = (\omega_0 / v \cos \theta)$, v 是相速度, 参数 A 和 ϕ 是波的振幅和相位。对于由平面波叠加所组成宽带信号的一般问题, Hinich 和 Shaman 分析了固定阵的最大似然比信号处理 [1]。

假设我们有一个真正的直线阵, 位于 x_k 处的第 k 个水听器上的输出信号为 $p(t, x_k) = s(t, x_k) + n(t, x_k)$ 。其中 $n(t, x_k)$ 是一个复高斯噪声, 方差 σ^2 在所有水听器上均相同, 噪声的实部和虚部之方差都等于 $\frac{\sigma^2}{2}$ 。对阵的输出给定一组 $T\delta$ 秒长的采样记录 (δ 是采样间隔); 则 θ 的最大似然估计为:

$$\hat{\theta} = \arccos(v\omega_0^{-1} \hat{k}),$$

其中 k 是使频率一波数功率谱 $S(k, \omega_0)$ 达到最大的波数。

$$S(k, \omega_0) = K^{-1} \left| \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K p(t, x_k) \exp[i(\kappa x_k - \omega_0 t)] \right|^2 \quad (2)$$

如果 ρK 是较大的数, $\rho = TA^2 / \sigma^2$ 是中心频率为 ω_0 。带宽为 $\frac{1}{T\delta}$ 的信噪比, 则 $\hat{\theta}$ 近似为高斯变量, 其平均值为 θ , 方差 (用弧度表示) 为 [2]:

$$\sigma^2(\hat{\theta}) = \frac{3}{2KW^2\rho(\pi \sin \theta)^2}, \quad (3)$$

式中 W 是按波长数 ($\lambda = 2\pi v / \omega_0$) 量度的阵孔径, 并且 $\theta \neq 0, \pi$ 。若 ρ 趋向无限大, 此结果对小的 K 值是有效的 [3]。但是当 ρ 为中等数值, K 为小数时, 这个 $\hat{\theta}$ 近似为高斯变量的结论是否正确值得怀疑。然而如在附录 A 中所指出的那样, 不等式

$$K > 8\rho^{-1} \quad (4)$$

可提供一判据, 由此可保证在一个等间隔布设的阵内有足够的水听器余量使信号能以大于 0.95 的概率被检测。

对于非相干高斯噪声, 最大似然比技术等效于在频率 ω_0 滤波以后用延迟一相加方法把阵转到使观测周期内的总功率为最大的方向。

这里提供一个数字是有益的。假设每一个子阵由 8 个间隔为 5 米的水听器所组成, 信号频率为 150 赫, 波长为 10 米, 声速取 1500 米/秒。所以 $W = 4$, 由于水听器之间的间隔为半波长, 因而不存在空间上的“化名”。如果各信道在一秒长的时间内按 Nyquist 速率 ($3\frac{1}{3}$ 毫秒) 进行采样。即 $T = 300$, 若 $\sigma = 10A$, 则 $\rho = 3$, 并且 $\hat{\theta}$ 的均方根误差近似为 $(16\pi |\sin \theta|)^{-1}$, 显然 $K = 8$, 为 $8\rho^{-1}$ 的三倍, 这样, 信号便很可能检测出来。 $\theta = 90^\circ$ 时, 误差为 1.1° , $\theta = 30^\circ$ 时误差为 2.2° 。

现在假设此阵已被弯曲, 但是仍然按直线进行处理。这样, 第 k 个接收器的真实位置和它在标称轴上的假设位置便不一致。因而公式 (2) 变为:

$$S(k, \omega_0) = K^{-1} \left| T^{-1} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K p(t, x_k + d_k) \exp[i(\kappa x_k - \omega_0 t)] \right|^2,$$

d_k 是由于阵在标称轴上的投影而产生的位移。对于 $k = k_0$ 的频率一波数谱可以写成:

$$S(\kappa_0, \omega_0) = \left| A \exp(i\theta) K^{-1/2} \sum_{k=1}^K \exp(-ik_0 d_k) + K^{-1/2} \sum_{k=1}^K N_k \exp(ik_0 x_k) \right|^2, \quad (5)$$

其中 N_k 为实部和虚部互不相关的高斯随机变量 $N(0, \sigma^2/2T)$ (更详细情况可参看 Hinich 和 Shaman 的文章 [1])。

如果阵是一条真正的直线时, 每一个 d_k 均为 0, 因而 $K^{-1/2} \sum_{k=1}^K \exp(ik_0 d_k) = K^{1/2}$ 。

为了说明由于弯曲所造成的衰减, 考虑这样一个例子, 其中奇数的 d_k 为 0, 而偶数的 d_k 等于 $\lambda/2$, 也就是说 $\kappa_0 d_{k/2} = \pi$ 。因此对于偶数 K

$$K^{-1/2} \sum_{k=1}^K \exp(-ik_0 d_k) = -\frac{1}{2} K^{1/2},$$

也即是在不等式 (4) 中有效水听器余量是 $K/4$ 。当然服从这种规律的 d_k 实际上并不存在, 但是这个例子给出了一种弯曲影响的类型, 而这种弯曲的影响只有在后面人为的数据模拟中才能看到。在频率—波数谱中的 $\exp(-ik_0 d_k)$ 项使波的能量峰值偏离 $\kappa = \kappa_0$ 的方向。

将阵分裂成一组小孔径子阵进行处理便有可能减小由于阵的弯曲而造成的失真和衰减。在实际应用中, 如果阵是直线的, 而在阵上信号与噪声互不相关, 阵的孔径很大, 水听器的余量又足够之高, 则就能产生一个高处理增益的很窄的波束。当阵发生弯曲时一般的采取改变阵的孔径以减小弯曲偏度, 从而得到一个在时间上起伏不是太大的方位估计, 而在许多实际应用中一般也不要求波束十分之窄。在第一节中将介绍利用子阵进行方位估计的统计方法。

一、子 阵 处 理

假设阵分成由相邻水听器所构成的 j 个子阵, $\hat{\theta}_j$ 表示第 j 个子阵所测得的目标方位。因为在阵的每一段上非线性的程度不大, 再假定子阵的结构是刚性的, 所以可用最大似然性方法来得到 $\hat{\theta}_j$, 如果子阵有足够的水听器余量 (或 T 足够大), 则在 $\hat{\theta}_j$ 中由噪声所引起的误差并不大。令 b_j 表示在 $T\delta$ 秒的观测期间内第 j 个子阵相对于轴的倾斜, 则

$$\hat{\theta}_j = \theta + b_j + \epsilon_j,$$

其中 ϵ_j 表示在方位估计中由噪声引起的误差。为了得到理论的误差范围, 我们 $\sum_{j=1}^J b_j \approx 0$ 的这样一种弯曲模型, 再进一步假定 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_J$ 是互相独立具有相同分布的随机变量其方差由 (3) 式给出。对于非相干噪声这些假定是正确的。但是即使噪声存在一定空间相干性这种统计模型对于我们现在所介绍的简单的方位估计器来说仍是很好的近似。

给定各子阵方位测得的方位估计量 $\hat{\theta}_j$, 然后算出其平均值

$$\bar{\theta} = J^{-1} \sum_{j=1}^J \hat{\theta}_j.$$

由于误差项 ϵ_j 之间互相独立, 则 $\bar{\theta}$ 的方差为 $J^{-1}\sigma_\epsilon^2$; 而 σ_ϵ^2 是 ϵ_j 的方差。假设 T 相对于

A/σ 来说足够大, 则等式 (3) 对 $\sigma_{\hat{\theta}}^2$ 能够适用, 因而如果每个子阵都是由 K/J 个水听器所组成, 则

$$\sigma^2(\bar{\theta}) = J^2 \sigma^2(\hat{\theta}) \quad (6)$$

因此子阵处理比阵为真正线阵时的标准处理差。然而当阵是正弦形弯曲时平均值 $\bar{\theta}$ 优于全阵的方位估计 $\hat{\theta}$ 。有关正弦弯曲情况在第 II 节中我们用人为的数据进行研究。

由于我们有 J 个独立的和受到干扰的 θ 值估计量, 因而我们可利用 $\hat{\theta}_j$ 计算某些其他的统计量, 从而得出有关整个阵非线性程度的信息, 并且还可舍去某些太不可靠的子阵方位。

$\hat{\theta}_j$ 的中位值和平均值不同, 它对于某些误差大的子阵方位是很不灵敏的 [5], 当由于某种局部环境噪声的影响或由于水听器损坏而使某些子阵估计不好时利用中位值要比用平均值优越。然而在使用人为数据进行检验时, 平均值一般比中位值好。我们所采用的噪声模型是一个平稳的非相干的高斯环境噪声, 在实际应用中中位值是得重视的。如果有另外一个声源被阵的某一部分检测, 或者阵的某一部分受到损坏则平均值和中位值之间就会出现明显的差别。另一个看来有用的统计参数是方位 $\hat{\theta}_j$ 的归一化变化范围。这个参数是用下列方法算出: 令 $U_j = \hat{\theta}_j - \hat{\theta}_j$ 中位值 ($j=1, \dots, J$) 然后将 U_j 从最大到最小排列 (包括记号) 后计算:

$$\hat{c} = 0.855 (U_{0.72} - U_{0.28}) \quad (7)$$

其中 $U_{0.72}$ 为所有差值 $U_j = \hat{\theta}_j - \hat{\theta}_j$ 中位值中第 72% 位最大 U_j , $U_{0.28}$ 为 U_j 中第 28% 位最大 U_j , 例如 $J=100$ 则 $U_{0.72}$ 为第 72 位最大 U_j , 如果 $J \times 72\%$ 和 $J \times 28\%$ 为非整数我们就选取在这两者周围相邻两位数值的平均值。例如当 $J=101$ 时我们选取第 72 和 73 两位数值的平均值作为 $U_{0.72}$, 对于 $U_{0.28}$ 也一样。如果 $\hat{\theta}_j$ 方差为 $\sigma_{\hat{\theta}}^2$ 的正态分布, 则当 $J \rightarrow \infty$ 时 \hat{c} 是 $\sigma_{\hat{\theta}}$ 的一致估计量。若在子阵方位估计中有一些很不可靠, 则用这种估计的误差要比用其他估计法所造成的误差要小。人为数据的结果指出对于正弦弯曲当其弯曲度愈大则标度估计 \hat{c} 也愈大, 这种现象并不奇怪, 因为弯曲度增大必然使各个子阵的方位估计值 θ_j 也就在较大的范围内变动。

在第二节我们对用人为主数据的平均值, 中位值、和标度 \hat{c} 值进行分析, d_k 与偏度 b_1 是从一条正弦弯曲阵上得到。

二. 方位估计的模拟试验

利用数字计算机对阵的信号处理进行模拟是比较简单的。令 $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ 表示该阵所在平面上的某一点, 在 \mathbf{x} 点上的平面波为

$$S(t, \mathbf{x}) = A \exp[-i(\omega_0 t - \kappa_1 x_1 - \kappa_2 x_2 - \phi)],$$

$$\text{其中 } k_1 = (\omega_0/v) \cos \theta \quad k_2 = (\omega_0/v) \sin \theta$$

因为信息处理机对 $S(t, \mathbf{x})$ 的实部和虚部分别进行富氏变换, 并且方位估计对各种不同的 ϕ 值都相同。因此, 尽管信号处理是在 ϕ 未知情况下进行, 但在作模拟时可以取 $\phi = 0$, 在模拟过程中假设声速 v 等于 1, 频率 $\omega_0 = 2\pi$, 信噪比则是通过下列方法来改变: 将信号的振幅固定为 $A = 1$ 而将噪声 n 的实部和虚部分别乘以标度因子 $\sigma/2$, 并分别取 $\sigma = 1, 0.5, 0.1$ 。这种信号为:

$$S(t, \mathbf{x}) = \exp(-i2\pi t) \exp[i(\kappa_1 x_1 + \kappa_2 x_2)].$$

此信号可以看作在经过中心频率为 ω_0 的窄带滤波，而且在讨论过程中可将含有时间 t 的指数项略去。波数 κ 的两个分量 (κ_1, κ_2) 为：

$$\kappa_1 = 2\pi \cos\theta, \quad \kappa_2 = 2\pi \sin\theta,$$

其中分别取 $\theta = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 。

在选定 $\omega_0 = 2\pi$ 后，接收水听器的间距 d 按 $\frac{1}{2}$ 布设，以避免“化名”效应，即

$$d \leq \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2}(2\pi v/\omega_0) = \frac{1}{2}.$$

信号中的噪声分量是复的高斯型噪声，而

$$\begin{aligned} E[n(x_j) \bar{n}(x_k)] &= \sigma^2, & j &= k, \\ &= 0, & j &\neq k, \end{aligned}$$

其中 $n(x_j)$ 和 $n(x_k)$ 分别表示在第 j 个和第 k 个水听器的噪声分量。

因此在第 k 个水听器上所接收到的信号记为：

$$p(x_k) = \exp[2\pi i(x_{1k} \cos\theta + x_{2k} \sin\theta)] + n(x_k),$$

式中的 x_{1k} 和 x_{2k} 分别表示第 k 个水听器在坐标系中的位置，此坐标系与阵一起（参看图 2）。

在模拟过程中使用两种正弦弯曲模型，第一种是 $3\frac{1}{2}$ 个半波长的正弦曲线，第二种是 $3\frac{1}{2}$ 个半波长的阻尼振荡正弦曲线（见图 3、图 4）。在以上两种情况中相邻两个水听器之间的这一小段都可看作直线，其间距为 $\frac{1}{2}$ ，因而这两个模拟曲线仅仅近似于正弦型式。在这里我们

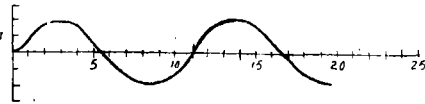


图 3 振幅等于 2 的正弦波

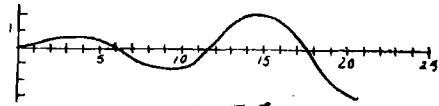


图 4 阻尼正弦波

使用 50 个水听器。另外我们还考虑一种随机弯曲的模型，它的构成方式是：固定一个端点，由前一个水听器出发沿某一条线的间隔 $\frac{1}{2}$ 后布设下一个水听器，而各条线与标称轴之间的夹角在 $\pm 5^\circ$ 范围内均匀分布，这些夹角之间互相独立。这样在每个节点处最大角偏离为 $\pm 5^\circ$ 。由上述过程形成的并在模拟中应用的弯曲型式如图 5 所示从图可以看出大部份水听器是位于

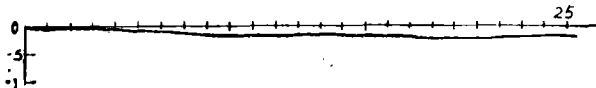


图 5 随机弯曲阵

轴的一侧，阵的最大位移为 0.25，也即是相邻水听器间距的一半。正弦弯曲的模拟曲线采用四种不同的振幅即 $\frac{1}{2}, 1, 2, 3$ 即使是在最小的弯曲情况下（阵对轴的最大偏离为水听器间距的 $\frac{1}{2}$ ）按 50 个水听器阵所算出的平均方位与真正的目标方位之间的差异已相当可观。对阻尼正弦弯曲终端振幅取 $\frac{1}{2}, 1, 2, 3$ 四个值。对于子阵处理方法我们着重于讨论水听器在标称轴一侧较多而在另一侧较小的情况。我们还试验了具有二个整周期的正弦弯曲的模型，水听器在标称轴两侧对称分布，对此所得的结果与这次所发表的结果相同。

独立随机偏差 $N(0, 1)$ 利用 Box 和 Muller 变换成对地产生 [7]，

$$N_1 = (-2 \ln U_1)^{1/2} \cos 2\pi U_2,$$

$$N_2 = (-2 \ln U_1)^{1/2} \sin 2\pi U_2$$

其中 U_1 和 U_2 是独立的均匀变量(0, 1), 这两个独立随机变量在利用余数法时依次产生[8]。然后对偏差 $N(0, 1)$ 定标以给出预期的方差。

在子阵方法中采取两种组阵方法, 一种是由12个互不重叠的四基元子阵再加上两个重叠的端阵, 而使50个水听器都用上。另一种是六个互不重叠的八基元子阵再加上两个重叠的端阵。我们还试验了逐个重叠的子阵型式其结果基本上相同。子阵的方位估计是这样来进行的, 将子阵各基元的输出补零以后进行快速富氏变换($F \cdot F \cdot T$), 在经过变换后用对应于使子阵的功率谱达最大值的波数来定出子阵的方位估计。

使用 $F \cdot F \cdot T$ 程序时需要奇数个输入点, 在权衡了计算速度和计算精度的要求之后, 决定采用由四或八子阵点补零后得到的101点长的记录去进行快速富氏变换, 这样在 \hat{k} 中引入的最大量化误差为 $\pm 2\pi/101d$, 即相当于在 $\hat{\theta}$ 中有 0.6° 的误差, 这个误差超过由于噪声而产生 $\sigma(\hat{\theta})$ 值。

最终的方位估计用下列两种方法得到, 第一种是取各子阵方位估计的中位值; 另一种是取各子阵方位估计的平均值。标度估计 \hat{c} 按前面所讨论的方法进行计算。该步骤对一个给定的真正方位角和噪声方差重复一百次, 而对水听器的接收信号每一次加强的噪声分量。对用中位值法和用平均值法所得到的方位估计值及标度估计值都作了平均。此外再求出每一种方位估计对于真正方位角的均方根误差, 所有这些计算结果列于表1和表2之中。

表1 非阻尼正弦弯曲结果

A	σ	K	30°						60°						90°					
			med	rms	\hat{c}	mean	rms		med	rms	\hat{c}	mean	rms		med	rms	\hat{c}	mean	rms	
1/2	1.0	50	32.8	7.4	N/A	32.8	7.4	63.6	8.1	N/A	63.6	8.1	94.7	8.5	N/A	94.7	8.5			
		8	33.0	4.7	9.5	35.9	10.8	62.6	4.3	9.6	62.7	5.6	92.4	3.8	9.4	91.4	4.4			
		4	40.5	14.2	17.9	56.3	29.0	63.6	5.4	11.8	67.4	9.8	91.0	3.8	11.6	89.4	5.4			
1/4	0.5	50	33.2	7.3	N/A	33.2	7.2	66.3	8.6	N/A	66.3	8.6	96.7	8.1	N/A	96.7	8.1			
		8	31.9	2.4	9.5	29.9	1.2	62.4	2.6	9.2	60.8	0.9	92.8	2.9	9.2	91.2	1.3			
		4	32.7	4.0	9.2	36.4	9.5	61.2	2.3	9.4	60.2	1.2	91.9	2.5	9.9	90.6	1.2			
1/8	0.1	50	36.7	6.9	N/A	36.7	6.9	68.9	8.9	N/A	68.9	8.9	98.0	8.0	N/A	98.0	8.0			
		8	32.0	2.0	9.6	30.0	0.2	62.6	2.6	9.1	60.8	0.8	92.8	2.8	9.2	91.1	1.1			
		4	30.7	1.1	10.8	29.5	0.7	61.2	1.3	10.7	60.3	0.4	91.5	1.6	10.7	90.6	0.6			
1	1.0	50	32.7	21.7	N/A	32.7	21.7	64.8	17.4	N/A	64.8	17.4	100.2	19.1	N/A	100.2	19.1			
		8	41.6	13.1	18.9	48.7	24.0	66.1	9.2	19.3	64.5	8.0	92.1	8.8	20.2	90.8	5.6			
		4	50.2	24.5	24.9	64.5	37.5	66.2	9.5	19.1	66.9	9.6	91.1	8.0	20.2	89.5	5.6			
1	0.5	50	31.2	17.6	N/A	31.2	17.6	73.5	18.9	N/A	73.5	18.9	107.3	20.2	N/A	107.3	20.2			
		8	38.7	9.6	18.2	40.3	15.4	66.0	6.3	19.1	62.1	2.3	95.5	6.3	19.3	92.1	2.4			
		4	42.5	13.6	18.2	54.2	28.0	63.5	4.1	20.5	60.9	1.4	93.3	3.9	21.3	91.4	1.8			
1	0.1	50	31.5	17.8	N/A	31.5	17.8	79.6	19.6	N/A	79.6	19.6	111.1	21.1	N/A	111.1	21.1			
		8	35.9	6.0	19.6	31.3	2.6	65.8	5.8	19.1	62.0	2.0	95.7	5.8	19.1	92.2	2.2			
		4	37.6	9.0	19.8	39.4	14.3	62.8	2.8	21.9	60.9	1.0	93.0	3.0	21.9	91.3	1.3			
2	1.0	50	32.5	29.5	N/A	32.5	29.5	61.7	42.7	N/A	61.7	42.7	113.2	41.9	N/A	113.2	41.9			
		8	53.8	28.9	29.8	58.0	30.5	80.5	27.5	39.0	74.4	20.0	97.7	20.3	41.2	93.5	10.0			
		4	65.8	37.9	30.8	71.3	43.8	86.7	29.9	34.3	82.9	25.9	93.0	18.7	41.1	90.6	7.2			
2	0.5	50	15.2	19.3	N/A	15.2	19.3	59.9	41.5	N/A	59.9	41.5	130.2	48.8	N/A	130.2	48.8			
		8	48.2	22.0	31.9	47.4	19.6	75.7	21.5	42.5	66.5	9.2	106.5	21.1	45.5	95.1	6.4			
		4	55.9	27.8	29.2	57.1	30.2	83.5	26.3	38.3	75.3	19.0	98.5	9.3	47.5	93.1	3.5			
2	0.1	50	11.5	18.5	N/A	11.5	18.5	52.8	36.9	N/A	52.8	36.9	136.0	16.0	N/A	136.0	46.0			
		8	47.3	19.0	31.1	44.2	14.6	80.7	22.5	43.3	66.8	7.2	116.9	26.9	47.0	96.7	6.7			
		4	39.2	9.2	30.3	41.9	11.9	68.4	8.6	48.5	62.6	2.9	97.8	7.8	48.4	93.3	3.3			
3	1.0	50	63.5	45.5	N/A	63.5	45.5	111.0	72.2	N/A	111.0	72.2	163.3	84.3	N/A	163.3	84.3			
		8	73.1	47.2	32.9	70.5	41.6	113.0	57.7	52.1	95.4	39.1	110.8	43.4	70.3	97.2	18.0			
		4	74.3	47.2	31.8	71.8	42.5	112.5	55.5	41.5	100.5	42.6	94.5	32.6	64.4	91.2	13.4			
3	0.5	50	59.7	42.1	N/A	59.7	42.1	114.2	67.5	N/A	114.2	67.5	178.3	88.5	N/A	178.3	88.5			
		8	74.9	47.5	35.4	69.2	39.7	121.6	62.9	59.7	94.1	36.9	140.2	57.1	81.8	104.5	17.0			
		4	65.1	36.0	34.7	66.2	36.3	121.3	62.1	50.4	99.0	41.3	104.1	38.6	78.4	92.8	9.6			
3	0.1	50	50.9	33.4	N/A	50.9	33.4	128.5	68.5	N/A	128.5	68.5	179.9	89.9	N/A	179.9	89.9			
		8	70.9	42.0	34.9	67.9	38.0	124.2	65.1	65.7	92.6	34.6	156.6	66.6	91.5	109.9	14.9			
		4	61.1	31.1	33.8	65.3	35.3	101.7	46.9	70.4	77.3	18.5	90.4	0.9	81.1	89.4	0.6			

表 2

阻尼正弦弯曲结果

A	σ	K	30°					60°					90°				
			med	rms	δ	mean	rms	med	rms	δ	mean	rms	med	rms	δ	mean	rms
1/2	1.0	50	29.7	1.2	N/A	29.7	1.2	59.6	3.4	N/A	59.6	3.4	90.3	3.8	N/A	90.3	3.8
		8	31.4	2.9	5.1	34.5	8.3	61.4	2.4	4.3	62.3	5.2	91.6	2.2	4.6	91.5	4.8
		4	36.8	9.4	15.0	50.4	23.3	62.5	4.1	7.9	67.3	9.3	91.3	3.3	7.8	90.9	5.5
1/2	0.5	50	29.7	1.2	N/A	29.7	1.2	59.3	2.0	N/A	59.3	2.0	89.2	3.4	N/A	89.2	3.4
		8	30.5	1.4	3.4	30.8	1.1	61.3	1.5	2.8	61.5	1.6	91.6	1.7	2.8	91.8	1.8
		4	30.8	2.2	5.7	31.0	4.0	60.9	1.6	4.2	61.0	1.4	91.3	1.7	4.2	91.3	1.5
1/2	0.1	50	30.1	1.0	N/A	30.1	1.0	59.8	0.5	N/A	59.8	0.5	87.8	3.0	N/A	87.8	3.0
		8	30.9	1.0	2.4	30.9	1.0	61.8	1.8	2.4	61.6	1.6	91.7	1.7	2.2	91.8	1.8
		4	29.7	0.9	3.7	30.4	0.5	60.1	0.5	3.4	61.0	1.0	90.4	0.6	3.4	91.3	1.3
1	1.0	50	29.9	14.7	N/A	29.9	14.7	61.7	5.6	N/A	61.7	5.6	92.4	6.3	N/A	92.4	6.3
		8	33.9	5.7	9.1	38.4	12.8	63.5	4.7	7.6	64.8	6.7	93.0	4.2	8.3	93.4	6.3
		4	40.3	12.0	16.9	53.6	25.9	64.6	6.5	10.9	68.3	10.2	91.9	4.7	11.0	91.4	6.0
1	0.5	50	28.4	1.7	N/A	28.4	1.7	62.3	2.8	N/A	62.3	2.8	92.1	2.4	N/A	92.1	2.4
		8	32.7	3.0	0.1	32.6	2.8	63.2	3.4	5.4	63.3	3.4	93.7	3.8	5.4	93.7	3.7
		4	33.2	4.1	8.3	37.8	10.6	61.7	2.4	7.8	62.3	2.6	91.6	2.4	7.7	92.6	2.9
1	0.1	50	28.4	1.6	N/A	28.4	1.6	62.6	2.6	N/A	62.6	2.6	92.3	2.3	N/A	92.3	2.3
		8	33.1	3.1	5.5	32.6	2.6	63.7	3.7	4.9	63.4	3.4	93.9	4.0	5.0	93.7	3.7
		4	29.9	0.8	7.0	31.6	1.7	60.4	0.7	6.7	62.4	2.4	90.6	0.7	6.8	92.7	2.7
2	1.0	50	35.8	37.7	N/A	35.8	37.7	64.2	17.5	N/A	64.2	17.5	94.5	17.2	N/A	94.5	17.2
		8	42.8	16.4	19.3	51.9	24.7	66.3	9.6	17.3	68.5	10.6	94.7	7.6	17.6	96.2	8.0
		4	50.7	23.0	24.8	64.5	36.6	67.6	10.3	18.1	70.3	12.2	93.2	6.8	19.0	93.7	6.7
2	0.5	50	26.4	22.8	N/A	26.4	22.8	65.7	11.3	N/A	65.7	11.3	93.0	9.3	N/A	93.0	9.3
		8	40.3	11.5	17.5	47.9	20.9	65.9	8.4	14.7	67.4	7.5	95.9	6.6	14.7	97.5	7.7
		4	39.8	11.0	17.1	49.0	21.1	63.7	4.5	15.1	65.2	5.5	93.9	4.4	15.0	95.9	6.0
2	0.1	50	19.9	10.1	N/A	19.9	10.1	71.3	11.3	N/A	71.3	11.3	90.1	1.3	N/A	90.1	1.3
		8	39.9	10.7	16.7	45.9	19.3	66.8	6.8	13.4	67.3	7.3	96.9	6.9	13.2	97.4	7.4
		4	37.6	8.5	16.7	45.1	17.7	63.5	3.5	14.2	65.4	5.4	93.6	3.7	14.1	95.8	5.8
3	1.0	50	27.0	27.4	N/A	27.0	27.4	58.1	28.8	N/A	58.1	28.8	104.0	32.7	N/A	104.0	32.7
		8	50.7	24.8	29.6	54.4	27.9	71.2	16.5	28.5	71.4	14.8	98.4	13.8	29.2	98.8	11.6
		4	60.5	32.2	29.1	69.2	41.2	76.1	19.6	25.9	75.7	19.0	96.9	10.9	27.7	95.4	8.6
3	0.5	50	13.1	19.6	N/A	13.1	19.6	56.5	21.7	N/A	56.5	21.7	109.5	30.7	N/A	109.5	30.7
		8	41.1	13.7	29.7	45.6	17.3	68.3	8.6	31.3	70.5	10.7	99.5	9.9	33.1	100.5	10.7
		4	51.3	22.2	24.5	57.1	29.4	73.7	14.7	23.6	71.3	12.5	101.7	12.0	23.5	98.7	8.8
3	0.1	50	11.5	18.5	N/A	11.5	18.5	51.0	10.4	N/A	51.0	10.4	112.3	22.3	N/A	112.3	22.3
		8	37.1	7.1	28.9	42.5	12.5	67.6	7.6	30.6	70.8	10.8	97.9	8.0	37.1	98.9	8.9
		4	46.7	17.6	23.3	47.4	18.4	71.9	11.8	22.9	69.3	8.3	102.0	12.0	22.6	98.7	8.7

这些模拟结果在用来决定选用中位值法或平均值法来进行方位估计时是有疑问的，但有一点是明确的，即对多种阵型及信噪比值，子阵处理要比全阵处理的方法好些。

即使是在变好的环境下阵的偏度对全阵估计的影响一般是很重要的，现考查一个非阻尼正弦弯曲的全阵估计的情况，弯曲阵的振幅为 $\frac{1}{2}$ ， $\sigma = 0.5$ ， $\theta = 90^\circ$ ，对于这种情况在一百次方位估计中均方根误差为 20.7，偏度是 6.7，方位估计平均值的标准误差是 0.455，偏度是平均值标准误差的 14.7 倍。因此即使在相对有利的条件下的方位估计的平均值与真实方位之间的差距很大。还应看到随着信噪比的增大方差趋向于零，偏度也就跟着增大，因此全阵的平均方位估计偏离于真实方位的程度也就更加严重。

对于非阻尼正弦弯曲，当 $\theta = 60^\circ$ 和 $\theta = 90^\circ$ 时，从均方误差来看平均值法的优点比较明显*。 $\theta = 30^\circ$ 时虽然总趋势是平均值法有利些，但结果比较含糊。在大多数应用中四基元子阵在估计大角度较为有利而在小角度的情况下八基元子阵显得好些。这些结果表明随着目标方位角度的增大在选择估计器同时需要将八基元子阵改为四基元子阵。在大多数的应用中平均值估计器的精度最好。

当 $\theta = 30^\circ$ 时四基元子阵的结果比八基元子阵差，这是不奇怪的。因为小孔径子阵的旁瓣

* 原文中误为中位值法优越。与表 1 数据不符——译者

较多,那些位于接近端射方向上的目标在一个旁瓣内引入误差,显然对较小子阵平均能较大地降低弯曲偏度,但前一种引入误差的影响超过了后者。对于这次试验中选取的参数在子阵的孔径和偏度之间权衡的结果是 $\theta = 30^\circ$ 时,采用八基元结构较为有利。但是在侧射情况下($\theta = 90^\circ$)正好相反,除去 $A = \frac{1}{2}$, $\sigma = 1$ 的这种特殊情况外四基元子阵的平均是比较好的。

在研究了非阻尼正弦弯曲和阻尼正弦弯曲型式之后,有一点是特别清楚的,在各种信噪比和各种方位角的情况下,在所有的估计器之中以全阵估计的效果最差。可以看出在表1和表2中的某些情况下全阵估计的偏离最小,但这仅是孤立的和无规的现象,由于这些偶然的影响使得表1和表2中所表现出来的全阵估计的均方根误差最小。作为有关这种情况的例子,我们考查一下振幅为2的非阻尼正弦弯曲,对真实方位为 30° 时的误差情况。100次全阵估计的平均值是 32.5° ,而均方根误差为 29.5° ,由此得出标准偏差为 29.4° ,这样平均值的标准误差是 2.94° ,由此使得偏度统计上没有意义。因而值得推荐的估计四子阵的基元数在4~8之间、方法是在中位值法和平均法之间进行选择。

从理论上来看平均值对大偏差敏感,这似乎显出中位值估计器优越。然而这次模拟结果(特别是利用阻尼正弦弯曲型式)还不能明显地肯定平均值的这种敏感性。关于子阵尺寸及其组合处理方法在特殊应用中一般是根据预期的弯曲程度及信噪比来进行选择。

在表中存在弯曲偏度是很明显的,在有些例子中均方根误差就是偏度。例如对于阻尼正弦型弯曲在振幅为1, $\sigma = 0.1$, $\theta = 30^\circ$ 的八基元平均值估计器即为此种情况。

表3 随机弯曲型的结果

σ	K	30°						60°						90°					
		med	rms	\hat{c}	mean	rms		med	rms	\hat{c}	mean	rms		med	rms	\hat{c}	mean	rms	
1.0	50	30.6	0.8	N/A	30.6	0.8		60.6	0.9	N/A	60.6	0.9		91.1	1.1	N/A	91.1	1.1	
	8	30.4	1.2	3.7	33.6	5.8		60.6	0.9	2.2	62.0	3.4		90.8	1.0	2.2	90.6	3.4	
	4	35.9	6.9	15.1	50.9	22.3		61.9	2.4	6.9	67.3	8.2		90.7	1.6	6.1	90.1	3.2	
0.75	50	30.7	0.7	N/A	30.7	0.7		60.6	0.9	N/A	60.6	0.9		91.1	1.1	N/A	91.1	1.1	
	8	30.3	0.9	2.5	30.0	1.0		60.5	0.8	1.6	60.5	0.6		90.8	1.0	1.5	90.8	1.1	
	4	31.5	2.2	7.2	38.3	10.0		60.8	1.2	4.4	63.0	4.0		90.8	1.1	3.8	90.7	2.0	
0.5	50	30.7	0.7	N/A	30.7	0.7		60.3	0.7	N/A	60.3	0.7		91.1	1.1	N/A	91.1	1.1	
	8	30.5	0.8	1.6	29.8	0.3		60.5	0.8	1.1	60.4	0.4		91.0	1.1	1.1	90.7	0.7	
	4	30.0	1.2	4.6	30.2	1.2		60.6	0.9	2.8	60.4	0.6		90.8	1.0	2.5	90.7	0.8	
0.25	50	30.7	0.7	N/A	30.7	0.7		60.1	0.4	N/A	60.1	0.4		91.1	1.1	N/A	91.1	1.1	
	8	30.6	0.7	1.3	29.8	0.2		60.6	0.9	0.8	60.4	0.4		91.1	1.1	0.8	90.7	0.7	
	4	30.2	0.9	2.3	29.7	0.3		60.4	0.7	1.7	60.4	0.5		91.0	1.1	1.7	90.8	0.8	
0.1	50	30.7	0.7	N/A	30.7	0.7		60.0	0.0	N/A	60.0	0.0		91.1	1.1	N/A	91.1	1.1	
	8	30.7	0.7	1.2	29.9	0.2		60.5	0.8	0.8	60.4	0.4		91.1	1.1	0.7	90.7	0.7	
	4	30.7	0.7	1.4	29.8	0.2		60.6	0.9	1.0	60.5	0.5		91.1	1.1	1.2	90.8	0.8	

表3给出了对随机弯曲阵的结果,对此我们取了更多的 σ 值作了模拟。对于全阵处理当整个阵对标称轴的偏离较小时,它的偏度也较小。 $\theta = 90^\circ$ 时偏度为 1.1° , $\theta = 30^\circ$ 时偏度 0.7° 。当 $\theta = 60^\circ$ 时偏度至多为 0.6° 。这是由于在作 $F \cdot F \cdot T$ 运算时只用了101个值,因而由量化误差也造成部份小偏度。因为在IBM360-50计算机上进行每一种模拟计算大约需要三十分钟,但是我们没有更多的时间为减小量化误差去增补更多的零。

可以采用另一种组阵方法来代替邻接的固定孔径的子阵,这就是从阵的每一端将二个或四个基元组合起来而有效地构成一组闭合孔径子阵。我们看到这种方法的结果比较差,即使在最有利的情况下,闭合孔径的处理方法比固定孔径要差。例如对振幅为 $\frac{1}{2}$ 的非阻尼正弦弯曲及 $\theta = 90^\circ$ 的情况下闭合孔径方法无论用平均值或中位值估计方位时的均方根误差都要大于

子阵基元数相同的固定孔径方法的误差。随着信噪比的增大这两种方法的均方根误差虽有趋向一致的趋势，但是在任何情况下闭合孔径方法的误差都比固定孔径的误差来得大。所以从我们的模拟结果来看，闭合孔径方法比不上固定孔径的邻接子阵的平均方法。

附录A

考虑一个等间隔布设的K基元线阵，假设空间噪声场稳定并与k无关。如果 $k_0 = (\omega_0/v)\cos\theta$ ，则频率一波数谱为

$$S(\kappa_0, \omega_0) = K^{-1} \left| KA \exp i\phi + \sum_{k=1}^K N_k \exp i\kappa x_k \right|^2,$$

其中 $\text{Re}N$ 和 $\text{Im}N$ 是独立的高斯随机变量 $N(0, \sigma^2/2T)$ 。定为

$$\begin{aligned} Z_R(\kappa) &= \text{Re}(K^{-1/2} \sum_{k=1}^K N_k \exp i\kappa x_k), \\ Z_I(\kappa) &= \text{Im}(K^{-1/2} \sum_{k=1}^K N_k \exp i\kappa x_k), \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

它们也均为独立的高斯变量 $N(0, \sigma/2T)$ ，如果 $\kappa \neq \kappa'$ ， $Z_I(\kappa)$ 和 $Z_R(\kappa')$ 对于大的K值是互不相关的；对 Z_I 也是如此。

当 $\kappa = \kappa_0$ 时

$$S(\kappa_0, \omega_0) = KA^2 + 2K^{1/2}A(Z_R \cos\phi + Z_I \sin\phi) + Z_R^2 + Z_I^2. \quad (\text{A2})$$

在(A2)式中第三项 $(Z_R^2 + Z_I^2)$ 是 $(\frac{\sigma^2}{2T})x_2^2$ ，其中 x_2^2 是一个 x^2 —平方随机变量。并且是0(1)阶量，等式中的第一项为0(K)阶量，第二项为0($K^{1/2}$)阶量。

变量 $Z = Z_R \cos\phi + Z_I \sin\phi$ 是一个高斯随机变量 $N(0, \sigma^2/2T)$ 。因此

$$KA^2 + 2K^{1/2}AZ > KA^2 - 4K^{1/2}A\sigma(2T)^{-1/2}$$

此不等式能够成立的概率为0.97(即对于高斯分布在平均值以下大于二个标准偏差的概率)。因此如果 $K > 8/\rho$ (此处 $\rho = TA^2/\sigma^2$) 等式A²中的前二项是一个重要的正数，另外在 $k \neq k_0$ 时超过另一项谱级 $(\sigma^2/2T)X^2$ ，因此频率一波数谱在 k_0 附近达到最大，即 $\hat{k} \approx k_0$ ， k 的误差是由于孔径的有限性产生的内插误差，换句话说，当 $K > 8\rho^{-1}$ 时这个阵对分辨给定的信噪比的信号来说有足够的余量。

参 考 文 献

- * Present address, Sherman Fairchild Distinguished Scholar, California Institute of Technology, Pasadena, CA91125.
- 1 M. J. Hinich and P. Shaman, "Parameter Estimation for an γ -Dimensional Plane Wave Observed with Additive Independent Gaussian Errors," Ann. Math. Stat. 43, 153-169 (1972).
- 2 C. S. Clay, M. J. Hinich, and P. Shaman, "Error Analysis of Velocity and

- Direction Measurements of Plane Waves Using Thick Large-Aperture Arrays,"
J. Acoust. Soc. Am. 53, 1161-1166 (1973).
- 3 J. Capon and P. Green, "Statistical Accuracy of Data Used in Seismic Inversion," Geophys. J. R. Astron. Soc. 21, 373-386 (1970).
 - 4 M. J. Levin, "Least-Squares Array Processing for Signals of Unknown Form," Radio Electron. Eng. 29, 213-222 (1965).
 - 5 H. Cramer, Mathematical Methods of Statistics (Princeton U. P., Princeton, NJ, 1946).
 - 6 E. F. Fama and R. Roll, "Parametric Estimates for Symmetric Stable Distributions." J. Am. Stat. Assoc. 66, 331-338 (1971).
 - 7 G. P. Box and M. E. Muller, "A Note on the Generation of Random Normal Deviates," Ann Math. Stat. 29, 610-611 (1958).
 - 8 Random Number Generation and Testing IBM C20-8011.

[译自 J.A.S.A. 58, 5, (1975) 1023-1029]

郑昌武 译
张叔英 校