时间-频率-空间广义相干函数和广义散射函数

R.Laval

(法国 AERO 研究和谘询协会)

一、引　言

散射函数的概念通常用来描述表征随机介质传播过程中信号畸变的时间-频率扩展。水声信道的随机特征是由界面(海面和海底)的不平整性、影响声速的海水不均匀性以及大量声线或简正波之间的干涉(特别是在浅海)造成的。

散射的空间和角度特性通常与时间-频率无关,用空间相干函数来描述。

在以前的论文中[1,2],曾建议把这两个概念统一起来,对散射过程作单一的多维描述,从而导致广义散射函数的引入,它表征了传播所产生的时间-频率-角度扩展。

这种统一的好处是多方面的:

(1) 广义散射函数代表了包括所有变量的最普遍空间中的模糊函数。关于它的知识是确定多阵元基阵接收信号的最佳处理所必需的。特别是对于远程声通信系统的设计(这时,发射信号的编码、发射和接收阵以及接收信号的处理都必须一起最佳化),它是绝对不可缺少的。

(2) 广义散射函数在其多维形式中所常常具有的特征性结构,在分别观察时间-频率散射函数和空间相干函数时不能清楚地显示出来。

(3) 在声源和(或)接收器的载体(或产生回声的目标)是运动的所有应用中,空间、时间和频率的影响混在一起,初看起来极其复杂。广义散射函数通过简单地旋转其坐标系能很巧妙地解决这类问题。

二、广义相干函数和广义散射函数

我们扼要地回忆一下广义相干函数和广义散射函数,它们已在文献〔1, 2〕中定义了。

应用线性滤波器理论,信道可以用其传递(或加权)函数以最普遍的方式来表征:

$$H(t,\ f,\ \mathbf{s},\ \mathbf{r})$$

H 是一个复函数,它给出位于 $\mathbf{s}$ 的点源发出频率为 f 的单位源级单频波时,位于 $\mathbf{r}$ 的点接收

* 原文题目: "Time-Frequency-Space Generalized Coherence and Scattering Functions."

器在时刻 t 接收到的准单频信号的振幅和相位。

如果传播介质具有随机特性，则 H 是一个随机函数，它只能用其统计特性来描述。为简单起见，这种描述可以只限于一阶和二阶矩。

一阶矩是平均值 H_0：

$$Ho\ (f,t,x,y,z) = \langle H\ (f,t,x,y,z)\rangle$$

其中符号〈·〉表示系综平均。(我们假定声源 s 固定在坐标原点；x,y,z 是 **r** 的坐标。)

这样，H 可分解为二项之和：

$$H = H_0 + H_1$$

其中，H_1 是均值为 0 的随机函数。H_0 称作“相干”项，H_1 称作“非相干”项。

比值

$$\gamma = \frac{H_0^2}{\langle H^2\rangle} = \frac{H_0^2}{H_0^2 + \langle H_1^2\rangle} \qquad 0 \leqslant \gamma \leqslant 1$$

是“相干因子”。

当 $0 < \gamma < 1$，过程被认为是“部分相干的”。当 $\gamma = 0$，$H_0 = 0$，过程被认为是“完全不相干的”。

非相干项 H_1 可以用其协方差函数作二阶描述：

$$\Gamma(f_1, f_2, t_1, t_2, x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2) = $$
$$= \langle H_1(f_1, t_1, x_1, y_1, z_1) H_1^*(f_2, t_2, x_2, y_2, z_2)\rangle$$

若令 $\delta f = f_2 - f_1$，$\delta t = t_2 - t_1$，…等等，则上式也可写成：

$$\Gamma(f, t, x, y, z, \delta f, \delta t, \delta x, \delta y, \delta z) = $$
$$= \langle H_1(f, t, x, y, z) H_1^*(f + \delta f, t + \delta t, x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z)\rangle$$

推广对时间-频率散射函数所作的假设，我们可以引入一个时间-频率-空间 WSSUS (广义平稳非相关散射)过程的概念，它的协方差函数 Γ 不再依赖于 f，t，x，y 和 z 项，而仅仅是差分项 δf，δt，δx，δy，δz 的函数[3,4]。五维函数 $\Gamma(\delta f, \delta t, \delta x, \delta y, \delta z)$ 因而被称为广义的或时间-频率-空间相干函数。

对这五个微分变量作这个函数的付氏变换，得到一个新函数：

$$R(\tau, \Phi, u, v, w)$$

这就是广义散射函数。其中，τ 是时间扩展变量(在付氏变换中与 δf 相对应)；Φ 是频率扩展变量(对应于 δt)；u,v,w 是空间频率扩展变量(对应于 δx，δy 和 δz)。

如果在原点的声源所产生的声场在点 **r** 附近可以分解成平面波，则变量 u，v，w 可表示成：

$$u = f\alpha_x/c, \qquad v = f\alpha_y/c, \qquad w = f\alpha_z/c$$

而 $$\alpha_x = \sin\theta_x, \qquad \alpha_y = \sin\theta_y, \qquad \alpha_z = \sin\theta_z$$

其中，θ_x 是平面波与 x 轴的夹角；θ_y 是与 y 轴的夹角；θ_z 是与 z 轴的夹角。α_x，α_y 和 α_z 也是确定平面波传播方向的矢量的方向余弦。

按照变量 u，v，w 的上述意义，广义散射函数就可理解为一个时间-扩展、频率-扩展、角度-扩展函数。

在声场可分解成平面波的假设之下，变量 u，v 和 w，或变量 θ_x，θ_y 和 θ_z 是不独立的，

它们由下列公式相联系：

$$\alpha_x^2+\alpha_y^2+\alpha_z^2=1$$

因此，相干函数或散射函数将由一个4维(而不是5维)相干函数或散射函数完全确定。下面是这类4维函数中的一种：

$$\Gamma(\delta f,\ \delta t,\ 0,\ \delta_y,\ \delta_z)\qquad\text{其中}\ \delta x=0$$

或　　$$R(\tau,\ \Phi,\ \theta_y,\ \theta_z)$$

其中，y是，比如说，相应于水平横轴的变量，z相应于垂直轴，x相应于声源-接收器方向上的水平轴。

R和θ_x的关系可通过下式求得*：

$$\theta_x=\mathrm{arc}\ \ \sin(\sqrt{1-\sin\theta_y-\sin^2\theta_z})$$

5维相干函数可根据下列关系由4维函数计算出来*：

$\Gamma(\delta f,\delta t,\ \delta x,\ \delta y\ \delta z,)=$

$$=\iiiint R\ (\tau,\ \Phi,\ v,\ w)\exp\left[i2\pi\left(\tau\delta f+\Phi\delta t+v\delta y+w\delta z+\ \sqrt{\left(\frac{f}{c}\right)^2-v^2-w^2}\ \delta x\right)d\tau d\Phi dvdw\right.$$

广义散射函数R可看作是介质的模糊函数：若在坐标原点的源发射一个具有理想模糊函数(在时间-频率上)的信号，则由强指向性阵和高分辨力时间-频率处理器组成的、试图对源进行定位的接收器在距离-多卜勒-角度空间中看到的将是一团弥散的“云”，而不是一个点。在部分相干的情况中，接收器将看到被扩散的晕包围着的一个亮点(或图象上更复杂的“稳定部分”)。

三、单个变量的相干函数和散射函数

在经典理论中，相干性通常表示成单个变量的函数。

$\Gamma(\delta f)\equiv\Gamma(\delta f,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0)$是“频率相干性”或“双频相关函数”。它是多维相干函数沿δf轴(δt，δx，δy和δz都为0)的剖面图。

$\Gamma(\delta t)$的付氏变换是“时间扩展函数”$R_s(\tau)$。$R_s(\tau)$是四维广义散射函数在τ轴上的投影：

$$R_s(\tau)\equiv\iiint R(\tau,\Phi,\theta_y,\theta_z)d\Phi d\theta_y d\theta_z$$

若在原点发射一个狄拉克脉冲，则时间扩展函数$R_s(\tau)$就是在$\mathbf{r}$点接收到的脉冲响应$h(\tau)$的均方值：

$$R_s(\tau)=\langle h^2(\tau)\rangle$$

$R_s(\tau)$不应和散射函数沿τ轴的剖面图混淆，后者是

$$R(\tau,\ 0,\ 0,\ 0)$$

---

* 此式原文有误。——校注

其中，Φ，θ_y 和 θ_z 都等于 0*；其付氏变换将是相干函数在 δf 轴的投影（而不是剖面图），即：

$$R(\tau, 0, 0, 0) \rightleftarrows \iiint \Gamma(\delta f, \delta t, \delta y, \delta z) d(\delta t) d(\delta y) d(\delta z)$$

$R(\tau, 0, 0, 0)$（或其付氏变换）的直接测量与多维相干函数或散射函数的估值有关，因为它确实包含了整个变量空间中的相干性规律。

与此相类似：

$\Gamma(\delta t)$ 是时间相干函数，其付氏变换是"频率扩展函数" $R_s(\Phi)$，是 $R(\tau,\Phi,\theta_y,\theta_z)$ 在 Φ 轴的投影。

$\Gamma(\delta x)$，$\Gamma(\delta y)$ 和 $\Gamma(\delta z)$ 是空间相干函数，按照前面约定的坐标选择，它们分别对应于纵向、横向和垂直相干函数。它们的付氏变换分别是纵向、横向和垂直"空间频率扩展函数" $R_s(u)$、$R_s(v)$ 和 $R_s(w)$，即 R 在 u，v，w 轴上的投影。把这些函数表示成角度 θ_x，θ_y 和 θ_z 的函数时，可得到角度扩展函数 $R_s(\theta_x)$，$R_s(\theta_y)$ 和 $R_s(\theta_z)$。它们分别代表一个线阵在 x，y 或 z 方向会看到的介质的角度模糊函数。

对于一维相干或扩展函数并不是必须沿五个参考轴之一来观察它，也可以沿任一斜向来对其作鉴定。让我们设想，接收（或发射）点以常速 V 在 x-y 平面内运动，其方向与 x 轴交角为 β。当位于原点的点源发射频率为常数 f 的信号时，接收信号将是：

$$H'(t) = H(f, t, x_0 + Vt\cos\beta, y_0 + Vt\sin\beta, z_0)$$

而这个接收信号的时间相干函数将是多维相干函数 $\Gamma(\delta f, \delta t, \delta x, \delta y, \delta z)$ 的斜向剖面图：

$$\Gamma[H'(t)] = \Gamma(0, \delta t, V\cos\theta\delta t, V\sin\theta\delta t, 0)$$

$\Gamma[H'(t)]$ 的付氏变换将是接收信号的"频率扩展散射函数"，它是 $R(\tau, \Phi, u, v)$ 在 (τ, Φ, u, v) 空间中相应的斜向轴上的投影。

如果发射信号不是单频而是线性调频脉冲，那么，相干函数的"剖面"轴相对于 f 轴是斜向的，而散射函数的投影轴相对于 τ 轴也是斜向的。

四、WSSUS 条件有效性的局限

应用于广义时间-频率-空间随机信道的 WSSUS 条件可以用两种等价的方式表示：

（1）随机传递函数 $H_1(f, t, x, y, z)$ 对于它的任一变量应是广义平稳的。这意味着，它的自协方差函数只依赖于微分项 δf，δt，δx，δy，δz。因此有可能定义一个不依赖于 f，t，x，y，z 的自协方差函数 $\Gamma(\delta f, \delta t, \delta x, \delta y, \delta z)$，称为相干函数。

（2）从不同方向、不同频带或不同时延接收到的散射能量是不相关的。这个散射能量的互相关函数是：

$$\Delta(\delta\tau, \delta\Phi, \delta\theta_y, \delta\theta_z) R(\tau, \Phi, \theta_y, \theta_z)$$

其中，Δ 是狄拉克脉冲符号；$R(\tau, \Phi, \theta_y, \theta_z)$ 是散射函数。

很清楚，严格说来，这些条件不可能得到满足，其理由如下：

• 表征介质物理特性（海底不平整性、海面波浪、海水的温度微结构和海水湍流）的随机

*因此，$\theta_x = \pi/2$，而五维 R 沿 τ 轴的剖面图将具有不同的形式：$R(\tau, 0, \pi/2, 0, 0)$。——原注

特性不可能具有完全的空间均匀性和时间平稳性。

• 散射现象对于几何上的微小变化是非常敏感的。即使介质是均匀的和平稳的，H作为距离x和深度z的函数也不是平稳的，因为多途结构和每条声线对于海面和海底的掠射角将发生变化。

• 散射现象总是依赖于频率的。大多数情况下，它们受衍射效应支配，使传播规律呈现色散现象。甚至只是简单地考虑各维的情况，也能说明散射是依赖于频率的。（我们已经看到，沿不同轴的相干函数之间的关系是依赖于频率的。）

当过程是不平稳的时候，二阶统计量协方差函数依赖于坐标 f，t，x，y，z 和变化项 δf，δt，δx，δy，δz：

$$\Gamma(f, t, x, y, z, \delta f, \delta t, \delta x, \delta y, \delta z)$$

然而，平稳的概念仍能保留下来，只要过程的统计特性在时间、频率和空间上的变化足够慢，因而其协方差函数在 f 上的变化比在 δf 上慢得多，在 t 上变化比在 δt 上以及在 x 上变化比在 δx 上慢得多，等等。因此，有可能把 f，t，x，y，z 空间分成许多局部平稳的基本区域，在其中过程可看作是平稳的，这样就能定义相干函数和散射函数。

为此，下述条件必须成立，即："局部平稳区域"的尺度 Δf，Δt，Δx，Δy，Δz 比"有效相干的基本区域"(在其中，传递函数 H 的值是相关的)的相应尺度$(\delta f)_{(有效)}$，$(\delta t)_{(有效)}$，$(\delta x)_{(有效)}$等等大得多。

对于变量 f 而言，这个条件很少得到满足。实验结果和理论模型都指示出，H 对频率依赖关系的稳定性很少延伸到⅓倍频程以上，有时甚至更低。

为了使过程对于 f 是局部平稳的，有效频率相干尺度$(\delta f)_{(有效)}$必须很小，比如说只有1/100 倍频程。这意味着，时间扩展函数 $R_s(\tau)$将延长到周期的 100 倍以上。换句话说，⅓倍频程脉冲响应的时间-频率乘积必须很大。这个条件在浅海可能得到满足，尽管是很勉强的。它在深海中实际上从未得到实现。

如果过程对除 f 外的所有变量都是平稳的，那么散射函数的形式是：

$$R(\tau, \delta\tau, \Phi, u, v, w)$$

过程对于 τ 不再是非相干的。

非平稳性可能也会沿深度轴(z)出现，特别是在浅海中，这时作为深度函数的波长数可能不是很大。在这种情况中，δw 项将出现在散射函数中，这时对于把声场分解成基本平面波的原理要十分小心地应用。

五、无量纲相干函数和散射函数

正如前面已经说过的那样，所有的散射效应都依赖于频率：

• 频率扩展 $R(\Phi)$通常和 f 成正比，因为它和散射体的多卜勒有关[5,6]；

• 时间扩展 $R(\tau)$作为介质色散的结果通常随频率而减小；

• 角度扩展 $R(\theta_x)$等趋向于与 f 无关，这使 $u=f\sin\theta_x/c$，v 和 w 正比于 f。

这就很自然地导致使用无量纲变量 $\delta f/f$，$2\pi f\delta t$，$\frac{2\pi f}{c}\delta x$，$\frac{2\pi f}{c}\delta y$，$\frac{2\pi f}{c}\delta z$。因此，相干函

数用这些无量纲变量来表示将成为：

$$\Gamma\left(\delta f/f, 2\pi f\delta t, \frac{2\pi f}{c}\delta x,\ \frac{2\pi f}{c}\delta y,\ \frac{2\pi f}{c}\delta z\right)$$

Γ 相对于这些无量纲变量的付氏变换将是：

$$R(\eta,\ \xi,\ \alpha_x, \alpha_y,\ \alpha_z)$$

其中，$\alpha_x=\sin\theta_x$，$\alpha_y=\sin\theta_y$，$\alpha_z=\sin\theta_z$。

变量 η 是一个“时间扩展算子”，表示以发射波周期为单位的时间延迟；$\xi=\Phi/f$ 是一个“多卜勒扩展变量”（频率扩展除以中心频率）。

如果 Γ 和 R 只依赖于这些无量纲变量，则我们可以说，过程在无量纲空间中是 WSSUS 过程。这样一个过程将是色散的，因为时间扩展反比于 f，而多卜勒估值的模糊将由于 $\xi=\Phi/f$ 而与 f 无关[5,6]。

六、沿各个轴的相干因子

可能会有这样的情况，即传递函数可以分解成一些函数的和，其中有些函数不是与所有的变量都有关。例如，浅海信道模型可能取如下形式：

$$H=H_0+H_1(f,x,z)+H_2(f,x,y,z)+H_3(f,t,x,y,z)$$

其中，H_0 代表过程的相干部分；H_1 是多途的结果（与 t 和 y 无关）；H_2 与海底散射有关（独立于 t）；H_3 依赖于 5 个变量，与海面波浪散射相联系。

H 对于各个变量的平均值（沿一给定参考轴对其作平均计算）将不是相同的：

$$\int_{f_0}^{f_0+\Delta f} H df/\Delta f=H_0$$

$$\int H dt/\Delta t=H_0+H_1(f,x,z)+H_2(f,x,y,z)$$

$$\int H dt/\Delta x=H_0$$

$$\int H dy/\Delta y=H_0+H_1(f,x,z)$$

$$\int H dz/\Delta z=H_0$$

因此，对于各个不同的参考轴，相干因子将是不同的：

$$\gamma_f=\gamma_x=\gamma_z=\gamma=\frac{H_0^2}{\langle H^2\rangle};\quad \gamma_t=\frac{H_0^2+\langle H_1^2\rangle+\langle H_2^2\rangle}{\langle H^2\rangle},$$

$$\gamma_y=\frac{H_0^2+\langle H_1^2\rangle}{\langle H^2\rangle}$$

对于所有的斜向轴，相干因子也将等于 γ。

这样，t 轴和 y 轴，相对于所有其它方向而言，提供了一种独特的性质，即具有较高的相干因子。我们称它们为“部分不变性”方向。

用相应的变量作某些积分时，必须十分小心。

七、广义相干函数的直接估计方法

传递函数 H(f, t, x, y, z)可以看作是随机过程的一种特殊的实现。把各态历经概念和平稳性概念联系起来后，广义多维相干函数可用有限积分来估计：

$$\Gamma(\delta f, \delta t, \delta x, \delta y, \delta z) \approx \frac{1}{A}\iiiint\!\!\!\int_A H\ (f,t,x,y,z)\ H^*(f+\delta f,t+\delta t,x+\delta x,y+\delta y,z+\delta z)\,df dt dx dy dz$$

积分区域 A 必须满足两个条件：

(1) 为了给出在统计上有意义的平均，它必须足够大，以包含数目充分多的统计独立相干区域(其尺度是(δf)(有效)，(δt)(有效)，(δx)(有效)等等)。

(2) 它必须被包含在一个局部平稳的基本区域内。

在这个区域 A 确定之后，必须测量包含在 $A+\delta A$ 区域内的函数 H 的样本，其中 δA 要考虑 $\delta t, \delta f$ 等的最大可能偏差。(这里，我们不考虑由不确定性原理所带来的在测量作为 f 和 t 的函数的 H 时精度受到限制的困难。克服这一困难的方法在散射函数的经典理论中是为人们所熟知的。)

然而，积分区域并不是必须扩展到所有五个变量。积分甚至可对单个变量进行，因此区域 A 可简化为一个直线段。作为一个例子，让我们取 f 作为积分变量：

$$\Gamma(\delta f,\delta t,\delta x,\delta y,\delta z) \approx$$

$$\frac{1}{f_2-f_1}\int_{f_1}^{f_2} H(f,t,x,y,z)H^*(f+\delta f,t+\delta t,x+\delta x,y+\delta y,z+\delta z)df$$

只要下述条件得到满足，这个估值就是有效的：

(1) 所取的积分变量不能对应“部分不变”轴，即：如果过程可以象第六节中那样分解，那么不能用变量 t 或 y，但是可以选择 f, x, z 或对应于多维空间中的斜向轴的任意变量。

(2) 积分区间 f_2-f_1 必须比频率相干距离$(\delta f)_{有效}$大得多。

(3) 过程在区间 f_2-f_1 内对于 f 必须是平稳的。

条件(2)和(3)只有在过程对于 f 呈局部平稳时才能同时满足。

实现上述方法的实际实验步骤如下：

一个点源在一些离散的时间间隔内发射一个宽带信号(理想情况是一狄拉克脉冲)。信号由一系列分布在二维或三维阵上的点状水听器接收（在平面波分解的假设前提下二维就足够了)。

每个水听器从每一次发射接收到的信号的付氏变换表示了对于特定的发射时间 t_p 和特定的水听器 m 的坐标、作为 f 的连续函数的传递函数 $H_{pm}(f,t_p,x_m,y_m,z_m)$。计算积分：

$$\frac{1}{f_2-f_1}\int_{f_1}^{f_2}H_{pm}(f,t_p,x_m,y_m,z_m)H_{qn}^*(f+\delta f,t_q,x_n,y_n,z_n)df。$$

对于相应于不同发射时间和不同水听器位置的任意一对信号，上述积分给出对应于特定的$(\delta t)_{pq}=t_q-t_p$，$(\delta x)_{mn}=x_n-x_m$等等和选定的δf值的$\Gamma(\delta f,\delta t,\delta x,\delta y,\delta z)$的估值。

把所有的信号两两取出，对于所有可能形成的对和对于不同的δf值，重复上述计算，就能逐点给出函数Γ的估值。在δt，δx，δy，δz空间中点的分布的确定和规则性取决于水听器数目及其在阵中的几何分布以及发射脉冲在时间轴上的数目和分布。对于较小的水听器数和脉冲数，空间和时间上的几何间距以均匀分布为宜。

这个方法的一个有趣的方面是，接收阵沿x，y，z的尺寸和发射脉冲系列的总持续时间必须恰好超过沿相应轴的有效相干距离$(\delta x)_{(有效)}$，$(\delta y)_{(有效)}$，$(\delta z)_{(有效)}$，$(\delta t)_{(有效)}$。沿选定来实行积分的变量轴(在此情况中为f)所取的样本是唯一的一个必须有较大变化范围的量，该变化范围必须比沿同一轴的有效相干距离大得多。

若选定另一个变量来实行积分，例如选距离x或深度z，则发射信号在频率上可以窄得多(刚刚超过$(\delta f)_{(有效)}$)，但是阵的尺寸沿x或z必须大得多。这样大的阵并不需要实际建造，而可以通过沿距离x或深度z拖曳一个较小的阵(或者拖曳声源也一样)来合成。在这种情况下，积分沿t—x(或t—z)平面中的一个斜向轴进行。

广义散射函数$R(\tau,\Phi,\theta_y,\theta_z)$可通过计算相干函数的付氏变换而得到。

由此可得到多维形式的相干函数或散射函数的直接估值，但是它要求进行极其大量的处理，而这只有利用有大型接收阵的固定实验装置、稳定的发射台和强有力的信号处理设施才能实现。

八、一维相干函数和散射函数的估计

在大多数情况中，实验方法将限于分别求单个变量相干函数的估值：$\Gamma(\delta f,0,0,0,0)$，$\Gamma(0,\delta t,0,0,0)$等。相应的实验要简单得多，但是原理仍是相同的。作为一个例子，让我们考虑横向相干函数$\Gamma(0,0,0,\delta y,0)\equiv\Gamma(\delta y)$的估值：

$$\Gamma(\delta y)\approx\int_A H(f,t,x,y,z)H^*(f,t,x,y+\delta y,z)\,dfdtdxdydz$$

积分区域A必须包含大量的统计独立相干区域，但必须包括在局部平稳区域的限度内。

这里，积分区域再一次不必延伸到五个变量。积分可以沿单个变量进行。这时，依赖于所选取的积分变量，必须考虑两类情况：

a. 积分变量与要测量的相干函数中的变量相同(在此例中为y)

$$\Gamma(\delta y)\approx\frac{1}{y_2-y_1}\int_{y_1}^{y_2}H(f,t,x,y,z)H^*(f,t,x,y+\delta y,z)dy$$

基于这一原理的实验方法要求有一在y方向的线阵。这个阵必须比有效相干距离$(\delta y)_{(有效)}$长得多。

位于原点的点源发射出频率为f的单频信号，接收阵的第k个阵元接收到的信号是

$H_k exp(i2\pi ft)$。若 δy_0 是两个相邻阵元的间距，则 $\Gamma(\delta y)$ 的估值将是：

$$\Gamma(m\delta y_0)=\frac{1}{N-m}\sum_{k=1}^{N-m}H_k\cdot H_{k+m}^*$$

δy_0 必须小于有效相干长度 δy，以便能在 δy 上有足够的精度来描述 $\Gamma(\delta y)$。

很清楚，接收阵必须是一个直线，其精度应比一个波长小很多。因此，这个方法要求有一个长直线阵，它有大量的独立阵元。这样一个基阵的处理可用另一方式考虑：在许多不同的方向 θ_y(相对于阵的垂直方向)形成阵的波束，并测量接收能量 $D(\theta_y)$ 作为 θ_y 的函数关系。这样可测得角度散射函数，它是 $\Gamma(2\pi f\delta y/c)$ 的付氏变换。

b. 积分变量可以与被测相干函数的变量不相同

例如，$\Gamma(\delta y)$ 的估计可以通过沿变量 f 取平均来得到：

$$\Gamma(\delta y)\approx\frac{1}{f_2-f_1}\int_{f_1}^{f_2}H(f,t,x,y,z)H^*(f,t,x,y+\delta y,z)\,df$$

在这种情况中，原点的点源必须发射宽带信号，理想情况下是狄拉克脉冲，可用爆炸声来近似。所产生的脉冲响应由一横向线阵的水听器来接收。该阵的尺寸恰好比有效相干距离 $(\delta y)_{(有效)}$ 稍大些，阵元间距的安排要求能覆盖合适的间隔范围以正确描述 $\Gamma(\delta y)$。

设 $h(\tau,y_m)$ 是接收阵中坐标(沿 y 轴)为 y_m 的第 m 个水听器接收到的脉冲响应；$h(\tau,y_n)$ 是第 n 个水听器接收的脉冲响应。(在此例中，t，x，z 是常数，可不考虑。) h 是函数 H 的付氏变换。我们可将 $\Gamma(\delta y)$ 写成：

$$\Gamma(y_m-y_n)\approx\frac{1}{f_2-f_1}\iint_{-\infty}^{+\infty}\int_{f_1}^{f_2}h(\tau,y_m)h(\tau+\delta\tau,y_n)\exp(i2\pi f\delta\tau)\,d\tau\,d(\delta\tau)\,df$$

在上述积分中，首先对 τ，然后对 δf，最后对 f 依次作积分，这对应于下列信号处理运算：

(1) 求两个单个水听器 m 和 n 接收到的脉冲响应的互相关，它是 $\delta\tau$ 的函数：$\rho_{mn}(\delta\tau)$。

(2) 对 $\rho_{mn}(\delta\tau)$ 作付氏变换，得到互谱 $g_{mn}(f)$，它是 f 的复函数。

(3) 对互谱 $g_{mn}(f)$ 沿变量 f 在区间 f_2-f_1 内作积分平均，其结果是一个复数 $C_{mn}\exp(i\phi_{mn})$，它代表了沿两水听器(其相应间距为 δy_{mn})连线轴对 $\Gamma(\delta y_{mn})$ 的估值。

(4) 相位项 ϕ_{mn} 将被舍去，因为，根据对称性应认为，沿垂直于传播方向的轴的相干函数为纯实数，因此只保留幅度项 C_{mn}。事实上，引起相位项(如果它确实存在的话)的原因是两水听器的连线没有精确地与 y 轴重合，因而不是精确地垂直于传播方向。只要二者的夹角比较小，这个偏差实际上不影响幅度项 C_{mn}。

对应于水听器对的所有间距 $(\delta y)_{mn}$ 计算 C 的值，就可逐点构成整个相干函数 $\Gamma(\delta y)$。

很清楚，上述两种方法要求过程在 y 和 f 方向都是局部平稳的。

在方法 b 中，检验 y 方向的平稳性只能通过对于阵沿 y 轴方向的不同位置重复做实验才能作到。

检验过程对 f 的平稳性可以通过对接收脉冲响应施行某些测试来进行：

• 经带通滤波的脉冲响应的时间-频率乘积应该很大。

• 经滤波的脉冲响应的自相关函数不应比带通滤波器脉冲响应大。(如果不是这样，则非相关散射条件对于变量 τ 就不成立。)

对于能从接收信号获得的所有基本频带(实际上对所有⅓倍频程)将重复进行处理，因而给出依赖于频率的 δy 的相干函数：$\Gamma(f, \delta y)$。

正如第四节中已提到的那样，在大多数情况中，对于变量 f 的平稳性条件是不满足的。在这种情况下，上述方法的应用将导致在对数量不充足的统计独立相干区域进行平均的基础上对函数 $\Gamma(f, \delta y)$ 作估计。(实际上这意味着，⅓倍频程过滤的脉冲响应的时间-频率乘积不是足够大。)

这样，得到的 $\Gamma(f, \delta y)$ 估值起伏很大。如果测量在几个倍频程频带内进行，则这些起伏可以通过下述办法来减小，即把 Γ 表示为无量纲变量 $\frac{2\pi f}{c}\delta y$ 的函数：

$$\Gamma\left(f, \frac{2\pi f}{c}\delta y\right)$$

它的付氏变换是角度扩展函数：

$$R\ (f, \theta_y)$$

然后，对这两个表示式中的一个沿变量 f 作平滑。

正如第五节已提到的，过程趋向于，对于无量纲变量 $\left(\text{如}\frac{2\pi f}{c}\delta y\right)$，其平稳性比对于原来的函数（如 δy）要强些。如果过程可看作在无量纲空间中满足 WSSUS，则 Γ 和R作为 $\frac{2\pi f}{c}\delta y$ 或 θ_y 的函数的表示式将变得与 f 无关。

上述沿 y 轴估计相干函数的方法的推导(可沿 y 轴本身或沿另一轴，如 f 轴，作积分平均处理)可以很容易地转换成寻找沿空间-时间-频率空间其它轴（包括斜向轴）来估计相干函数的方法。

九、结　　论

我们相信，多维空间-频率-时间形式的广义相干函数和广义散射函数是解决随机介质中(这种随机介质中的远程声场具有小尺度的随机结构)的全部信号处理问题所必需的工具。

对这些多维函数作实验估计在原理上是可以作到的，但是需要一些高水平的设备和处理设施，因此实际上只能在非常特殊和有限的条件下作为一种练习来进行。

与此相反，对一维扩展或散射函数(它们是上述函数沿不同轴的剖面图或投影)作实验估计要容易得多。

由这些剖面图和投影重新构成多维函数有某种实际困难，因为这些函数在多变量空间中的结构可能是相当奇特的，而且通常是“不可分”的。获得这些多维函数的正确表示式的唯一机会是把适当数量的实验研究与理论研究联系起来，后者能描述这些函数作为介质统计特性的函数的一般形式。

平稳性假设通常是在作估值之前事先假定的，因此要很仔细地验证它。当在实际介质中

不能证实它成立时，可能必须用更现实的假设来取代它。

参 考 文 献

[1] LAVAL (R). "Sound Propagation Effects on Signal Processing." Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Signal Processing, 1973.

[2] HOVEM (J. M.) "Resolution Limitations of a Random Inhomogeneous Medium." Saclantcen TR 214, 1973.

[3] ELLINTHORPE (A. W), NUTTAL (A. H). "Theoretical and Empirical Results on the Characterisation of Undersea Acoustic Channels." lst Annual Communication, IEEE Convention, Boulder, June 1965.

[4] SOSTRAND (K. A). "Measurements of Coherence and Stability of Underwater Acoustic Transmission." Proceeding of NATO Advanced Study Institute on Signal Processing. Enschede, 1968.

[5] JOURDAIN (G). "Espérance d'ambiguité dans le cas où l'écho subit une compression de temps vis-à-vis de l'émission." Annales Télécommunications, 28, n.1-2, Jan.-Feb. 1971.

[6] JOURDAIN (G). "Caractérisation d'un milieu de transmission variable par un modèle de FAPV." Annales Télécommunications, Sept.-Oct. 1973.

（徐为方译 黄曾旸校）