

# 基阵处理辅助传播模型设计

H. Mermoz

(法国海军水声研究所)

## 一、引言

通常，传播模型专家们和阵处理的专家们愿意协同工作，以试图改进其特殊的技术，也就是：

——改进声场的表示方法以便预测由 S 点的源在 P 点产生的声场值。

——使空间处理更细致化以便鉴别不同的信号源，并且确定它们各自的信号及位置。

本文打算给出一些线索来提高这两种技术间相互作用的效果，并且在很高的实时计算能力的基础上，建议一种运用更有力的“成像”处理的方法。

我们这儿只限于讨论发射独立噪声的离散噪声源的情况。

## 二、一个源情况下的相关矩阵

考虑一个处在介质中的有 N 个传感器的阵，所处的介质在时间上慢慢地起伏。这儿的“慢”意味着其时间常数 T 比有用的频带宽度的倒数大得多。在这些条件下，我们可以以足够的实时计算能力，描绘传感器输出的 N 个谱密度和每对传感器间的  $N(N-1)/2$  个互谱密度。这样，我们得到了在频率域内相关矩阵的短时间估值。这项估值在大约等于 T 的时间延迟间隔内是有效的。然后，需要由一个新的估值来更新。继续作计算，我们可以得到慢慢起伏的相关矩阵。

只要介质中只有一个信号源，无论起伏怎样，预期相关矩阵的秩仍保持为 1。或者说，在任何频率，与其它本征值比较只有一个本征值很大。当然，这就要假定，从源到传感器的不同声线之间有某种“短时间”的完全相干性。

如果这点成立，则通过继续求矩阵的秩，我们可对一个声源的存在进行检验。实际上，假如我们能提供所需的计算能力，就必须很快地计算在任意频率上矩阵的所有本征值。如果在缓慢的起伏过程中，只有一个本征值有效，那么就很清楚，只有一个源存在。此结果与传播模型是无关系的，也就是与介质结构无关，这点和下面的结果一样。

非零本征值，作为频率的函数，代表了源的谱密度（更精确地说，是从阵得到的视在谱

\*原文题目：“Complementarity of Propagation Model with Array Processing.”

密度，真正的谱密度像源本身一样是得不到的)。

另外还可以证明，所有关于源位置的信息包含在和 nonzero 本征值相联系的归一化本征矢量中。这个矢量是由  $N$  个复分量组成的，后者可由矩阵的快速处理得到。

### 三、模 型

现在，我们必须使用这个矢量，来试图发现源的位置。很明显，这要依赖于传播模型。模型实际上是从源到传感器的传递函数的表示式，正如它们是由整个介质结构形成的一样。因此，这是一组  $N$  个缓慢变化的滤波器。假定它们的频率响应在时间延迟  $T$  范围内是有效的，我们在频率域内就有了一个矢量。基本上，这个矢量的分量是源的未知位置（三维坐标）和描述介质的所有参数的已知函数。在这些函数中，有一些是我们熟知的，可以以相当精确的方法用数值表示出来，我们不再提及它们。其它一些参数很难外推或完全不知道（尤其是在实时情况下）。

模型设计者担心后一种情况，他们致力于在模型中消除这些不可靠的参数或用粗略的数值估计代表它们。这导致了过份简单化的模型，不能代表真实的情况；或者是每种可能情况的“平均值”的模型，它有极大的离散，以致于对于任何实际出现的情况都很难是有意义的。和这些作法相反，我们需要带有许多物理参数的自由度较大的模型，只要我们能总是给出这些参数的正确值。

另一方面，阵处理专家们通常不大愿意完全使用在阵的输出端提供给他们的  $N$  维空间。

### 四、一个源的情况：饱和模型

让我们试着把每件事联在一起，并设计一个有一组  $p$  个数值未知的参数(总体由  $P$  表示)的模型。现在，模型是个  $N$  维的复矢量，它依赖于(不再提及频率)，

——由  $m$  代表的源位置； $m$  表示三个座标

——由  $P$  代表的一组  $p$  个未知参数

即  $Z(m, P)$

在一个源的情况下，除任意相位外，这个矢量恰巧等于相关矩阵的本征矢量（与 nonzero 本征值相联系）。

它可表示为：

$$Z(m, P) = E \exp\{i\alpha\}$$

这里， $Z$  是未知参数  $m$  和  $P$  的一组  $N$  个已知函数； $E$  是从矩阵计算出来的已知本征矢量， $\alpha$  是一个任意相位。

上述关系代表了有  $p+4$  个未知参数的  $N$  个标量方程，原则上对于下述情况它是可解的：

$$N = p + 4$$

这意味着  $p$  最大可为  $N-4$ 。如果我们设想有一个传感器数多于 10 的阵，我们就可提供具有  $(N-4)$  个未知参数的“饱和”模型，这些未知参数的值和源的座标一样，可在实际中由阵

处理得到。

换句话说，有自由度大的阵我们就可提供自由度大的模型，那怕在刚开始时一无所知。这样一个模型很可能代表了真正的介质（甚至是起伏的介质，因为一些参数可以在时间上起伏）。

## 五、两个源的情况

当几个源在介质中同时出现时，情况有一点儿不同，但仍能得出普遍结论。两个源的情况对于解决在相关矩阵中它们的互作用是重要的。

要记住，已假设两个源发射独立的噪声。因此，在传感器输出端测量的相关矩阵的秩为 2，阵处理计算出两个非零本征值和两个有关的正交本征矢量。遗憾的是，我们不能把第一个量指定为对应于源 1，把第 2 个指定对应于源 2。两个源对两个本征值与矢量都有贡献。

仔细观察一下，只用相关矩阵，我们能在多大程度上辨别两个信号源。情况可概述如下：一个源的所有特性可被总结在一个“源矢量”内：

$$\mathbf{V} = \mathbf{d}^{\dagger} \mathbf{U}$$

其中， $\mathbf{d}$  是谱密度（视在）， $\mathbf{U}$  是归一化矢量，由在源和传感器之间“插入的”滤波器的频率响应构成，这些滤波器反映了介质的特性。

因而问题实际是：我们能否从矩阵推导出  $\mathbf{V}_1$  和  $\mathbf{V}_2$ ？回答是：“不完全能”。

更精确地讲，源矢量  $\mathbf{V}_1$  和  $\mathbf{V}_2$  当然是在  $N$  维复空间内，并且实际上位于两个已知本征矢量的“平面”内。进一步，我们可以在此平面内，利用本征矢量来推出它们的四个分量之间的三个关系式。但最后，我们还是缺少一个方程来完全确定  $\mathbf{V}_1$  和  $\mathbf{V}_2$ 。然而，这意味着有可能将  $\mathbf{V}_1$  和  $\mathbf{V}_2$  表示成一个未知的、经很好选择的参数  $P$  的已知函数。但这是我们利用矩阵所能走的最远一步，剩下的问题是解决矩阵矢量  $\mathbf{V}_1(P)$  和  $\mathbf{V}_2(P)$ 。

现在，模型又是怎样的呢？基本上，模型给出矢量  $\mathbf{U}$  作为未知参数  $m$  和  $P$  的已知函数的表示式。

使模型矢量和矩阵矢量相等，我们得到两个矢量方程，即有下列未知参数的  $2N$  个标量关系式：

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{d}_1)^{\dagger} \exp(i\alpha) \\ (\mathbf{d}_2)^{\dagger} \exp(i\beta) \end{aligned} \right\} \alpha \text{ 和 } \beta \text{ 是任意相位}$$

$m_1$ : 3 个座标  
 $m_2$ : 3 个座标  
 $P$ :  $p$  个参数  
 $p$ : 1 个参数

总共有  $p+9$  个参数。

当  $2N=p+9$  时，系统可解。也就是说， $p$  最大可为  $2N-9$ 。

与一个信号源的情况 ( $p=N-4$ ) 相比较，现在我们可以在“饱和模型”中提供  $2N-9$  个“自由”参数。

这样，有  $(N-5)$  个自由参数的纯增益，这对于传感器的实际数在 10 到 100 之间的情况

是很有意义的。

## 六、多于两个源的情况

这些结果能很容易地被推广。对于 $N$ 个传感器和几个信号源,在饱和模型中我们能提供,

$$p = n \left[ N - \frac{n+1}{2} \right] \text{个自由参数。}$$

然而,这个关系式不能作为对“阵+模型”系统自由度的精确计算,而只能作为粗略的估算。还可增加其它条件,例如,在任何频率上一些参数(坐标)必须是实的。

看来,对于给定的 $N$ ,当越来越多的声源“照射”介质时,模型的自由参数可以越来越多,直到受 $N$ 本身限制。在此限制内,阵可以通过参数 $P$ 的解来分辨源和“描述”介质。这是使模型和阵相关联的一种方法。很清楚,同样原理也可应用在声源位置完全已知的纯试验模型中。用两个源,我们可以提供 $(2N-3)$ 个自由参数来描述介质。

有必要记住,所有这些计算工作应在几种频率上进行,这能帮助解决源位置上可能发生的模糊。

## 七、结 论

本文对于利用相关矩阵的实时计算和解(本征矢量和本征值)获取有用知识的广泛可能性作了过于简单的介绍。本文有助于了解,如何使带未知参数的传播模型的自由度增加,从而只需依赖模型的普遍结构。文中叙述了充分利用由一个有 $N$ 个传感器的基阵提供的 $N$ 维空间的全部容量的一种方法。这也是一种把源“显象”的途径(指示位置和谱密度)。同时它还是通过一组先验未知参数(不管它们随频率变化或随时间起伏的方式如何)部分地描述介质的途径。

### 参 考 文 献

- [1] H. Mermoz, “Imagerie, corrélation et modèles”, Annales des Télécommunications 31 (1-2), 1976.

(王安南译 徐为方校)