

自适应传递滤波器的研究

G. R. Elliott S. D. Stearns N. Ahmed

摘 要

本文介绍一种称作自适应传递滤波器的新颖的滤波器结构。文中将这一滤波器的性能和一般称作自适应噪声抵消滤波器的常规滤波器结构的性能进行了实验比较。在有关的实验中,两种滤波器都采用 Widrow 的 LMS(least-mean-square)算法来实现的。

一、引 言

我们往往采用图 1 所示的滤波器结构,以图减小在信号中的相加性噪声,通常把这种滤波器称作自适应噪声抵消滤波器(ANCF)。^[1-4]在图 1 中,自适应滤波器是一个 M 个权重的非递归滤波器,其权系数 $b_m(K)$ 采用如下式所示的 LMS 算法进行更新:

$$b_m(o) = b_m(l) + v e(o) n_1(m) \quad m=0, 1, \dots, L \quad (1)$$

式中 $n_1(o)$ 和 $e(o)$ 分别是现时的输入 2 及误差样本; $n_1(m)$ 是经延迟的输入 2 样本, m 是延迟量的号数; v 是收敛因子而 L 是滤波器长度。

输入 1 由信号成份 $f(o)$, 加上噪声成份 $n_2(o)$ 组成, 而输入 2 仅由噪声 $n_1(o)$ 组成。假定噪声随机变量 n_1 和 n_2 是相关的。

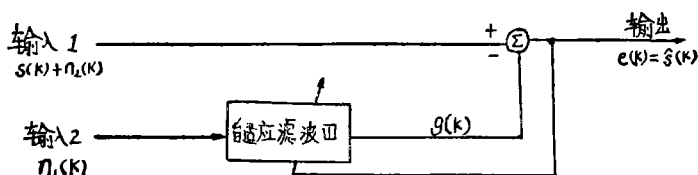


图 1 噪声抵消滤波器结构

从图 1 可知, 方程(1)中的误差项 $e(o)$ 可表为:

$$e(o) = f(o) + n_2(o) - g(o) \quad (2)$$

方程式(1)和(2)意味着自适应滤波器的权系数与信号和噪声两者有关。本文的主要目的是介绍一种噪声抵消结构, 其滤波器权系数的改变仅取决于噪声。这样一来, 自适应过程就只是噪声统计特性的函数。我们将把这种新的噪声抵消器结构称作自适应传递滤波器(ATF)。

二、自适应传递滤波器

与 ATF 有关的基本概念表于图 2。输入 1 仅含有噪声, 它被馈送到自适应预估器。预

估器的权系数 $b_1(K)$, $b_2(K)$, $\dots$, $b_L(K)$ 是利用 LMS 算法进行更新的; 即

$$b_n(o) = b_n(1) + v \cdot e(o) n_1(\Delta) \tag{3}$$

由图 2 可看出, 现时的误差样本 $e(o)$ 可表示为:

$$e(o) = n_1(o) - \hat{n}_1(o)$$

式中 $\hat{n}_1(o)$ 是 $n_1(o)$ 的预估计。

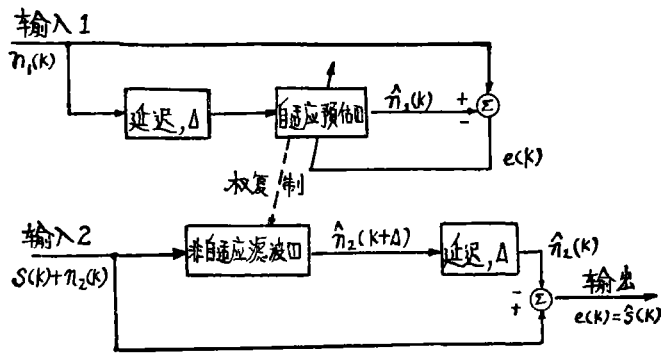


图 2 传递滤波器结构

方程式(3)和(4)意味着自适应预估器的权系数仅仅取决于噪声变量 n_1 。

其次, 输入 2 包含有现时的信号和噪声的样本; 即分别为 $f(o)$ 和 $n_2(o)$ 。象在 ANCF 中的情况一样, 我们假定噪声变量 n_1 和 n_2 是相关的。在每一时间步距, 自适应预估器的权系数被复制到非自适应(固定的)滤波器中去, 固定滤波器的输出为 $\hat{n}_2(-\Delta)$; 也就是 $n_2(-\Delta)$ 的预估值, 这一输出经 Δ 延迟后便得到 $\hat{n}_2(o)$ 。于是, 从 $f(o) + n_2(o)$ 中减去 $\hat{n}_2(o)$, 我们就得到 $\hat{f}(o)$, 即 $f(o)$ 的估计值。

由于在 ATF 中(见图 2)自适应预估器起着关键的作用, 因此, 我们在下面一节中讨论它的某些性能。与 ATF 有关的实验结果将在第四节中给出。

三、自适应预估器的性能

考虑图 3 所示的自适应预估器。输入样本 $f(t)$ 被延迟 Δ 个时间步距 ($\Delta \geq 1$)。为了迫使误差 $e(t)$ 达到最小平方值, 自适应滤波器必须在 Δ 时间步距之前预估出 $f(t)$ 。下面给出最佳预估器的简要的推导。这是由 O'Neal 证明的^[5]。

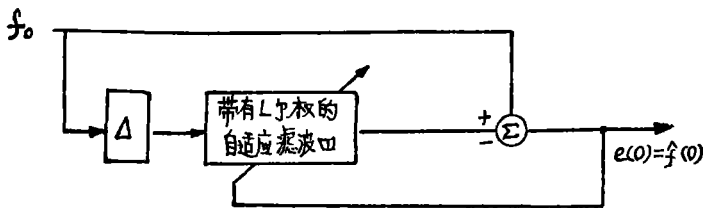


图 3 具有输入样本 $f(o)$, 误差样本 $e(o)$ 及延迟单元 Δ 的自适应预估器

现时的样本 $f(o)$ 的一个线性估计 $\hat{f}(o)$ 是以 L 个时延样本 $f(\Delta)$, $f(\Delta + 1)$, $\dots$, $f(\Delta + L - 1)$ 为基础的, 即

$$\hat{f}(o) = b_1 f(\Delta) + b_2 f(\Delta + 1) + \dots + b_L f(\Delta + L - 1) \tag{5}$$

相应的预估误差为：

$$e(o) = f(o) - \hat{f}(o) = f(o) - \sum_{n=1}^L b_n f(\Delta + n - 1) \quad (6)$$

令误差平方 $e^2(o)$ 的期望值对 b_i 的导数为零，我们得：

$$E \left[\left(\sum_{n=1}^L b_n f(\Delta + n - 1) - f(o) \right) \cdot f(\Delta + i - 1) \right] = 0 \quad (7)$$

$i=1, 2, \dots, L$

式中 E 表示期望值。我们假定 $f(t)$ 是一个平稳的时间序列，这样 $E[f(i)f(j)]$ 就是自相关函数 $\phi(i-j)$ ，而 $(i-j)$ 表示样本间的时延。^{[5][6]} 从而式(7)就变为：

$$\sum_{n=1}^L b_n \phi(i-n) = \phi(\Delta + i - 1), \quad i=1, 2, \dots, L \quad (8)$$

由解方程式(8)所确定的各个 b 值就是最佳预估器的各个权系数，相应的均方误差 (m.s.e)， $E(e^2)$ 为^[5]：

$$\begin{aligned} E(e^2) &= E\{[f(o) - \hat{f}(o)]f(o)\} \\ &= \phi(o) - \sum_{n=1}^L b_n \phi(\Delta + n - 1) \end{aligned} \quad (9)$$

由于 $\phi(o) = E\{f^2\}$ ，所以相对均方误差就为：

$$\frac{E\{e^2\}}{E\{f^2\}} = 1 - \sum_{n=1}^L b_n \frac{\phi(\Delta + n - 1)}{\phi(o)} \quad (10)$$

上式可用来作为对自适应预估器的性能度量。

为了进一步说明起见，我们考虑 $f(t)$ 是带宽为 B 的限带白噪声的情况，并且设 $\nu = B/f_s$ ，式中 f_s 是采样频率。此时， $\phi(k)$ 可用下式表示

$$\phi(k) = c \left(\frac{\sin 2\pi\nu k}{\nu k} \right) \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

式中 c 是常数，而 $\nu \leq 0.5$ 。

对于一个给定的 ν 值，我们现在就能利用(8)式解得最佳权系数值，并进而通过式(10)求得 $E\{e^2\}/E\{f^2\}$ 。图 4 画出了具有 4 个权的，即 $L=4$ 的预估器的若干结果。我们可以看出，

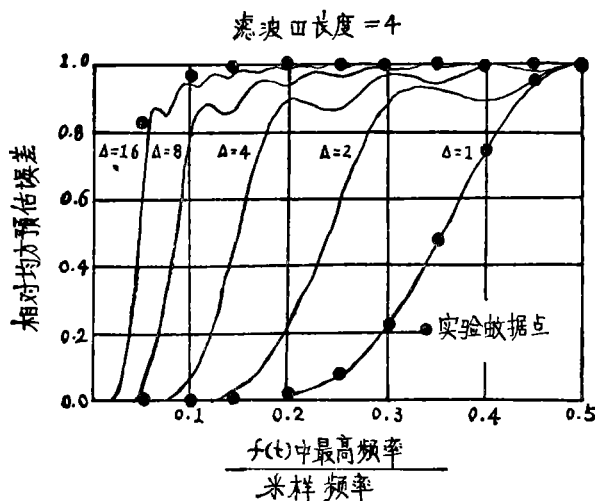


图 4 不同预估时延值时，相对均方估计误差 ($E(e^2)/E(f^2)$) 与归一化最高信号频率 (ν) 的关系曲线。自适应预估器的长度为 4，是随机的，且最高频率以下的功率谱是平坦的。对 $\Delta=1$ 和 $\Delta=16$ 的情况，图中标出了实验数据点。

对于较低的 Δ 或 ν 值, 预估器性能是非常好的。例如, 若 $\Delta=1$, $\nu=0.1$ 时, 则预估器将精确地估计 $f(t)$ 。与此相反, 当 $\Delta=16$, $\nu=0.4$ 时, 最佳预估器对于 $f(t)$ 的估计实际上是无效的。

图 4 中也标出了实验数据点, 实验时首先将白噪声通过一个低通滤波器, 再使自适应预估器适应成最佳结构, 然后测量 m.s.e 值。这些实验数据和理论曲线吻合得很好。

我们注意到: 图 4 那样的结果可用来预估 ATF 中自适应预估器的噪声抵消能力。

四、实验结果

采用 ATF 比 ANCF 有二个优点:

- (a) 复原信号的畸变较小;
- (b) 改善自适应性及信噪比, 甚至当两个噪声信号 n_1 和 n_2 相关性相当弱时亦能如此; ※

第一个特点可以通过计算机模拟来加以说明。例如, 若噪声信号 $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 是同相的 20Hz 正弦波而 $s(t)$ 是 9Hz 的猝发脉冲, 则 ANCF 和 ATF 的输出以及相应的功率谱如图 5 所示。在时间域和频率域两个曲线中 ATF 性能的改进是明显的。正如从图 5 中所看到的那样, ANCF 输出的脉冲特性往往有各种不同程度的变动, 而且这种变动取决于模拟实验中信号频率选择器及噪声频率选择器。我们还没有研究引起这种失真的原因。

利用在 Sandia 所进行的一项研究工作中的现场数据则可很好地说明第二个特点。我们围

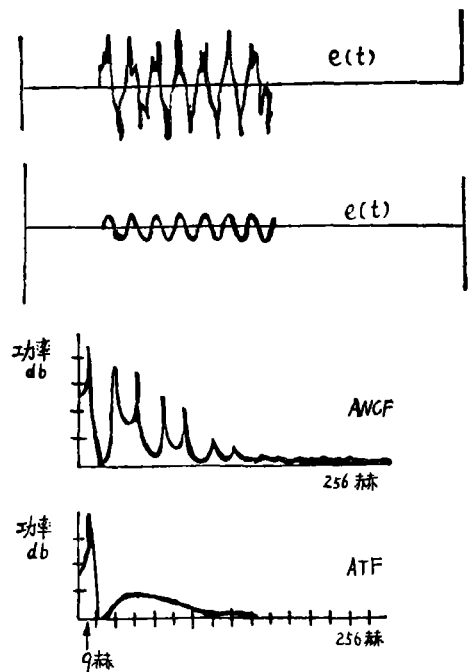


图 5 ANCF(上部)和 ATF (底部)性能比较。
 $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 是 20Hz 正弦波; $f(t)$ 是 9Hz 的猝发脉冲。8 节滤波器。

绕一个区域设置了埋设的线状传感器, 用来检测非法入侵者的入侵。这些传感器对于地震和磁场干扰都有响应, 因此在消除不希望有的噪声中, 就产生一个很有意义的问题。试验是用两个象图 6 那样布置的传感器进行的。噪声源是挨得很近的工作着重型推土设备, 在两个检测器上产生输入噪声, 这两个噪声在时间域和频率域上是相似的, 但却互不相关。象图 7 所示的那样, ANCF 一点也没有适应噪声, 因此信噪比就没有改善。注意, 两个谱几乎没有什么不同。但 ATF 却能自适应, 并且入侵者产生的信号很容易辨别。

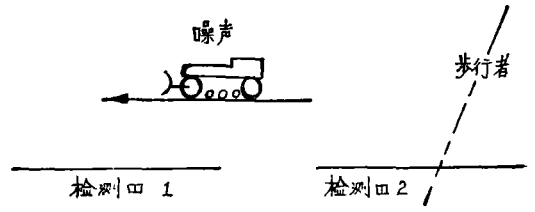


图 6 试验现场检测器的布置

※ 相对于在 ANCF 中所要求的相关程度而言。

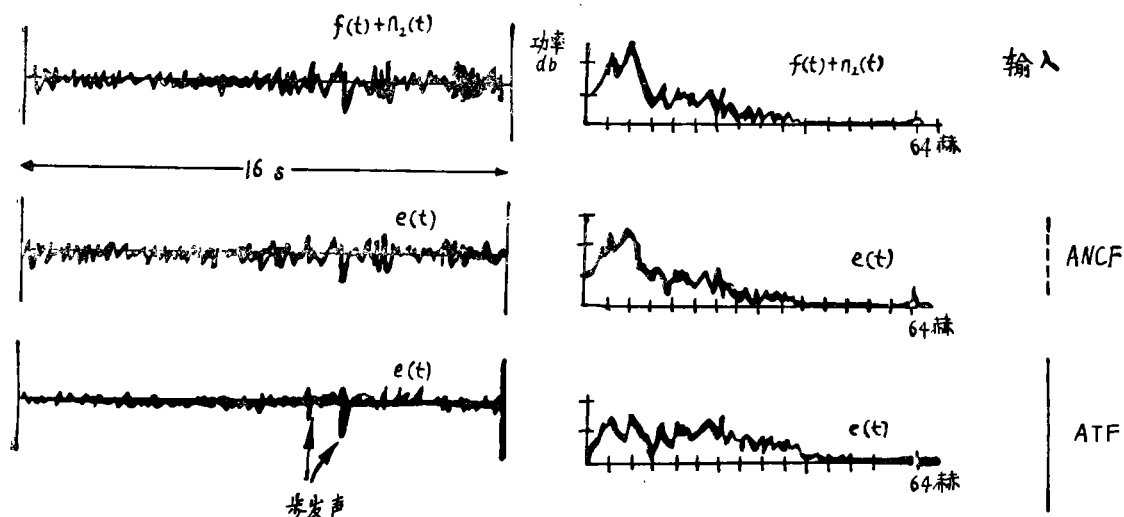


图7 ANCF(中间)和ATF(底部)对现场试验数据(上部)的性能。注意底部曲线信噪比改善及ATF谱的去相关性(白化)。利用8个权重的滤波器

五、结 束 语

我们已经阐明了ATF在二个方面优于ANCF, 也就是(a)复原信号的畸变较小, (b)当参考输入噪声和输入噪声(即图1和图2中的 n_1 和 n_2)的相关性是相当弱时, (即针对ANCF的情况而言)能改善自适应性和信一噪比。有关ANCF和ATF比较的进一步的工作, 正在进行。

在Sandia所做的入侵检测的有关工作中, ATF是非常有用的。它已能以很小的畸变从输入信号中提取入侵者的信号, 甚至在存在复杂噪声和很低信一噪比的情况下, 也能如此。ATF(以及其它的一些信号处理算法)现在正在继续开展小型的、现场使用的、微处理系统的样机工作, 并将在几个现场试验。

译自: 11th Annual Asilomar Conference on Circuits, Systems And Computers 1977

译者: 袁建人

校者: 沈志华, 向大威

参 考 文 献

- [1] B. Widrow, et al., "Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications," *Proc IEEE*, Vol.63, No.12, December 1975, p 1692.
- [2] B. Widrow, et al., "Stationary and Nonstationary Learning Characteristics of the LMS Adaptive Filter," *Proc. IEEE*, Vol.64, No.8, August 1976, p.1151.
- [3] G. R. Elliott, W. L. Jacklin, and S. D. Stearns, "The Adaptive Digital Filter," *Tech. Rept. No. SAND76-0360*, August 1976, Sandia Laboratories, Albuquerque, NM 87115.
- [4] N. Ahmed, "A Study of Adaptive Digital Filters," *Tech. Rept. No. SAND77-0102*, August 1977, Sandia Laboratories, Albuquerque, NM 87115.
- [5] J. B. O'Neal: "Predictive Quantizing Systems for the Transmission of Television Signals," *BSTJ*, May-June 1966, p.689.
- [6] S. D. Stearns: *Digital Signal Analysis*, Hayden, 1975, p.235.