声波从分层海底的反射

Homer P. Bucker 和 Halcyon E. Morris

美国海军水下中心，圣地亚哥，加里福尼亚 92132

1. 引　　言

本文检验了水平分层海底与声能的相互作用怎样影响声纳系统的理论。在与主动声纳有关的频率上(～2.5 到 15 仟赫)，不管海底是否是沉积物，理论已经很好掌握，这是因为我们仅仅处理上面十米左右的沉积层，它多半有些变化。

在处理主动声纳问题中我们总是如图(1)所示那样应用声线理论，声场是由从声源到接收器的那些声线的贡献所构成，在图(1)的右方我们标出了两根邻近的声线，它们用括弧括着在距离 r 处的接收器，因此在从声源到接收器的这些声线之中的某处存在着一根本征声线，称作为第 n 号本征声线。声线的振幅为 A_n，相位为 θ_n。在方程式中那些在图上不确定的项是反射系数R、角频率 ω，声速V，沿着声线的路径长度 dl 以及声线碰到散焦面的次数m，很清楚，沉积层与声场的作用是通过海底反射系数来实现的，它是一个复数。由声线携带的声压下降一个因子，这个因子等于R的模，而声线的相位则随R的幅角而增加，在实验中我们可以测量 A_n 并由 A_n 的方程式来确定 $|R|$。

本文中我们定义R为平面波反射系数，作为学院式的兴趣，我们应该真的使用球面波反射系数来讨论，此事讨论在本文的附录A中。可以说在高频情况下平面波和球面波的反射系数基本上是一样的。对于低频情况声线理论是不适用的，并且我们不能把声分离为若干有确定轨迹的射束。正如附录A所指出的那样我们可以用平面波反射系数R来描写在任意频率上的入射和海底反射声场。

低频计算所要求的波动理论表达式的简正波形式由图(2)表示 (Bucker 1970)，声源在深度 z_o，距离零处，而接收器则在深度 z 以及距离 r 处，深度函数 u 是波动方式的 z 分离部分的线性独立解之和，k 为水平波数。k_n 是 k 的那些数值，在这些数值上 u 满足边界条件。认为靠近海底的水具有不变的声速 V_b，那么层的 z 分量解可以写为向下传播的平面波 $\exp(il_bz)$ 以及向上传播的平面波 $\exp(-il_bz)$乘上平面波反射系数R。l_b 为垂直波数，我们可以由要求在深度 z_p 处的通常的边界条件来寻找系数A和B的值。这就是声压($\rho\partial u/\partial t$)和质点速度的垂直分量($\partial u/\partial z$)应是连续函数。我们解这两个方程并取 $z_p \to z_b$ 的极限就可得数值A和B，如图(3)所示。应该指出当 $z_p \to z_b$ 时等速层已不作考虑，虽然在解A和B时仍保留R。

在处理模型前应指出，当建造主动声纳系统时我们有时对瞬态现象感兴趣并且要知道海底的时变响应。此处我们将并不涉及这些概念但建议你去参看这儿的 SACLANT 中心 Ole Hastrup 的一系列卓越的文章。我们将集中于平面波正弦解，其实球面波可以由平面波迭加

而成，瞬态信号可以由正弦信号迭加而成。

2. 平面波反射系数

A. 液体模型

海底沉积层的最简单的模型是瑞利模型(Officer, 1958)，沉积层可由液体半空间来代替，在图(4)中我们有速度势函数 $\phi(z_1)$，$(-\infty<z_1\leqslant 0)$它是向下平面波 $\exp i\,(l_0z_1+kx-\omega t)$和向上反射平面波 $R\exp i\,(-l_0z_1+kx-\omega t)$之和，此处 k 为水平波数，$k=(\omega/V_0)\cos\gamma_0$，式中 ω 为角频率，V_0 是在水的半空间中的声速，而 γ_0 为入射和反射波的掠射角。同样，l_0 是垂直波数，$l_0=(\omega/V_0)\sin\gamma_0$，以及 R 是平面波反射系数。在沉积层半空间，速度势函数 $\phi(z_1)$ $(0\leqslant z_1<\infty)$ 代表向下平面波 $T\exp i\,(l_1z_1+kx-\omega t)$，此处T为透射系数，$l_1$ 由方程式 $l_1^2=(\omega/V_1)^2-k^2$ 确定，式中 V_1 为沉积层半空间中的声速。为满足索末菲辐射条件，l_1 取落在复平面第一象限内的 l_1^2 的根。

现在我们可以由要求声压(等于 $\rho(\partial\phi/\partial t)$，此处 ρ 为密度)和质点速度的垂直分量 (等于 $\partial\phi/\partial z$) 在 $z_1=0$ 的交界面上连续来计算R(如果需要的话也可以计算T)，解这两个对R的方程式就可得到熟悉的瑞利反射系数。

$$R=(\rho_1l_0-\rho_0l_1)/(\rho_1l_0+\rho_0l_1)$$

此处 ρ_0 和 ρ_1 分别是水半空间和沉积层半空间的密度。

若沉积层声速比水中声速大，那么对于掠射角小于或等于由方程式 $\cos\gamma_{0c}=V_0/V_1$ 确定的临界角 γ_{0c}，不存在海底损失，即 $R=1$。如图(5)所示，当 γ_0 从 0 到 γ_{0c} 变化时，相移从 $-180°$变化到 0°，在这里我们将R的模，相移(即R的幅角)和海底损失 (即 $-20\log10\,[\mathrm{mod}(R)]$)画成为掠射角的函数的图形，所举的例相应于海密尔顿(Hamilton) 表格中的大陆架粗砂(海密尔顿 1974_a)，V_1/V_0 的值为 1.201，相应临界角为 33.6°，ρ_1/ρ_0 的值为 2.034。

若沉积层声速比水中声速小，则对小掠角时，其损失大得多，在由方程式 $\cos^2\gamma_0=[(\rho_0V_0)^2-(\rho_1V_1)^2]/[(\rho_0V_1)^2-(\rho_1V_1)^2]$确定的全透射角 γ_{01} 上，R为零，或者说所有的声能量都透入沉积层半空间，对 $\gamma_0<\gamma_{01}$ 相移等于 $-180°$，对 $\gamma_0>\gamma_{01}$ 相移突然变到 0°。

Fray 与 Raitt(Fry and Raitt 1961)对深海太平洋沉积层测量过这种相移，利用已知的密度值能够确定靠近海底沉积层的声速。

图(6)标出与大陆架淤泥—粘土相应的低速海底的R的模，相移，和海底损失，沉积层—水的声速比是 0.994，沉积层—水的密度比是 1.421，此时全透射角为 6.3°。

可以用一种模式来描述沉积层的衰减效应，即由下式修正对于 l_1^2 的方程式：

$$l_1^2=[(\omega/V_1)+i\alpha_1/8.686]^2-k^2$$

其中 α_1 为沉积层中单位长度上的声波衰减分贝数。对于几个不同的 α_1 值在沉积层声速比水中声速大的情况下，图(7)给出了海底损失作为 γ_0 的函数的曲线。海密尔顿(1972, 1974)导出了一个简单的与沉积层的多孔性和频率有关系的经验公式。

图(8)指出了低速海底增大吸收的效能，基本效能是海底损失曲线在全透射角上峰值的变动。

B. 固体模型

海底的液体模型可以用来作粗糙的计算，但是我们知道沉积物有其硬度，因此在作精确

的计算时必须考虑这一点，可以用三个沉积物参数来描写各向同性的沉积层(如图(9)那样)，即密度 ρ 以及两个拉曼常数 λ 和 μ，(Ewing, Jardetsky 和 Press, 1957)密度可以直接测量而 λ 和 μ 可通过在沉积层中传播的压缩波和切变波的速度与衰减来确定。它们由两个方程式联系着(Bucker 等 1965)

$$(\lambda+2\mu)=\rho(x_p^2-y_p^2-i\,2x_py_p)/(x_p^2+y_p^2)^2$$

$$\mu=\rho(x_s^2-y_s^2-i\,2x_sy_s)/(x_s^2+y_s^2)^2$$

其中 λ 和 μ 为拉曼常数，ρ 是密度，$x_p=1.0/V_p$，$y_p=\alpha_p/(8.686\omega)$，$x_s=1.0/V_s$，$y_s=\alpha_s/(8.686\omega)$，$v_P$ 和 v_S 分别为压缩波和切变波的波速，而 α_P 和 α_S 为压缩波和切变波的衰减(每单位长度分贝数)，给出了 V_p，V_s，α_p 和 α_s 后我们就可直接解出 λ 和 μ。如果我们不知道 α_s，那么可以用 V_p，V_s 和 α_p 以及假设体积粘滞度等于零来求解 λ 和 μ(即 $\mathrm{Im}(\lambda)+(2/3)\mathrm{Im}(\mu)=0$)。若 V_s 或 α_s 未知，那么我们假设体积粘滞度为零，并预估硬度值(我们定义硬度 $\gamma=\mathrm{Re}(\mu)/\mathrm{Re}(\lambda)$)，然后求解 λ 和 μ。图(10)表示平面波从固体半空间的反射，平面压缩波以掠射角 γ_o 入射到交界面上，在水中有一个反射波，而在固体中则有一个压缩波和一个垂直偏振的切变波。这里指出一点，为了与地球物理刊物一致起见符号上作了些小的更改，以前我们陈述问题时使用水平波数 k 和垂首波数 l，现在则使用水平相速度 c ($c=\omega/k$)以及参数 γ_α，它等于 l 被 k 除，为求解三个未知数 R，T_p 与 T_s，我们要求下面三个边界条件：(i)压力连续性，(ii)质点垂直运动连续性以及(iii)在接近水的固体上，x 方向上的应力等于零，解这些界面方程式可得到对 R 的熟知表达式

$$R=(q-1)/(q+1)$$

此处 $q=\rho_1\gamma_{\alpha o}[(\gamma_1-1)^2+\gamma_1\gamma_{B1}\gamma_{\alpha 1}]/(\rho_o\gamma_{\alpha 1})$

其中 ρ_o 和 ρ_1 分别为水和固体的密度，而其余的量则定义如下：

$$\gamma_{\alpha o}=[(c/V_o)^2-1]^{1/2}$$

$$\gamma_{\alpha 1}=[\rho_1c^2/(\lambda_1+2\mu_1)-1]^{1/2}$$

$$\gamma_{B1}=[\rho_1c^2/\mu_1-1]^{1/2}$$

$\gamma_1=2\mu_1/(\rho_1c^2)$，以及 $c=\omega/k$

选取使得 $\gamma_{\alpha o}$，$\gamma_{\alpha 1}$ 和 γ_{B1} 落在复平面第一象限内的那些根。

在图(11)中画出海底损失，相位和 R 的模等作为掠射角函数的曲线，图中比值 ρ_1/ρ_o，V_r/V_o 以及 V_{s1}/V_o 分别等于 2.6，4.46 以及 2.57。硬度值 γ 等于 1.0，实际上所有的海底损失基本上等于零。存在两个临界角，第一个 γ_{cs} 是水平相速与切变波速相等时出现的，当掠射角小于 γ_{cs} 时没有海底损失。第二个临界角是在相速等于压缩波速时出现的 γ_{cp}。

C. 多层液体模型

下一步我们要考虑一个多层的沉积层模型，它既可以用来代表实际的分层(例如在浅海发现沙和淤泥的交错层是常事)还可以用来估算梯度，对分层液体情况的解是很简单的，在图(12)中我们有 n 个沉积层以及一个标号为(n+1)的半空间，在每个层中，势函数是向上和向下平面波之和(例如 $\phi_n=A_n\exp(i\,l_n\,z_n)+B_n\exp(-i\,l_n\,z_n)$)，而在半空中的势函数代表向下的波($\phi_{n+1}=\exp(i\,l_{n+1}\,z_{n+1})$)。如果我们将声压表示为 P ($P=\rho\phi$)，将质点速度的垂直分量表示为 Q，我们可以由层 n 与半空间的交界面开始计算，其 P、Q 值表示在图(13)的上部，在 $z_{n+1}=0$ 的 n/(n+1) 交界面上很容易求出 P (等于 $\rho\phi$)和 Q (等于 $d\phi/dz$)，因为 P 和 Q 是连续函数，因此它在 n 层的底部与半空间的顶部(在 $z_{n+1}=0$)具有相同的数值，因此我们可以算

出 A_n 和 B_n，（表示在图 13 中），并从而得到 n 层(在 $z_n=0$)顶部的 P 与 Q，向上逐层计算直至 A_0 和 B_0，从而获得 R 的值 $R=B_0/A_0$。

D．多层线性梯度模型

现在我们考虑用另一种方法来模拟由于密度和温度随着深度增加而引起的沉积层特性的变化。这种方法是用单一或多重液体层来计算声速和密度的变化，在这些层中可以用艾里函数来表示声能量。莫利斯(Morris, 1970)和汉纳(Hanna 1973)用这种方法来解释小掠射角和低频率下的海底损失的低数值，如图(14)所示，在这种情况下我们将使用某一个差分函数 χ，声速和密度都变化的情况下的波动方程式表示在第二行(布列霍夫斯基赫 1960)，大写 K 的平方定义在第三行，若大写 K 的平方是深度的线性函数，那么势函数 χ 可表示成艾里函数 Ai 和 Bi 之和，可以由水平波数 k，剖面参数 k_0 和 β 以及深度 z 通过第六行所给出的公式来确定艾里函数的宗量，为了加上液体内的吸收作用，如最下面一项所表示那样在 K_0 上附加一个虚数项 $i\alpha/8.686$。

一个由线性函数 K^2 和常数 K（声速常数）所组成的多层模型于图(15)表示，我们由底部开始逐层向上应用声压和质点速度垂直分量是连续函数的边界条件，在这种情况下声压 P 等于 $\sqrt{\rho}\chi$，Q（质点速度乘 $-i\omega$）等于 $\rho^{-1}\,d(\sqrt{\rho}\chi)/dz$，在图（15）中我们假设第二层 K 为一常数，由于当梯度 β 趋向于零时艾里函数的宗量无限增加，因此一般的程序有必要将线性变化层与常数层混合起来考虑，所以与频率、层的厚度以及计算机的字长有关，存在一个可以利用的最小梯度，当梯度小于这个数值的层可以看作为 K 的常数层。

现在我们已有考虑梯度的两种模型，把它们作个比较是有好处的，为此我们考虑图(16)的左边为线性模型，其声速由水和沉积层交界面的 1500 米/秒增加到沉积层深度 300 米处的 1800 米/秒，这就相应于平均声速梯度等于(1800—1500) 米/秒 ÷ 300 米 或 1/秒，常数 K模型由两个层表示，两个层具有相同的厚度，并且在层的中心（即在 75 米和 225 米）有相同的声速，使它等于线性层在该深度的声速。

图(16)的右边部分是一张指示主要物理结果的图，大部分能量或者从表面反射，或者由于存在梯度而折射进沉积层，莫利斯(Morris 1973)已用声线描述来计算各个路程的能量，并把声线描述与波动模型进行比较，其实正如虚箭头所指出的，存在着二次或者高次效应，这些效应包含在波动理论中。

我们用图(17)来表示两种模型的最初比较，计算中用频率 100 赫，沉积层密度与水密度比为 2.0，衰减为零，反射系数是在掠射角 0° 到 20°之下计算的，而这个角度对声传播是有价值的。

若衰减为零，对于这些入射角两种模型都使全部声音返回到水中，因此反射系数等于1，海底损失等于零。图(17)表示对于不同情况的相位(即 R 的幅角)图，标有 L 的曲线是表示 K^2 线性模型，而标号为 1、3，或 10 相应于常数 K 的 1 层、3 层和 10 层。10 层就使每层厚 30 米，这等于水中的两倍波长。对 30 层（或层厚 $0.67\lambda_{\mu r}$）情况在掠射角 3.5° 有最大的相位差 2.2°（在此标尺上不能画出），而对 100 层情况有最大相位差 0.2°。

图(18)中除了计及 0.05 分贝/米的衰减外，使用的是同样的模型，正如前述情况那样10层模型(厚度等于 $2\lambda\mu r$)有最大相位差～10°，而 30 层模型与线性模型有相同的相位。指出这一点是有意义的，这就是衰减使得很大的相位变化变慢了，而在波动传播模型中是有很大影响的，因为相移 360°，对声场来说将增加一号新的简正波 (Bucker 1964)。

为了完成线性层和常数层的比较，海底损失曲线表示在图(19)中，一层情况有很小的海底损失，这是因为声速与线性模型中 150 米深度的声速相等为 1629.6 米/秒，相应于临界角大于 20°。

E. 多层固体模型

当沉积层的特性随着深度有明显的变化时，有好多种方法可以用来建造沉积层模型，Gupta (1966a、1966b)发明一种近似解，它适用于压缩波和切变波速度随深度线性变化而密度保持不变的情况，更为一般的变化可以用 Gilbert 和 Backus (1966)发明的递推法来处理，递推法中存在的一个问题是当沉积层穿透到几个波长时精确度降低，在大多数海洋水下中心的新的程序中，选取多层结构的可变沉积层特性模型，并使用 Knopoff 公式来保持精确度 (Knopoff 1964)。

由于两个原因，固体多层模型比液体多层模型实质上要困难得多，首先是波数目就有两倍(切变波和压缩波)和两倍边界条件(应力和应变的水平分量连续性和垂直分量连续性)，其次是不能从底部开始并作到顶部，所有的层必须作为一个组来考虑，这种情况表示在图(20)中。在水中有一个向上和一个向下的压缩波，而在每个固体层中有一个向上和一个向下的压缩波以及一个向上和一个向下的切变波，而在底半空间中有向下的压缩波和切变波，如指出那样我们可以任意假设系数 $A_{n+1}=1$，于是尚有 $4n+3$ 个未知系数 (A_0, B_0, A_1, B_1, C_1……C_{n+1})，此处 n 为层的数目。同样有 $4n+3$ 个边界条件，第一个交界面上有三条件 (应力和应变的垂直分量连续和水平应力等于零)，而在其余的交界面上有四个条件(应力和应变的垂直和水平分量的连续性)，因为边界条件可以写为一组线性齐次代数方程式，因此可以用标准的矩阵逆运算来求解，当 n 数目很大时，我们必须对 $(4n+3)^2$ 个元素的矩阵求逆并降低精度，因此这不是实际求解的方法，课题中的项数可以由使用变换矩阵来控制，这些矩阵把层的一个界面上的应力和应变变换到另一个界面上去，这个方法是 Thomson (Thomson 1950)用来解决通过平板的声传播问题的，并由 Bucker, Whitney, Yee 以及 Gardner 扩大应用到海底反射问题的波衰减上，变换矩阵法的一个严重的障碍仍然是精度损失。

很幸运，人们可以使用地球物理学家解决地震问题时所发明的方法来解决精度问题，(Thrower, 1965; Dunkin 1065; Watson, 1970; Schwab, 1970)，这个方法在附录 B 中加以讨论，其结果摘录在图(21)中。对一种我们讨论海底反射问题所使用的相同形式的层结构存在着频率与使瑞利行列式 Δ_R 等于零相应的本征振动，地球物理学家们发明了计算 $|\Delta_R|$ 的非常快而且精确的方法，在附录 B 中我们证明反射系数 $R=(\rho_1 r_{a0}|\Delta_R| - \rho_0|\Delta_s|)/(\rho_1 r_{a0}|\Delta_R| + \rho_0|\Delta_s|)$，其中 $|\Delta_s|$ 除了第一行外均与 $|\Delta_R|$ 相同，因而我们使用地球物理学家的世故方法来解决我们的问题，我们将方程式一般化以计算衰减，这些衰减在地震频率上是可以忽略的。

图(22)是一张 100 层模型的海底损失图，标号为 L 的曲线是液体分层模型 (它也是线性模型的海底损失曲线)，其余曲线是对不同硬度值的 100 层固体模型。对 r=0 的情况，除了因为有些压缩波转换为切变波而造成稍大的海底损失外，曲线与液体模型很相似。当硬度增加，在小掠射角下海底损失比液体模型要小些，而在大掠射角下则海底损失比液体模型要大些。类似，在远距离传播时 r=0.1 曲线比液体模型要好些。

3. 与实验比较

在最近20年中美国海军已经关心海底反射声纳的工作，因此有大量关于海底损失的实验报告是不奇怪的，其中有许多报告是保密的。

在新伦敦的水声研究所(现海军水下系统中心——新伦敦)，研究工作集中在与SQS-26型声纳有关的问题上，Karamargin (1962), Cole (1965), Menotti, Santaniello 以及 Schumacher (1965)等发表了许多文章。

在圣地亚哥海军水下中心大部分工作集中在三个声纳研究前线区收集到的数据上，数据是在西太平洋(邻海和海湾)和印度洋的90个战略区上收集的，大部分报告是由 Hamilton 和 Bucker 与 Morris 编写的，Hamilton 所写的是有关沉积层特性的报告(Hamilton 1974a, b)，而后者写的则是关于海底反射系数的文章(Bucker 等 1965; Norris, 1970, 1973)。

在应用研究所(得克萨斯大学)沉积层特性是由 Hampton 测量的(1967)，而海底反射的计算则是由 Banard, Bardin 与 Hempkins (1964) 发表的报告，Frey (1967)发表了关于声从大洋底部的反射与散射的书目提要。

我们已引用 Hastrup 在 SCLAANTCEN (北大西洋最高联盟研究中心)的工作，新近又有 Tuncay Akal 的很有意义的报告(1972、1974)。

我们将证明海底损失的计算值与海军水下中心从声纳研究前线区所取得的数据是符合的。图(23)表示的第一种情况，数据是取自东北太平洋深海山区，频率是1.6仟赫，标出的两条曲线中的一条是有声速梯度的，另一条是声速不变的，梯度模型符合得比较好些，但两者没有大的差别。下一张图(图24)的频率下降为200赫，从图上可清楚地看出，折射能量造成很小的海底损失不包含在等声速模型中。

最后一个例子(图25)是来自珊瑚海，频率为50赫，在小掠射角之下我们在实验数据中发现某些负的海底损失，这可能是由定炸药的声源级时的误差所引起的，或者是由于分析上的某些不精确性造成的，我们觉得这是作50赫海底损失的分析中的一个最基本的问题。在十分低的频率下，我们关心的是本来处理连续波信号的被动声纳系统。接收信号是由声源到接收器的所有可能路径的声线组成，工作系统的性能可以正确地模仿连续波声源。测量结果可用来与上面讨论的包括平面波反射系数的波动理论计算结果进行比较。确定声场与海底相互作用的灵敏度和海底反射系数的精确度应该是容易的。引入用炸药来测量海底损失已经使我们的问题分析不必要地复杂化了。

4. 摘　要

我们开始回顾声线理论方程式以及一部海底反射声纳的问题，就声源级而言，问题多半已经解决。很好地说明上面10米左右的沉积层就能计算反射系数，并转换为海底损失和用于声场的射线理论描述。或许有这种情况，海底是如此的粗糙以致于直接方法不再适用，但作为我们取得的资料还是有价值的。

已经讨论过一些为计算平面波海底反射系数而变化复杂的模型，最普通的模型是由无限数目具有衰减的固体层所组成，并且应该代表任何相当均匀的沉积层结构。

对于低频(即低于2仟赫)我们开始观察到相当一部分能量由于正的梯度而被折射到沉积层中去,沉积层参数必须确定到一定的深度，至少要和折射声场一样深,这就要求数百米的沉积层数据,同样在低频时由于海底和入射波阵面的相互作用声线理论的形式开始破坏,在低频时标准跨度和海底损失曲线已不能使用，此时必须考虑可以测量总的声场的连续波实验，并且与波动理论的计算进行比较，这种计算包含了与具有平面波反射系数的海底的相互作用。

参 考 文 献

[1] Tuncay Akal, "Acoustical characteristics of the Sea Floor: Experimental Techniques and Some Examples from the Mediterranean Sea", in physics of Sound in Marine Sediments, PP. 447—480, Ed. by Loyd Hampton, Plenum Press, New York (1974).

[2] Tuncay Akal, "The Relationship Between the physical Properties of underwater Sediments that Affect Bottom Reflection", Marin Geology 13, 251—266 (1972).

[3] G. R. Barnard, J. L. Bardin, and W. B. Hempkins, "Underwater sound Reflection from Layered Media," J. A. S. A 36, 2119—2123 (1964).

[4] Leonid M. Brekhovskikh, Waves in Layered Media, P. 171, English translation, Academic Press, New York (1960).

[5] H. P. Bucker, "Normal Mode Propagation in Shallow Water," J. A. S. A. 36, 251—258 (1964).

[6] H. P Bucker, J. A. Whitney, G. S. Yee and R. R. Gardner, "Reflection of Low frequency Sonar signals from a Smooth Ocean Bottom", J. A. S. A 37, 1037—1051 (1965).

[7] H. P. Bucker, "Sound propagation in a Channel With Lossy Boundaries, "J. A. S. A. 48, 1187—1194 (1970).

[8] B. F. Cole, "Marine Sediment Attenuation and Ocean Botten Recflected Sound," J. A. S. A.38, 291—297 (1965).

[9] J. W. Dunkin "Computatiou of madal Solutions in Layered Elastic Media at High Frequencies," Bull, Seism, Soc. Am. 55, 335—358 (1965).

[10] W. Maurice Ewing, Wenceslas S. Jardetsky and Frank Press, Elastic wave in Layered Media, PP. 79—83, McGraw-Hill Book CO., New York (1957).

[11] H. G. Frey, "RefLection and scattering of Sound by the Ocean Boundaries: A Bibliography," Defense Research Lab, Acoust. Report NO. 285.

[12] John C. Fry and Russell W. Raitt, "Sound Velocities at the Surtace of Deep Sea Sediments", J. Geophys. Res. 66, 589—597 (1961).

[13] Freeman Gilbert and George E. Backus, "propagator Matrices in Elastic Wave and Vibration Problems", Geophysics 31, 326—332 (1966).

[14] Ravindra N. Gupta, "Reflection of Sound Wave fron Transition Layers," J. A. S. A. 39, 255—260 (1966a).

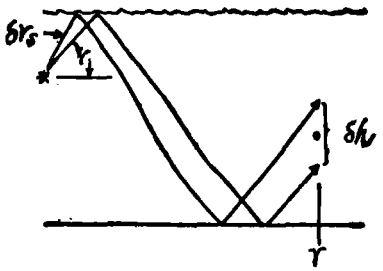
[15] Ravindra N. Gupta "RefLection of Elastic Wave from a Linear Transition Layer", Bull. seism. soc Am. 56, 511—526 (1966b).

[16] E. L. Hamilton, "Compressional Wave Attenuation in Marine Sediments", Geophysics 37, 620—646 (1972).

[17] E. L. Hamilton, "Predictiou of Deep-Sea Sedimeut Properfies: State of the Art," PP. 1—43 in **Deeep Sea Sediments, Physical and Mechanical Properties**, Ed. by A. L. Interbitzen, Plenum Press (1974a).

[18] E. L. Hamilton, "Geoacoustic Models of the Sea Floor", PP. 1—43, in **Physics of Sound in Marine Sediments**, Ed. by L. Hampton, Plenum Press, (1974b).

[19] L. D. Hampton, "Acoustic Properties of Sediments," J. A. S. A. **42**, 882—890 (1967).
[20] K. V. Mackenzie, "Reflection of Sound from Coastal Bottoms", J. A. S. A. **32**, 221—231 (1960).
[21] F. R. Menotti, S. R. Santaniello and W. R. Schumacher, "Studies of Observed and Predicted Values of Bottom Reflectiity as a Function of Incident Angle," J. A. S. A. **68**, 707—714 (1965).
[22] Halcyon E. Morris, "Bottom Reflection Loss Model with a Velocity Gradient," J. A. S. A. **48**. 1198—1202 (1970).
[23] Halcyon E. Morris, "Ray and Wave Solutions for Bottom Reflection for Linear Sediment Layers", J. A. S. A. 53, 323(A) (1973).
[24] C. B. Officer, **Introduction to the Theory of Sound Transmission With Application to the Ocean**, PP. 74—82 McGraw Hill Book Co., New York (1958).
[25] Fred Schwab, "Surface-wave Dispersion Computations: Knopoff's Method," Bull Seism. Soc. Am. **60**, 1491—1520 (1970).
[26] W. T. Thomson, "Transmission of Elastic Wave Through a Stratified Solid Medium," J. Appl Physics **21**, 89—93 (1950).
[27] E. N. Thrower, "The Computation of Dispersion of Elastic Wave in Layered Media", J. Sound Vib. **2**, 210—226 (1965)
[28] T. H. Watson "A Note on Fast Computation of RayLeigh wave Dispersion in the Multilayered Half-Space," Bull. Seism. soc. Am. **60**, 161—166 (1970).

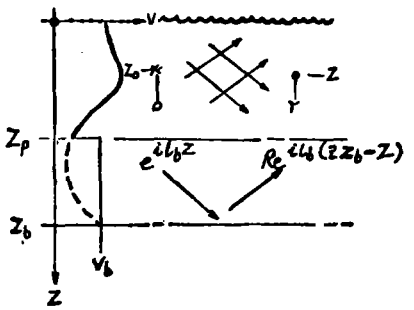


$$\psi=\sum_n A_n \exp(i\theta_n)$$

$$A_n=|R|\ |\cos\gamma_s\delta\gamma_s/(r\delta h)|^{1/2}$$

$$\theta_n=\int_0^r \frac{\omega}{V}dl+ARG(R)-\frac{m\pi}{2}$$

图(1) 射线理论描述(高频)



$$\psi=\left(\frac{2\pi}{\gamma}\right)^{1/2}\sum_n U_n(Z_0)U_n(Z)e^{ikn r}$$

$$U=Af(Z)+Bg(Z),\ 0<Z<Z_p$$

$$U=\exp|il_bZ|+R\exp|il_b(ZZ_b-Z)|\ (Z_p<Z<Z_b)$$

$$l_b^2=(\omega/V_b)^2-k^2$$

图 (2) 波动理论描述 (低频)

边界条件

声压(ρU)连续

质点速度垂直分量$\left(-\frac{\partial U}{\partial Z}\right)$连续

当 $Z_p\to Z_b$ 时 A 和 B 的解

$$A=\exp(il_bZ_b)[g'_b(1+R)-il_bg_b(1-R)]/W$$

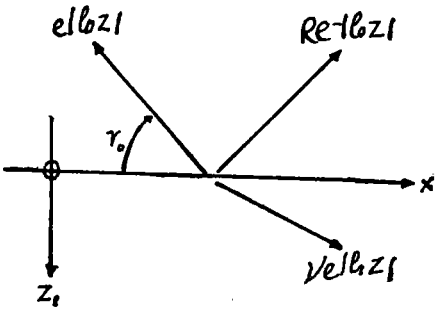
$$B=\exp(il_bZ_b)[il_bf_b(1-R)-f'_b(1+R)]/W$$

此处 $W=f_bg'_b-f'_bg_b$

$f_b=f(Z_b)$, $g_b=g(Z_b)$, $f'_b=(df/dZ)_{Z_b}$

$g'_b=(dg/dZ)_{Z_b}$

图(3) 引 进 R 波 动 解

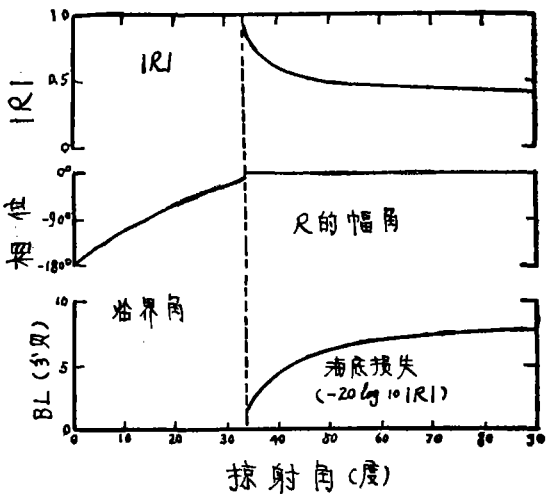


$k=|\omega/V_0|\cos\gamma_0$，　$l=(\omega/V_0)\sin\gamma_0$

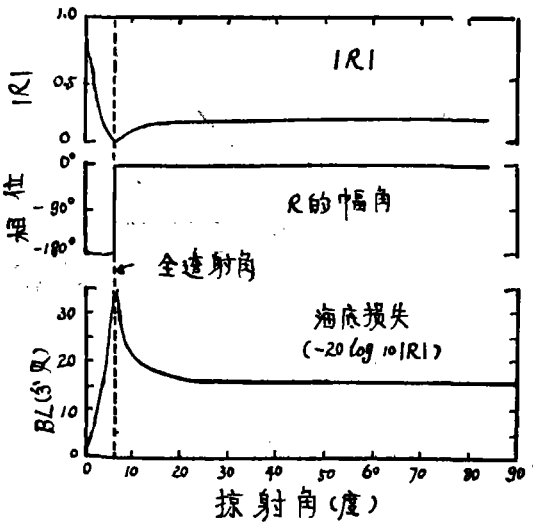
$l_1^2=(\omega/V_1)^2-k^2$

$R=(\rho_1 l_0-\rho_0 l_1)/(\rho_1 l_0+\rho_0 l_1)$

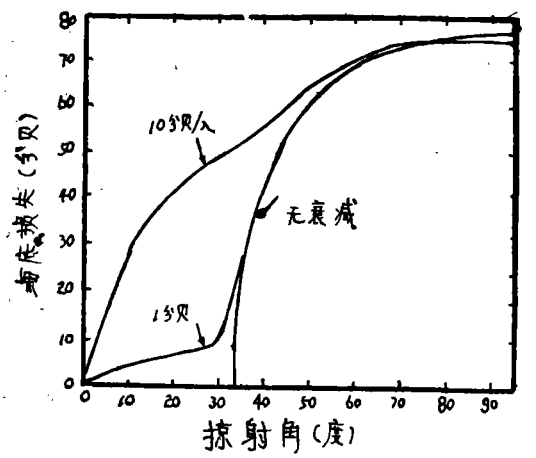
图（4）　从两种液体交界面的反射(瑞利模型)



图（5）　瑞利模型($V_1>V_0$)



图（6）　瑞利模型（$V_1<V_0$）



图(7)　瑞利模型（$V_1>V_0$）对于 0，1，10分贝/λ 的衰减

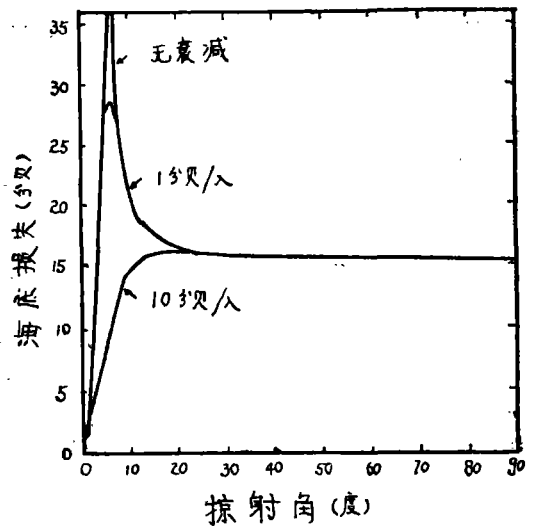


图 (8)　瑞利模型($V_1<V_0$)对于0, 1, 10分贝/λ的衰减

沉积层参数　　ρ, λ, μ

拉曼常数

声学参数　　V_p=声速(压缩波)

V_s=声速(切变波)

α_p=衰减，分贝/单位长度 (压缩波)

α_s=衰减，分贝/单位长度(切变波)

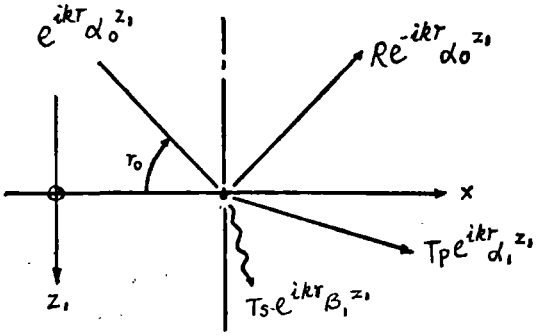
结构方程式　$\lambda+2\mu=\rho(x_p^2-y_p^2-i2x_py_p)/(x_p^2+y_p^2)^2$

$\mu=\rho(x_s^2-y_s^2-i2x_sy_s)/(x_s^2+y_s^2)^2$

算　　符　　$x_p=1/V_p$, $y_p=\alpha_p/(8.686\omega)$

$x_s=1/V_s$, $y_s=\alpha_s/(8.686\omega)$

图 (9)　固体的沉积层参数和声学参数



$R=(q-1)/(q+1)$

此处　$q=\rho_1 r_{\alpha 0}[(\gamma_1-1)^2+\gamma_1 r_{\beta 1} r_{\alpha 1}]/(\rho_0 r_{\alpha 1})$

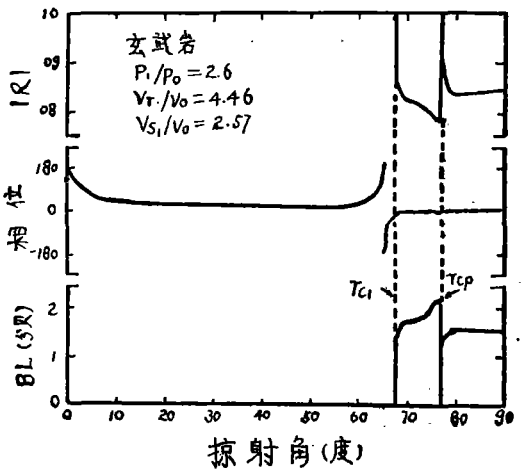
$r_{\alpha 0}=l_0/k=[(C/V_0)^2-1]^{1/2}$

$r_{\alpha 1}=l_1/k=[\rho c^2/(\lambda+2\mu)^{-1}]^{1/2}$

$r_{\beta 1}=[\rho c^2/\mu-1]$

$\gamma_1=2\mu_1/(\rho_1 c^2)$

图 (10)　从液体—固体交界面的反射



图(11)　从玄武岩的反射

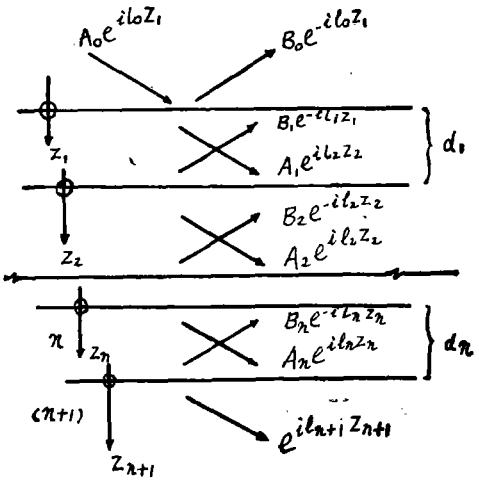


图 (12)　多层液体模型

$P=\sqrt{\rho}\,x$

波动方程　$\nabla^2x+K^2x=0$

此　处　$K^2=(\omega/V)^2+\frac{1}{2\rho}(d^2\rho/dZ^2)-\frac{3}{4}\left[\frac{1}{\rho}(d\rho/dZ)\right]^2$

如　果　$K^2=K_0^2(1+\beta Z)$

则　$x=A\cdot Ai(\xi)+B\cdot Bs(\xi)$

其　中　$\xi=\frac{K^2-K_0^2}{(k_0^2\beta)^{2/3}}-(K_0^2\beta)^{1/3}Z$

加上衰减 α (分贝/单位长度)后：$K_0\to K_0+i\frac{\alpha}{8.686}$

图(14)　线性模型的波动解

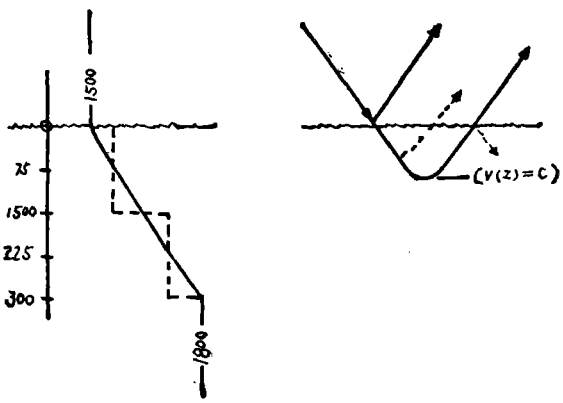


图 (16)　K^2 线性层与K常数层

交界面 n/n+1　$P=\rho\psi=\rho_{n+1}$，$Q=(d\psi/dZ)=il_{n+1}$

层 n　$A_n=1/2\exp(-il_nd_n)[P/\rho_n+Q/(il_n)]$

$B_n=1/2\exp(il_nd_n)[P/\rho_n-Q/(il_n)]$

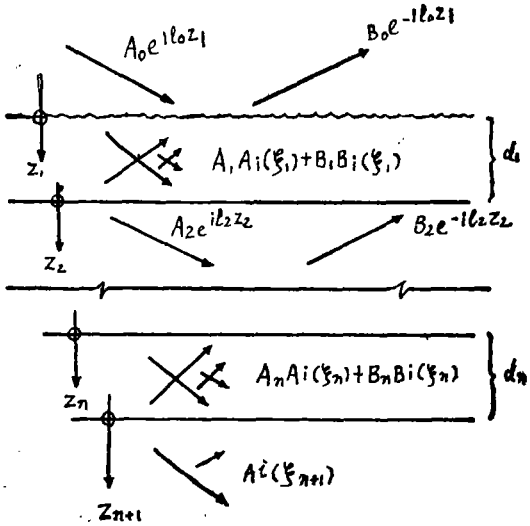
交界面 (n−1)/n　$P=\rho_n(A_n+B_n)$

$Q=il_n(A_n-B_n)$

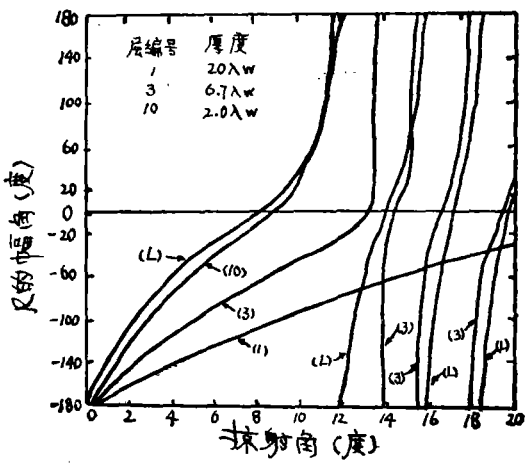
连续直到计算出 A_0 和 B_0

反射系数：$R=B_0/A_0$

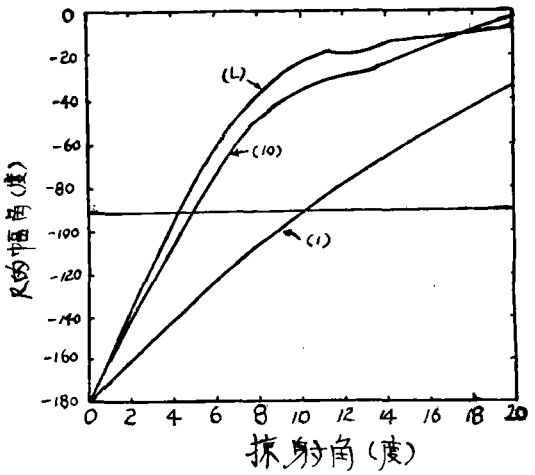
图 (13)　多层液体计算R



图(15)　多层线性液体模型



图(17)　K^2线性模型与常数K模型的相位比较(无衰减)



图(18)　K^2线性模型与常数K模型的相位比较(0.05分贝/米衰减)

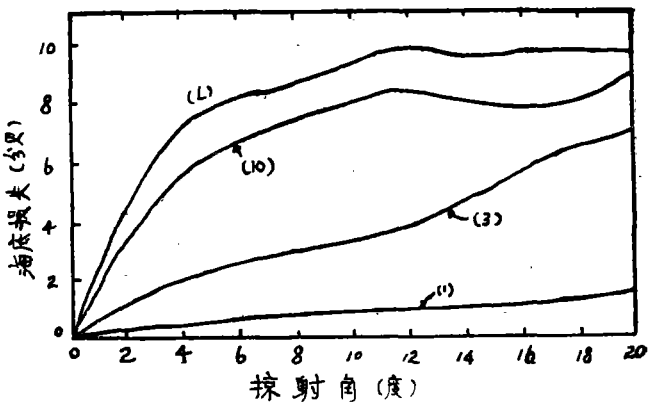


图 (19)　K^2 线性模型与常数K模型海底损失比较(0.05分贝/米衰减)

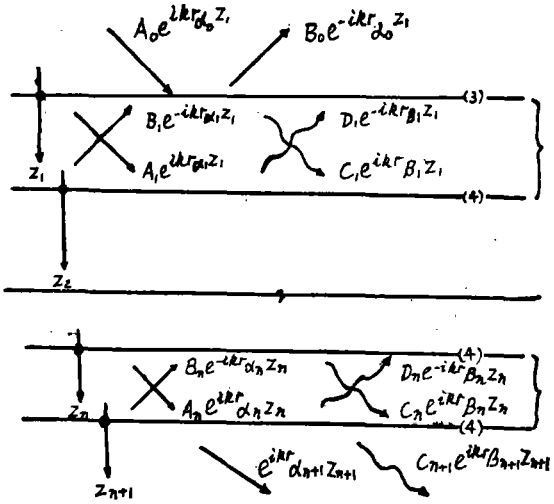
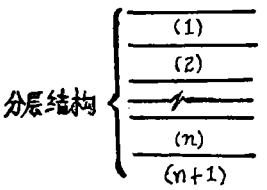


图 (20)　多层固体模型

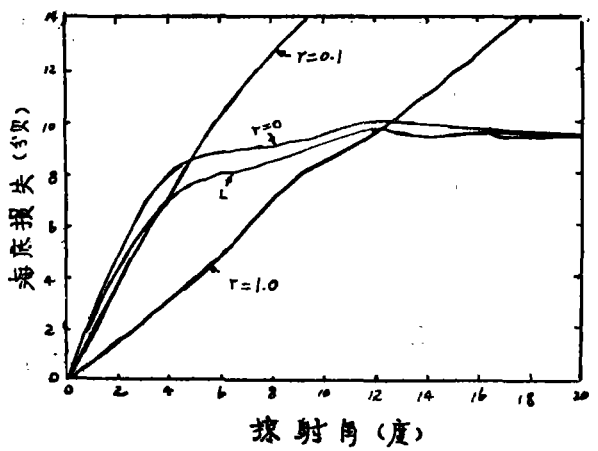


固有振动(地震波)发生在瑞利行列式等于零，可表示为

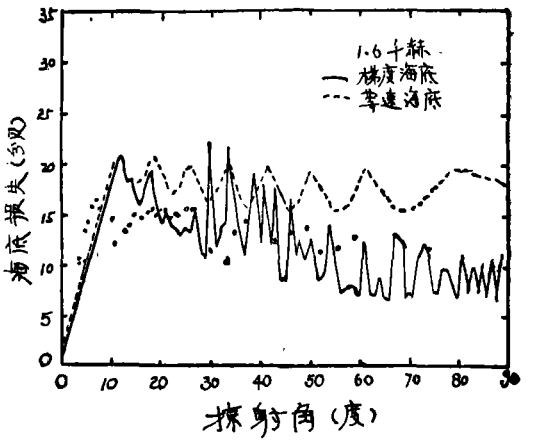
$$R=\frac{\rho_1 r_{a0}|\Delta_R|-\rho_0|\Delta_s|}{\rho_1 r_{a0}|\Delta_R|+\rho_0|\Delta_s|}$$

此处除了第一行外，Δ_s 与 Δ_R 相同

图 (21)　多层固体模型的反射系数



图(22)　多层固体与液体模型的比较



图(23)　梯度模型和无梯度模型与1.6仟赫数据比较

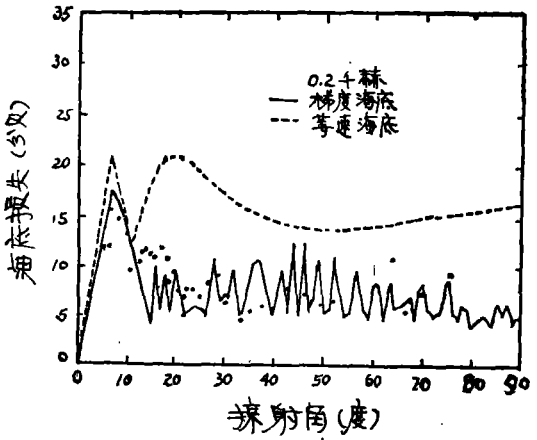


图 (24)　梯度和无梯度模型与0.2仟赫数据比较

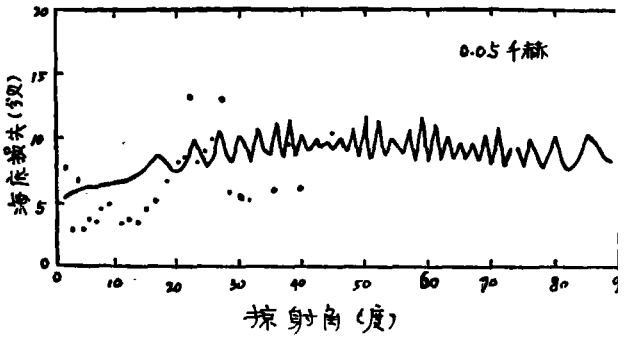


图 (25)　梯度模型与 0.05 仟赫数据比较

Ⅶ，附录

附录 A：利用平面波反射系数的声场公式

声场的一般形式可写为如下形式的柱面波的和(Bucker 1970)

$$\psi=\int_0^\infty -2\,U(Z_0)V(Z)W^{-1}\,J_0(\,kr)kdk\quad(Z_0\leqslant Z\leqslant Z_b)$$

其中 $W=U(Z_0)V'(Z_0)-U'(Z_0)V(Z_0)$

零深度、源深度、接收器深度和海底深度分别为 O、Z_0、Z 和 Z_b，零深度可以置于空气和水的交界面或者其余某个合适的点上，它表示这样的深度，在它以上不存在反射或折射声音到接收器，水平波数为 k，r 是源和接收器间的水平距离，J_0 为第一类零阶贝塞尔函数，U 是波动方程分离变量后的 Z 部分解，[即 $U''=(k^2-\omega^2/V^2(Z))V$] 它在 $Z=Z_b$ 处满足边界条件。形式上我们的处理限制在 $(Z_0\leqslant Z\leqslant Z_b)$ 内，但容易导出对 $(0\leqslant Z\leqslant Z_0)$ 的类似的推广。

容易指出 dW/dZ 等于零，因此W与深度无关，同时我们可以任意地指定在某个深度上的U与V值，为方便起见用 $\overline{U}$ 和 $\overline{V}$ 来代替U和V，这里 $\overline{U}(Z_b)=\overline{V}(Z_b)=1$，这样就有当 $Z_p\to Z_b$ 时 $W=W_{Zb}=[il_b(1-R)-(1+R)\overline{U}'(Z_b)]/(1+R)$，因此可将 ψ 表示为

$$\psi=-2\int_0^\infty\frac{(1+R)\overline{U}(Z_0)\overline{V}(Z)J_0(kr)kdk}{(il_b-\overline{U}'_{Zb})-R\,(il_b+\overline{U}'_{Zb})}$$

对于一般的声速剖面，把直达声线和海底反射声线分开并不方便，但是若水中的声速为常数，则有

$\overline{U}(Z)=\exp[il(Z_b-Z)]$ 以及

$\overline{V}(Z)=[\exp-il(Z_b-Z)+R\exp il(Z_b-Z)]/(1+R)$

此时就有

$$\psi=\underbrace{\int_0^\infty(i/l)e^{il(Z-Z_0)}\,J_0(kr)kdk}_{\psi_D}+\underbrace{\int_0^\infty(i/l)Re^{il(2Z_b-Z-Z_0)}\,J_0(kr)\,kdk}_{\psi_R}$$

若可以直接测量海底反射场 ψ_R 的话，那么有

$$\psi_R=\int_0^\infty(i/l)Re^{il(2Z_b-Z-Z_0)}\,J_0(kr)\,kdk$$

并且R可以使用汉克尔变换由实验上确定

$$R=\int_0^\infty \psi_R J_0(kr)rdr/[(i/l)\exp il(2Z_b-Z-Z_0)]$$

虽然这并非是实际程序，但为了确定 ψ_R 的实部和虚部要求正交采样，即 $\mathrm{Real}(\psi_R)=P_R\cos\phi$ 以及 $\mathrm{Im}(\psi_R)=P_R\sin\phi$，其中 P_R 为海底反射信号声压峰对峰值的½，而 ϕ 是相位。

无论怎样，当考虑实际剖面时，不可能在低频时将直达声线和海底反射声线区分开来。

附录 B：用 Knopoff 方法计算多层固体的 R

由于精度，计算机贮存量以及运算时间的限制，求解的标准方法（即变换矩阵或矩阵求逆）对多层固体模型是不能采用的，我们在本索引中指出怎样将地波问题中发明的快速精确的方法加以修正用来计算 R，特别我们将应用 Knopoff 公式为基础的 Schwab 快速计算法，所使用的符号是 Haskell (1953)所使用的。

参照图(10)我们选用层中向上或向下的压缩波的势函数为

$$\phi_n=\frac{1}{\omega}[i\,A_n\cos P_n+B_n\sin P_n]\exp[i(\omega t-kx)],$$

此处 $P_n=k\,r_{\alpha n}\,Z_n$

同样我们选用描写向上和向下的切变波的势函数为

$$\psi_n=\frac{1}{\omega}\,[C_n\sin q_n+iD_n\cos q_n]\exp\,[i(\omega\,t-kx)],$$

此处 $q_n=kr_{\beta n}Z_n$，因而在第 n 层中的运动和应力分量为：

$C\dot{U}_n=A_n\cos P_n-i\,B_n\sin P_n+r_{\beta n}\,C_n\cos q_n-i\,r_{\beta n}\,D_n\sin q_n$

$C\dot{W}_n=-i\,r_\alpha\,A_n\sin P_n+r_\alpha\,B_n\cos P_n+i\,C_n\sin q_n-D_n\cos q_n$

$\sigma_n=\rho_n(\gamma_n-1)A_n\cos P_n-i\,\rho_n(\gamma_n-1)B_n\sin P_n+\rho_n\,\gamma_n\,\gamma_{\beta n}\,C_n\cos q_n-i\,\rho_n\,\gamma_n\,r_{\beta n}\,D_n\sin q_n$

$\tau_n=i\,\rho_n\,\gamma_n\,r_{\alpha n}\,A_n\sin P_n-\rho_n\,\gamma_n\,r_{\alpha n}\,B_n\cos P_n-i\,\rho_n(\gamma_n-1)C_n\sin q_n+\rho_n(\gamma_n-1)D_n\cos q_n$

上述公式中 C 为水中相速度($C=\omega/k$)，$\dot{U}_n$ 和 $\dot{W}_n$ 为质点速度的水平和垂直分量，σ_n 为法向(垂直)应力以及 τ_n 为切向(水平)应力。

将 ϕ_0 分离为入射波和反射波，容易指出平面波反射系数 R 由下式给出：

$R=(A_0-B_0)/(A_0+B_0)$

为方便起见我们令 $A_0\equiv1$，在水和沉积层 1 的交界面上的边界条件可以表示为：

$r_{\alpha o}\,B_o=r_{\alpha 1}\,B_1-D_1$ (W 连续)

$-\rho_o=\rho_1(\gamma_1-1)A_1+\rho_1\,\gamma_1\,r_{\beta 1}\,C_1$ (σ 连续)

$0=-\rho_1\,\gamma_1\,r_{\alpha 1}\,B_1+\rho_1(\gamma_1-1)D_1$ (τ 连续)

将上述最后两个方程式除以 ρ_1 并组成 B_0, A_1, B_1, C_1, D_1 的系数矩阵（这就是 Knopoff 的快速形式）

B_0	A_1	B_1	C_1	D_1	
$r_{\alpha o}$	0	$-r_{\alpha 1}$	0	1	$=0$
0	(γ_1-1)	0	$\gamma_1 r_{\beta 1}$	0	$=-\rho_o/\rho_1$
0	0	$-\gamma_1 r_{\alpha 1}$	0	(γ_1-1)	$=0$

规定基础向量使得边界条件用下列矩阵形式表示：

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & +1 \\ 0 & (\gamma_1-1) & 0 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma_1 & 0 & \gamma_1-1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} B_0 r_{\alpha 0} \\ A_1 \\ B_1 r_{\alpha 1} \\ C_1 r_{\beta 1} \\ D_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\rho_0/\rho_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

现在用 Cramer 法则解 B_0

$$B_0 r_{\alpha 0} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & +1 \\ -\rho_0/\rho_1 & & & & \\ 0 & & \Delta_R & & \\ 0 & & & & \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & & & & \\ 0 & & \Delta_R & & \\ 0 & & & & \end{vmatrix}}$$

用 Δ_R 标记的那些在划线区内的元素称为瑞利行列式元素，寻找 $|\Delta_R|$ 的快速精确方法已被发现(如前所提到)，因为 $|\Delta_R|$ 等于零确定地震波的相速度，最后可以写为：

$$\frac{B_0 r_{\alpha 0}}{(\rho_0/\rho_1)} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -r_1 & 0 & (r_1-1) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} r_1-1 & 0 & r_1 & 0 \\ 0 & -r_1 & 0 & (r_1-1) \end{vmatrix}} = \frac{|\Delta_s|}{|\Delta_R|}$$

上式中 $|\Delta_R|$ 为瑞利行列式，而 $|\Delta_s|$ 除第一行外其余和 $|\Delta_R|$ 相同，为计算 $|\Delta_R|$ 而发明的快速方法可以用来计算 $|\Delta_s|$，于是可以把平面波反射系数写为

$$R=(\rho_1 r_{\alpha 0}|\Delta_R| - \rho_0|\Delta_s|)/(\rho_1 r_{\alpha 0}|\Delta_R| + \rho_0|\Delta_s|)$$

——译自 SACLANTCEN CP-17

译者 蒋廷华

校者 恽宗扬