

自适应基阵处理器中信号与 权重系数量化的影响

J. E. Hudson

(英国 Loughborough 大学电子和电气工程系)

摘要 本文讨论量化可能影响自适应基阵处理器性能的两个方面。第一个方面关系到采用全数字处理的被动式声纳,在这种情况下输入的水听器数据通过模-数转换器变成数字,这样在信号通道中造成随机量化误差。第二个方面是相当不同的另一个问题,它是在自适应基阵处理器中权重系数量化时出现的。譬如,在自适应无线电天线中就出现这样的情况,它采用数字控制的模拟权重,由于实用上的某些原因,这样的权重可以是相当粗糙量化的。在以上任一种情况下,量化的作用都是限制了自适应零点方向控制系统抑制干扰源的程度。

一、引言

本文与 J.W.Griffiths^[1] 教授在此会议录前面部分提出的另一篇论文^[1]是一起的。基本的概念已经由 Widrow^[2], Lacoss^[3], Frost^[4] 以及其他提出。运用这些概念,我们选择在两个方面进行深入分析。因为在使用现有的硬器件时,这两方面的问题具有代表性。这两个方面在本文概要中提到过。无论哪一种情况,问题都在于确定最小的量化比特数,而保证达到所要求的性能。

我们所用的性能度量是,在一平面波干扰方向上处理器降低其增益的能力。此平面波干扰的方向处于普通(即均匀加权)基阵指向性图的旁瓣。

二、信号量化

当一完全相干的波入射到传感器基阵上时,如果它的频带足够窄的话,就能够表示为一个时间不变的空间矢量 S 与一个复时间函数标量 $s(t)$ 的乘积。因此接收到的信号在 t_1 时刻的样本为矢量 $s(t_1) \cdot S$ 。模-数转换器的作用是引进一个量化误差矢量 $U(t_1)$, 这样,处理器的输入矢量 $X(t_1)$ 就为 $s(t_1) \cdot S + U(t_1)$ 。如果量化的比特数大于 6 左右,则量化误差矢量可以准

* 原文题目: "The Effects of Signal and Weight Coefficient Quantisation in Adaptive Array Processors."

确地看作是与信号不相关的, 它的各分量彼此间也是不相干的^[5]。因此处理器输入的协方差矩阵就可写为

$$R_{xx} = E(XX^T) = SS^T \cdot E(|s(t_i)|^2) + E(U(t_i)U(t_i)^T) \quad (2.1)$$

$$= P_s SS^T + \sigma_q^2 I \quad (2.2)$$

其中 S^T 为 S 的复共轭转置, P_s 是各通道的信号平均功率, I 是单位矩阵, 而 σ_q^2 是各通道量化误差的方差。矢量 S 归一成 $S^T S = N$, N 是传感器数。如果 δ 是对应于模-数转换器输出端变化 1 个单位时输入端输入电压的变化, 那末 $\sigma_q^2 = 2\delta^2/12$ 。

容易证明^[6], 线性约束下最小均方处理器的输出功率为 $P_{\text{出}} = (C^T R_{xx}^{-1} C)^{-1}$, 其中 C 为约束矢量或方向控制矢量, 满足 $W^T C = 1$, W 是权重矢量, R_{xx} 是输入协方差矩阵。利用一个矩阵等式, 我们可以将 R_{xx}^{-1} 写成

$$R_{xx}^{-1} = \sigma_q^{-2} I - P_s SS^T / (\sigma_q^2 (\sigma_q^2 + P_s S^T S)) \quad (2.3)$$

因而

$$P_{\text{出}} = \left[\frac{C^T C}{\sigma_q^2} - \frac{P_s C^T SS^T C}{\sigma_q^2 (\sigma_q^2 + P_s S^T S)} \right]^{-1} \quad (2.4)$$

普通的均匀加权的处理器所采用的权重矢量为 C/N , 其信号部分 S 的输出功率为 $E(|X^T C|^2)/N^2 = \rho^2 P_s$ 。当改变 C , 使 $C=S$, 即基阵指向信号时, ρ^2 就等于 1。我们特别感兴趣的是 ρ 相当小的时候, 自适应处理器的输出功率, 即信号为一干扰, 方向处于普通基阵指向性图的旁瓣的情况。假设 $P_s \gg \sigma_q^2$ (如果信号量化至少 6 比特的话, 这一点是自然成立的), 可以写出

$$P_{\text{出}} \approx \left[\frac{N}{\sigma_q^2} - \frac{\rho^2 N}{\sigma_q^2} \right]^{-1} = \frac{\sigma_q^2}{N(1 - \rho^2)} \quad (2.5)$$

此输出功率可与普通处理器的量化噪声输出功率相比较, 后者应为 σ_q^2/N 。既然 ρ^2 是小的, 所以自适应处理器的输出功率不会比此大很多, 而且与干扰的功率无关。自然可以推断, 干扰本身是精确地被消除了, 但处理器不能消去干扰通过模-数转换而带来的量化噪声。消除干扰所要求的权重矢量的变化, 增大了基阵的白噪声增益。这就解释了输出功率中的 $1/(1 - \rho^2)$ 项, 同时指出了, 为了消除普通指向性图主瓣中的干扰, 将造成大的量化功率输出。

现在可以对所要求的量化比特数 B 作一近似估计。模-数转换器输入端的过载电压(任意地)取为 $6^{1/2}$ 倍均方根(实)信号电平, 使得溢出的概率很小。对于二进制补码运算, $\delta = 6^{1/2} 2^{-B+1} P_s^{1/2} 2^{-1/2}$ 。代入方程(2.5), 假定 $\rho^2 \ll 1$, 得

$$P_{\text{出}} = 6 P_s 2^{-2B+2} / 12N = N^{-1} 2^{-2B+1} P_s \quad (2.6)$$

当处理器指向干扰本身时, 它的输出功率正好为 P_s 。因此零点的深度为 $10 \log_{10}(2^{2B-1} N)$ 。此数值在 10 元阵 10 比特量化的情况下为 67 分贝, 对于 5 元阵 6 比特的情况则变为 40 分贝。可见达到满意地消除干扰并不困难。

在干扰处于旁瓣位置的模拟试验中, 输出功率通常比预期的高一、二分贝, 主要由于处理器存在环路噪声而收敛不完全。当干扰进入主瓣, 以上各种近似就破坏了。

三、权重矢量化

我们讨论一无线电天线是一个加权求和的线阵处理器，权重系数可变的情况。一个电子相控阵本身已经具有合适的相移器，而自适应阵还要求有可变的衰减器。为计算方便，我们假定所要求的复数权重是这样实现的：将各阵元输出分别送入两个相移 90° 的通道，并通过各自的可变级进入衰减器。

每个衰减器的幅度增益由一个二进制字控制，使得幅度的转换是线性级进的。假设还有一倒相器，它由该二进制字的符号位控制。我们可将每个系数看作是一个复变量，它的实部和虚部通过线性级进从 -1.0 变到 $+1.0$ 。对于其它的一些系数处理方法，模拟实验证明，最后的结果对所采用的方法并不灵敏。例如，我们可以采用一个级进移相器与一个级进衰减器联合的方法。

分析权重量化的影响有些困难，因为其量化误差是随着系统的平衡而固定下来的，不能当作随机的来处理，而且此误差又与处理器内的各种关系相联系。为了能得到一个简单的近似解，我们假设系数的误差相互不相干，且与信号不相关。

系数的控制如下。自适应处理器保持有一内部的复矢量 V ，并使它收敛到所期望的权重系数矢量。矢量 V 由一标准的随机最陡下降运算法^[3]来改变，每次迭代后，实际权重矢量的分量分别取与 V 的相应分量最近似的值， $W = Q(V) = V + E(V)$ 。

误差信号是由实际的信号途径取得的，所以 W 的误差是反馈闭环的一部分。使输出功率最小的运算法如下：

- (a) 取 t_k 时刻的信号矢量： X_k
- (b) $V'_{k+1} = V_k - \beta X_k X_k^T W_k$ (最陡下降)
- (c) $V_{k+1} = V'_{k+1} + C(1 - C^T V'_{k+1}) / C^T C$ (观察方向约束)
- (d) $W_{k+1} = Q(V_{k+1})$ (权重量化) (3.1)

在这个方法中，矢量 V 的误差是积累的，一直到它足够大，引起实际权重系数 W 的一个分量跳变时为止。

现在我们来推导所要求的零点深度。令对应于干扰的空间矢量为 S ，并假设内部矢量 V 准确地取值，以使干扰完全消除， $S^T V = 0$ 。实际的信号输出为 $y = S^T W = S^T (V + E) = S^T E$ 。输出信号的方差则为

$$\langle yy^* \rangle = \langle S^T E E^T S \rangle = S^T \langle E E^T \rangle S \quad (3.2)$$

其中 $\langle \rangle$ 表示对方程 (3.1(d)) 给出的所有可能的权重误差进行系综平均。根据误差互不相干的假定， $\langle E E^T \rangle = \sigma_W^2 I$ ，其中

$$\sigma_W^2 = (\Delta W_{\text{实}})^2 / 12 + (\Delta W_{\text{虚}})^2 / 12 = (\Delta W)^2 / 6 \quad (3.3)$$

式中 ΔW 为每个量化增量的幅度。因此

$$\langle yy^* \rangle = \sigma_W^2 S^T S = \sigma_W^2 N = N (\Delta W)^2 / 6 \quad (3.4)$$

ΔW 的计算如下。为了使误差最小，我们寻找 V 的最大分量 V_{max} 。 W 取为 $Q(V)$ ，但是其定标是这样的，使得与 V_{max} 对应的 W 的最大分量等于 1。对于量化成 M 个电平的情况，从 $-V_{\text{max}}$ 到 $+V_{\text{max}}$ 有 $M-1$ 个区段，因此 $\Delta W = 2V_{\text{max}} / (M-1)$ 。

于是方程(3.4)中系统的输出功率为 $\frac{2}{3}NV_{\max}^2/(M-1)^2$ 。此输出功率对应于零点的深度, 因为当系统指向干扰时它的增益为 1。

$V_{\max}$ 用下面的方法估计。假定权重矢量 V 是 S 与 C 的线性组合, 并满足 $V^TC=1$ 与 $V^TS=0$ (对于弱不相干的背景噪声的情况, 这是可以证明的)。我们发现

$$V=(C-\rho S)/N(1-|\rho|^2) \quad (3.5)$$

(注意 $C^TS=\rho N$) 是满足此条件的。由于 C 和 S 的分量的模都为 1, 于是对于 V 的分量, 我们从三角不等式得到

$$1/N(1+|\rho|)<|V_i|<1/N(1-|\rho|) \quad (3.6)$$

这样我们可写出

$$P_{\text{出}}=\langle yy^*\rangle=\frac{2}{3}N^{-1}(M-1)^{-2}(1-|\rho|)^{-2} \quad (3.7)$$

模拟实验表明, 实际常常比此结果还好, 特别是当量化很粗时更是这样。原因可能是, 反馈闭环能找到比那些具有纯粹随机误差的权重系数更好的量化权重系数。因此我们有理由认为方程(3.7)是最坏情况的估计, 并且可以期望结果比此好一、二分贝, 但准确的增益对干扰的方向十分敏感。

四、结 论

本文分析了自适应处理器中信号与权重矢量量化的影响, 结果表明, 二者都能使处理器指向一离散干扰源方向的零点深度变坏。在信号量化的情况下, 用中等的转换精度就不难得到良好的结果, 8 比特的精度足以使零点深度达到 40 分贝以上。权重系数达到足够的精度可能比较困难, 特别是对于无线电天线的情况, 因为如果一个 10 元阵要达到 40 分贝的零点深度的话, 精度要求 4 到 5 比特。由于处理器自己有能力补偿系数的不精确, 问题就有所缓和, 只需要保证高的分辨力即可, 系数的准确校正是不必要的。

(孙允恭译)

参 考 文 献

- [1] J. W. R. Griffiths and J. E. Hudson, "An introduction to adaptive processing in a passive sonar," NATO signal processing conference, La Spezia 1976.
- [2] B. Widrow, P. E. Mante, L. J. Griffiths and B. B. Goode, "Adaptive antenna systems", proc. IEEE vol.55, no.12 (Dec. 1967).
- [3] R. T. Lacoss, "Adaptive combining of wideband data for optimal reception," IEEE GE-6, pp78-86 (1968).
- [4] O. L. Frost, "An algorithm for linearly constrained adaptive array processing," Proc. IEEE Vol.60, No.8, pp926-935 (1972).
- [5] B. Liu, "Effect of finite word length on the accuracy of digital filters", IEEE CT-18 (1971) pp 670-677.
- [6] R. T. Lacoss, "Data adaptive spectral analysis methods", Geophysics Vol.36, No.4, pp. 661-675 (August 1971).