利用输入均衡的自适应噪声抵消

M. G. Larimore
Colorado 大学电气工程系

摘　要

本文介绍一种自适应噪声抵消的新结构，它由一对自适应有限脉冲响应数字滤波器组成。而 Widrow 等人[1]所讨论的常规的噪声抵消器只使用单个滤波器。这一附加的滤波器起着串联均衡器的作用，以减小干扰噪声中有害的谐振影响。在某些噪声环境中工作时，经均衡的自适应噪声抵消处理器，具有优良的噪声抑制性能。

引　言

近年来，在抑制噪声方面，取得了很大的进展[1-4]。在这些刊物中所研究的这种技术定名为"自适应噪声抵消"(ANC)，而且已经证明：从降低生物医学仪器中的噪声直到天线阵中抵消旁瓣干扰等一系列应用中均具有重要的价值。这种信号处理器的许多成效均归功于自适应的或自最佳化的数字滤波器。由于自适应滤波器的适应性，减少了设计信号处理器通常所必需的许多先验信息。滤波器从一个任意的初始状态开始，随时间不断调整它的特性，直至最终收敛于一个近似的能抑制干扰的最佳滤波器。类似的自适应滤波器也可在诸如系统识别[5]，均衡[6]，及天线波束形成[7]等领域中得到应用。

尽管对多种应用，ANC 的原理均被证明是有价值的，但是仍存在某些情况，由于自适应滤波器本身性能限制，导致了严重的性能下降。当干扰噪声过程具有某种频谱特性时，更新自适应噪声抵消滤波器所必需的计算就会遇到困难，不是收敛得慢，就是一旦收敛后，其性能不能令人满意。在这些情况下，一般的 ANC 可能是一种不现实的抑制噪声的方法。

本文讨论了另一种自适应噪声抵消处理器——"经匀衡的自适应噪声抵消器" (EANC)。在这种系统中，用一个辅助的自适应滤波器作为均衡器附加到常规的噪声抵消器中去，以减小在干扰噪声场中的谐振。结果，这种系统既能明显地减少硬件，又能明显地减少有效地抵消噪声所需的计算，并且保持了一个适当的收敛时间。模拟试验已经表明，调整自适应滤波器所需的计算可以得到明显的减少，而且可以相信，这一简单而又重要的改进将使自适应噪声抵消器更为实用，并可用于信号处理问题中较宽的谱域。

常规的自适应噪声抵消

Widrow[1] 所讨论的采用一个自适应线性最小平方滤波器的技术如图 1 所示。应该指出，

噪声抵消示意图中的输入是取自多个传感器的。一个经抽样的过程当作主输入 Z_K，它含有被独立的相加性噪声所扰乱了的信号信息；第二个抽样过程当作"参考输入"x_K，它仅包含一个以未知的形式与主输入端噪声分量相关的噪声。显然，主输入信号为：

$$Z_K = S_K + n_K^{(1)}, \tag{1}$$

式中 S_K 是信号信息，而 $n_K^{(1)}$ 是它的相加性干扰噪声。参考输入可简单地表示为：

$$x_K = n_K^{(2)},$$

式中，噪声 $n_K^{(2)}$ 是与 $n_K^{(1)}$ 统计相关的。

我们选取一种自适应算法，这种算法能调整滤波器使得误差过程 $\hat{S}_K$ 的平均功率为最小。可以容易地证明，在这种情况下，最终的误差 $\hat{S}_K$ 是信号分量 S_K 的最小平方估计，而剩余噪声功率则明显地被抑制。

调整自适应滤波器的一个简单而又有效的方法是 Widrow-Hoff 最小均方算法 (LMS)[8]。使用这一算法要求滤波器具有有限脉冲响应的性质 (FIR)，它由一个 N－1 个记忆单元构成的延迟线及 N 个抽头或权所组成，如图 2 所示。于是，输出 y_K 可表示为输入过程 x_K 的延迟值的线性组合，即：

$$y_K = \sum_{l=0}^{N-1} w_l x_{K-l} \tag{2}$$

式中，序列 $\{w_0, w_1, \cdots, w_{N-1}\}$ 由 N 个权重值所组成，也就是滤波器的脉冲响应。

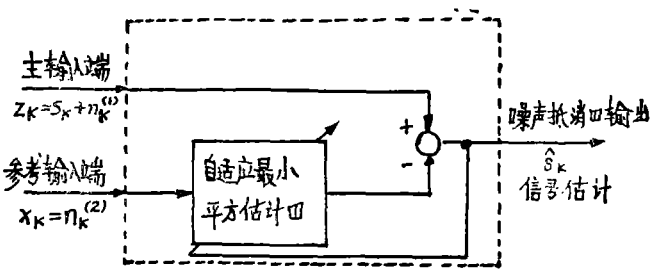


图 1　自适应噪声抵消器

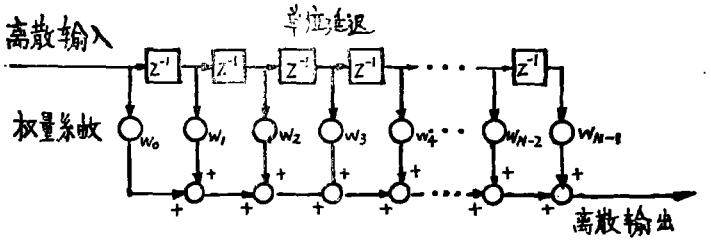


图 2　抽头延迟线滤波器

LMS 算法是以最陡下降法为基础的，最陡下降法原是用来使函数最佳化的。若欲使成为最小值的目标函数正比于误差过程中的平均功率 $E\{\hat{S}_K\}$，那末最陡下降法就要求每一个权 w_j 按下式改变：

$$-\mu \frac{\partial}{\partial w_j} E\{\hat{S}_K^2\} = \mu E\{\hat{S}_K x_{K-j}\} \tag{3}$$

式中 μ 是控制自适应速度的标量常数。但这一梯度表达式是未知的，且仅能从数据作出估

计。若借助于简单的梯度近似式 $\hat{S}_K x_{K-j}$，则 LMS 算法的更新公式如下：

$$w_j(k+1)=w_j(k)+\mu\hat{S}_K x_{K-j} \tag{4}$$

此式就要求对每一个滤波器的权进行一次乘法运算和一次加法运算。Widrow 等人[9]已证明了在某些不很严格的限制下，由式(4)递归地给出的这一组权的平均值，以一个正比于 μ^{-1} 的时间常数的几何速率收敛到使误差过程 $\hat{S}_K$ 的平均功率确为最小。

此外，自适应过程的动态过程是造成误差或性能下降的根源。由于按式(4)所得的梯度估计不精确，所以滤波器各个权就不可避免地随机变动，这看起来好象在滤波器的输出端有了一个噪声发生器，它损害了信号估计的质量。在一定的条件下，收敛时的这一"失调噪声"分量的方差正比于：

$$\mu NE\{\hat{S}_K^2\} \tag{5}$$

而反比于收敛时间常数，且与噪声抵消器自由度数或权的个数直接有关。很明显，为了在收敛时使性能最佳，滤波器长度应该取得最小，而自适应速率应该尽可能的慢。

在正常的情况下，我们不希望用减小步长 μ 来使得式(5)中的失调噪声的影响为最小。因为在收敛到滤波器的一组最佳权之前，减小 μ 值将使自适应滤波器的收敛严重地减慢。其次，在慢时变的情况下，为了顾及滤波器权的可变性的缘故，也不希望在达到收敛以后来减小 μ 值。这样的做法将会妨碍滤波器"跟踪"噪声统计特性的变化，因而也就丢失了自适应过程的主要优点[9]。

图 3 画出了主输入端和参考输入端信号产生的模型。信号和噪声过程来源于二个源，即 S_K 及 n_K，它们经过源到换能器线性传输所对应的传输函数。通过观察可清楚地知道，只有当噪声抵消滤波器如下式

$$H(Z^{-1})=\frac{G_P(Z^{-1})}{G_R(Z^{-1})} \tag{6}$$

所示时，才能得到理想的噪声抵消。通常，这一表达式表征一个无限脉冲响应滤波器。因此，一个简单的自适应有限脉冲响应滤波器不能得到完全的噪声抑制。然而，若 FIR 滤波器具有足够的自由度以复盖式(6)中的脉冲响应的主要部分，就可以得到一个适当的近似并能显著地减小干扰噪声成分。然而，当增加滤波器长度 N 时，看起来似乎改善了收敛时的性能，但对一给定的自适应速率，由于式(5)所示的自适应机理，输出噪声也随之增加。

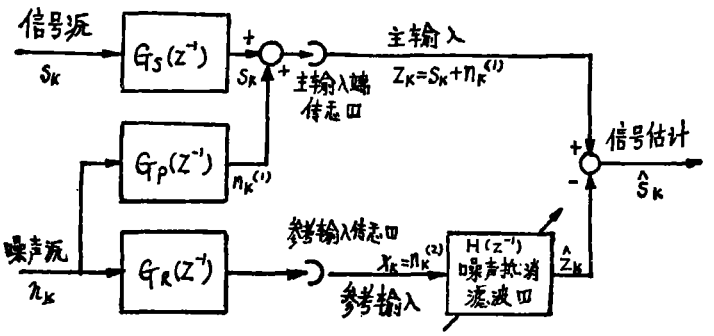


图 3　自适应噪声抵消的信息模型

上述问题在遇到下列两种情况中的任一种时就特别突出，即(1) $G_P(Z^{-1})$ 传输特性在主输入噪声 $n_K^{(1)}$ 中产生尖锐的谐振现象；(2)由 $G_R(Z^{-1})$所确定的传输通道产生了一个具有能

量阻带的参考噪声；在任一种情况下，理想的噪声抵消滤波器将具有高 Q 值极点，也就必然具有长持续时间的脉冲响应。因而，FIR 滤波器所必需的长度就变得如此之大，以至于为了有效地抑制噪声，自适应步长 μ 小到使收敛时间成为长得不切实际。再者，在实时处理的应用中，处理速度是反比于滤波器长度 N，它确定了每次迭代更新的计算量。因此，采样间隔确定了一个可允许的滤波器长度的上界。

一种变化的结构型式

在 Larimore 的论文[10]中，他提出了一种新的技术，当主输入端传感器上信噪比低的情况下，这种方法在原理上克服了由于噪声分量的谱为某种形状所带来的问题。图 4 给出了这一基本结构。这时，不仅在参考输入端有一自适应 FIR 滤波器，而是有另一个滤波器与主输入端的传感器相串联。参考图 3 信号产生的模型，可以清楚地看出，仅当满足：

$$\frac{H_R(Z^{-1})}{H_P(Z^{-1})}=\frac{G_P(Z^{-1})}{G_R(Z^{-1})} \tag{7}$$

时，噪声才被完全地抵消掉。由于两个滤波器具有有限的脉冲响应，因此相应的传递函数 $H_R(Z^{-1})$和 $H_P(Z^{-1})$ 是简单的多项式。可以使它们的比等于某一任意的有理传递函数，但要满足(7)式。在系统识别的领域中，当采用输出方程误差技术确定一个未知的动态系统的极点和零点时，也会遇到类似的结构。

应该指出，通常对于比较低价的分子($H_R(Z^{-1})$)和分母($H_P(Z^{-1})$)多项式，式(7)能精确地得到满足，而不必考虑

$$\frac{G_P(Z^{-1})}{G_R(Z^{-1})} \tag{8}$$

的极点位置。

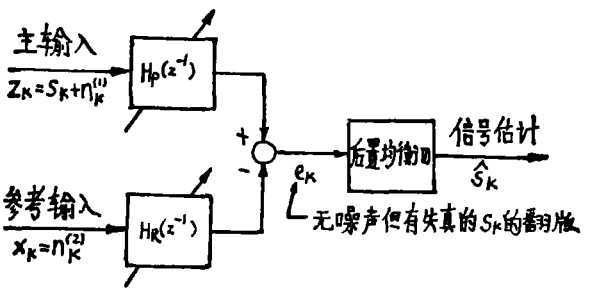


图 4　推荐采用的具有两个滤波器的噪声抵消器

这和常规的 ANC 滤波器形成鲜明的对比，对 ANC 滤波器来说，如果式(8)中的任意一个极点位于单位园附近，那末它就需要数目极多的权重数。这样，在不可能精确匹配的情况下，(例如，当传递函数 $G_P(Z^{-1})$或 $G_R(Z^{-1})$ 具有非有理式性质时) 通过使 $H_P(Z^{-1})$ 及 $H_R(Z^{-1})$ 满足

$$\frac{H_R(Z^{-1})}{H_P(Z^{-1})}\approx\frac{G_P(Z^{-1})}{G_R(Z^{-1})}$$

时，就可以期望得到一定程度的噪声抑制。从频谱角度上来看也就是

$$\oint_{|Z|=1}\left|\frac{H_R(Z^{-1})}{H_P(Z^{-1})}-\frac{G_P(Z^{-1})}{G_R(Z^{-1})}\right|\frac{dZ}{Z}<\varepsilon \tag{9}$$

当 $\varepsilon\to 0$ 时，性能随之改善。若能做到两个滤波器 $H_P(Z^{-1})$ 和 $H_R(Z^{-1})$ 中具有足够的自由度或权，则对于给定的 ε，方程式(9)就能得到满足，这就是近似理论的基础。

于是，EANC 的主要优点可表为：在图 4 所示的两个滤波器中，配置较少的滤波器系数或权，就能比具有相同权重数的单个滤波器所组成的常规噪声抵消器取得更好的噪声抑制性能。从而完成滤波器操作所必需的计算也将显著地减少，这就相应地扩展了所允许的输入带宽。

图 4 所示的结构能用类似在常规 ANC 中所使用的更新公式(4)来实现自适应。如果假设信号成份具有很低的功率，以致于在输入端的信噪比 SNR 是非常低，那末噪声抑制的效能与剩余过程 e_K 有关，即与图 4 中加法器的输出有关。当噪声被完全抵消时，e_K 仅含有与信号有关的信息，有失真但无噪声。由于这一信号分量的电平较低，所以 e_K 的功率能作为对性能的合适的度量。因此，两个自适应滤波器的权就简单地被调整到使正比于 e_K 功率的函数

$$\frac{1}{2}E\{e_K^2\}$$

为最小的状态。

设 $H_P(Z^{-1})$ 由 L 个权 $\{v_0, v_1, \cdots\cdots, v_L\}$ 来表示，而 $H_R(Z^{-1})$ 由 M 个权 $\{w_0, w_1, \cdots\cdots, w_{M-1}\}$ 来表示，则

$$e_K=\sum_{j=0}^{L-1}v_jZ_{K-j}-\sum_{l=0}^{M-1}w_lx_{K-l} \tag{10}$$

如果所有的权是根据最陡下降算法调整的，那末

$$v_j(k+1)=v_j(k)-\mu_P\frac{\partial}{\partial v_j}E\left[\frac{1}{2}e_K^2\right]$$

$$w_l(k+1)=w_l(k)-\mu_R\frac{\partial}{\partial w_l}E\left[\frac{1}{2}e_K^2\right] \tag{11}$$

式中 μ_P 和 μ_R 是正的自适应常数。由式(10)，则式(11)中的导数分别表为

$$\frac{\partial}{\partial v_j}E\left[\frac{1}{2}e_K^2\right]=E\left\{e_K\frac{\partial e_K}{\partial v_j}\right\}=E\{Z_{K-j}e_K\}$$

$$\frac{\partial}{\partial w_l}E\left[\frac{1}{2}e_K^2\right]=E\left\{e_K\frac{\partial e_K}{\partial w_l}\right\}=-E\{x_{K-l}e_K\} \tag{12}$$

象在 LMS 算法中所规定的那样，利用方程式(12)的瞬时估计，那末，EANC 更新公式就可简单地表示为：

$$\begin{aligned}v_j(k+1)&=v_j(k)-\mu_PZ_{K-j}e_K\\ w_l(k+1)&=w_l(k)+\mu_Rx_{K-l}e_K\end{aligned} \tag{13}$$

为了防止当分母多项式 $H_P(Z^{-1})$ 等于零时，在自适应过程中可能出现的退化现象，所以主输入端滤波器的第一个权被限定为 1 。

LMS 算法的特性多少能在讨论方程式(13)的性质时得到些应用[1][9]。例如，当自适应滤波器 $H_P(Z^{-1})$ 和 $H_R(Z^{-1})$ 是根据(13)式进行调整时，则可以证明，这二个滤波器平均收敛成

满足方程(9)的最佳滤波器。当考虑由 Widrow 等人[9]提出的，即对输入过程 x_K 和 Z_K 的不作严格的限制时，收敛是有保证的，并以反比于自适应步长 μ_P 及 μ_R 的几何速率进行收敛。可以发现，如果步长选择得满足

$$\frac{\mu_P}{\mu_R}=\frac{\sigma_R^2}{\sigma_P^2} \tag{14}$$

则不同模式的时间常数的离散就最小。式中 σ_R^2 及 σ_P^2 分别是参考输入和主输入的功率。

再者，通过利用 Widrow 等人[9]的理论，还可以证明，在收敛时，由于权的"抖动"，在 e_K 的过程中所出现的失调噪声的功率是正比于

$$(\mu_R M\sigma_R^2+\mu_P L\sigma_P^2)E\{e_K^2\} \tag{15}$$

按照方程式(14)，这意味着总的权的个数(L+M)线性地影响着失调噪声。因此，通过采用 EANC 来减小自适应权的总数不仅简化了计算，而且也减少了由自适应机理所引起的性能降低。

当由于传输效应 $G_P(Z^{-1})$在主输入端引起谐振时，附加的滤波器 $H_P(Z^{-1})$看作一个串联均衡器。应该指出，这样做法也会对 e_K 过程中的信号分量产生失真。但在检测信号的应用中，这种失真是根本无关重要的。在其它场合，信号的保真度可以在想要实现的噪声抑制达到了以后，利用一个非自适应的后置均衡器来恢复。图 4 画出了这一后置滤波器，它能通过脱机计算来周期性地更新。

模拟试验结果

实验结果表明，系统工作极佳。下面的模拟试验结果是利用 Colorado 大学 CDC 6400 计算机装置而取得的。图 5 给出了所模拟的随机高斯噪声分量的功率谱。注意，主输入端噪声基本上是低频的，而参考端的噪声在靠近⅛采样频率的地方，有一个能量抑制区域。对于这样一个组合则将要求一个超过 45 个权的常规 FIR 噪声抵消滤波器才能在 10% 的误差之内近似地实现理想的噪声抵消滤波器。然而，利用 EANC 结构，整个自适应权的个数可减少为7，且仍然有接近完全的噪声抵消。这不仅显著地节省了硬件和计算量；而且，按照式(5)和(15)对某一给定的自适应速率整个性能也将更好。

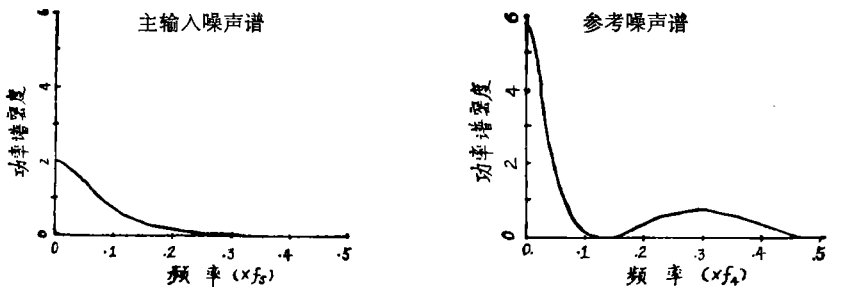


图 5　噪声抵消器模拟试验的噪声谱

图 6 概括了这些实验的结果。在图 6a 中给出了 EANC 处理器的某一个自适应权分量在 4000 个迭代周期内的演变情况。置起始值为零，它以指数形式收敛于它的最佳值。图 6b—6e 画出了模拟试验最后 1000 个迭代周期有关的时间数据。图 6b 是平均功率为 10^{-2} 的所模拟的

周期脉冲信号的波形；在生物应用中会遇到这种信号。6c 表示了上述这样一个信号完全被一个单位功率的主输入噪声所掩盖，这就象从主输入端传感器上录下来的一样。必须注意到刻度的改变。图 6d 表示在 3000～4000 次自适应迭代周期之间的 EANC 处理器输出。值得注意的是：尽管在主输入端传感器上信噪比是－20db，但处理器输出的信号已为清楚地可检测的了。而且在输出轨迹的右半边，可观察到噪声抑制的性能仍稍有改善，这表明自适应过程还在不断地改善噪声抵消性能。图 6e 中，是同样的轨迹通过一个后置均衡器滤波，以改善信号的保真度。

为了对比起见，图 7 画出了一个常规的 ANC 处理器对于同样的噪声场的性能。这单个的自适应滤波器带有 24 个权，包含了比前面所讨论的 EANC 多三倍的计算量。迭代步长选择得有一个相近的收敛速率。7d画出了一个已经达到收敛以后的噪声抵消器的输出时间轨迹。注意，信号分量是完全无法辨别的，仍然掩蔽在以¼采样频率为中心的剩余窄带噪声中，这对应于参考噪声谱中的“凹坑”。

结　　论

当在相同的噪声场中，本文所介绍的新型的自适应噪声抵消器的结构要比常规的噪声抵消处理器用少得多的权重数。自适应滤波器权重数的这样的减少意味着：

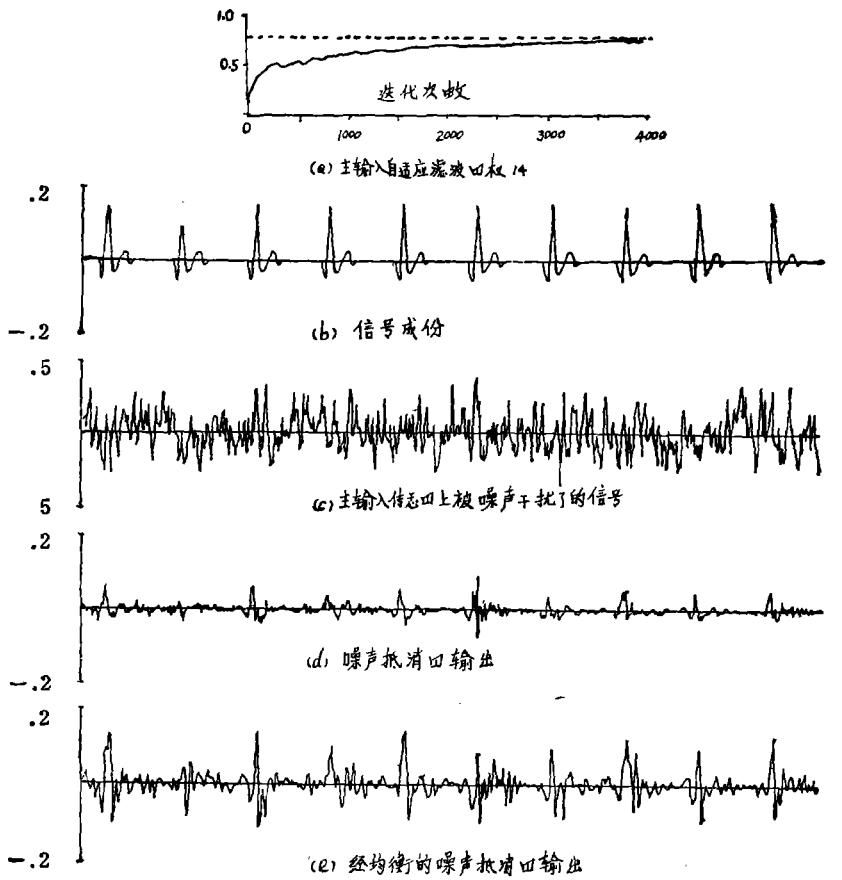


图 6 经均衡的ANC处理器模拟试验的结果

1）每一采样间隔内计算减小，这样就允许更快的采样速率，从而可以处理更宽频带的输入过程。

2）由权的失调而在输出中所引起的干扰噪声也会减少。所以，合适地利用经均衡的自适应噪声抵消器，将能使这种噪声抑制技术扩展应用到常规的噪声抵消器无效的场合中去。

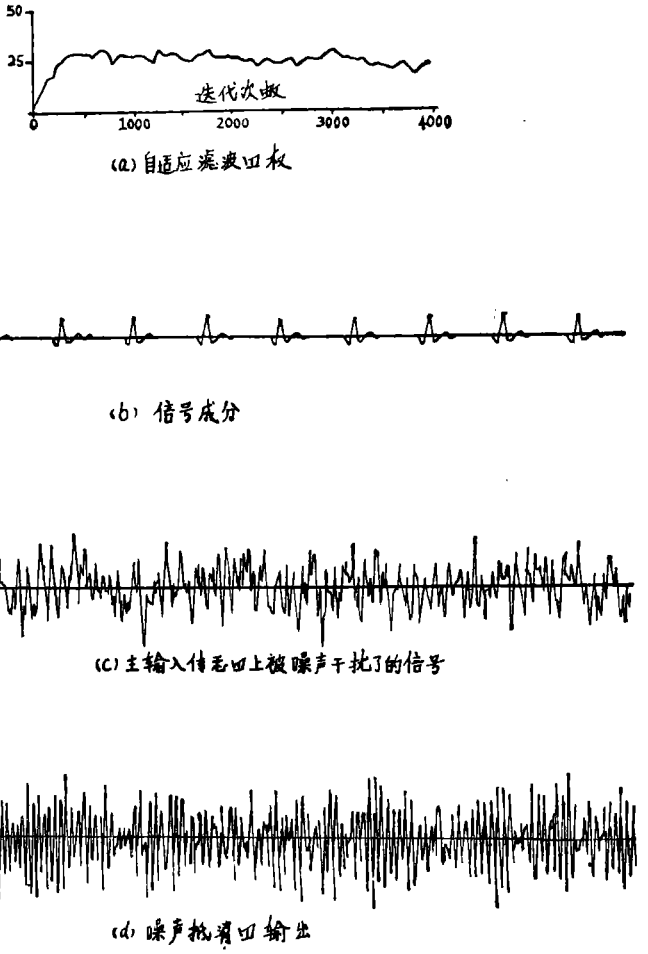


图 7　常规 ANC 处理器模拟试验的结果

译自　11th Annual Asilomar Conference on Circuits, Systems, and Computers 1977

译者　袁建人

校者　沈志华，向大威

参 考 文 献

[1] B. Widrow, J. R. Glover, Jr., J. M. McCool, J. Kaunitz, C. S. Williams, R. H Hearn, J. R. Zeidler, E. Dong, Jr., and R. C. Goodlin, "Adaptive Noise Cancelling." *Proc. IEEE*, Vol.63, No.12, pp.1692-1716, Dec. 1975.

[2] J. R. Glover, Jr., "Adaptive Noise Cancelling of Sinusoidal Interferences," Ph. D. dissertation, ISL, Stanford, Calif., May 1975.

[3] J. Kaunitz, "Adaptive Filtering of Broadband Signals as Applied to Noise Cancelling"

Ph. D. dissertation, ISL, Stanford, Calif., Aug. 1972.

[4] R. Riegler and R. Compton, Jr., "An Adaptive Array for Interference Rejection", *Proc. IEEE*, Vol.61, pp.748-758, June 1973.

[5] J. M. Mendel, *Discrete Techniques for Parameter Estimation*, Marcel Dekker, Inc., New York, 1973.

[6] R. W. Lucky and H. R. Rudin, "An Automatic Equalizer for General-Purpose Communication Channels," *Bell System Technical Journal*, Vol.44, No.9, pp.2179-2208, Nov. 1967.

[7] L. J. Griffiths, "A Simple Adaptive Algorithm for Real-Time Processing in Antenna Arrays," *Proc. IEEE*, Vol.57, pp.1696-1704, Oct. 1969.

[8] B. Widrow and M. E. Hoff, Jr., "Adaptive Switching Circuits," *1960 WESCON Conv. Rec.*, Inst. Radio Engnrs., Part 4, pp.96-104, 1960.

[9] B. Widrow, J. M. McCool, M. G. Larimore, and C. R. Johnson, Jr., "Stationary and Nonstationary Learning Characteristics of the LMS Adaptive Filter," *Proc. IEEE*, Vol.64, No.8, pp.1151-1162, Aug. 1976.

[10] M. G. Larimore, "The Adaptive Minimum Error Correlation Filter," Ph. D. dissertation, ISL, Stanford, Calif., May 1977.

[11] K. J. Astrom and P. Eykhoff, "System Identification A Survey," *Automatica*, Vol.7, pp.123-162, 1971.

[12] E. A. Guillemin, *Synthesis of Passive Networks*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1957.