

# 超声断面成象线阵的近场计算 和分辨力估计

陈汝琛 姬树森

(上海交通大学)

计算一定孔径的辐射声场，通常是依据惠更斯原理。应用菲涅耳近似或夫琅和弗近似可以简化计算。但是，大多数医用超声成象设备的检测区不能满足这些近似条件。本文以角谱法为主进行计算。这种方法物理意义明确，一般不必作任何近似就能进行数值计算，又便于采用FFT算法，从而大大节约了计算工作量。文中结合计算实例对采样间隔、采样点数的选取进行了讨论。计算结果为研究线阵横向分辨力及拟定分段动态聚焦方案提供了依据。

## 一、引言

分辨力是衡量超声成象设备性能的重要指标。众所周知，B型诊断仪中纵向分辨力取决于发射脉冲的宽度和接收机的频响，而横向分辨力则决定于声换能器接收方向图的主瓣宽度。由于衍射限制，这一宽度不可能做得太窄，通常横向分辨力比纵向分辨力低得多。因此，提高成象质量的关键在于提高横向分辨力。

为了对超声成象设备的近场分辨力作定量估计，本文计算了用于超声断面成象设备直线换能器阵的近距离声场。声场的计算，尤其是近场的计算对研究医用超声成象设备的分辨力具有重要的意义。

## 二、线阵辐射声场的计算方法

B型成象设备中常用线阵形成声束，并通过更换阵元组合实现扫描。因此，只要计算形成图象中一根扫描线所用那组阵元的声

场即可。

线阵的几何参数如图1所示。

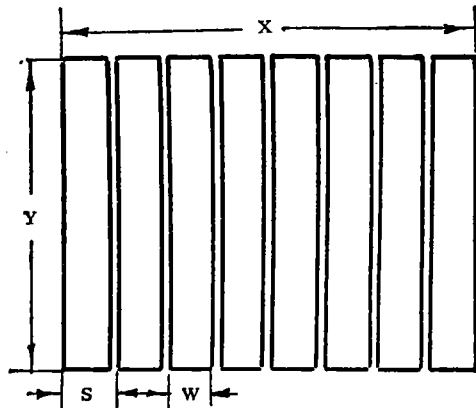


图1 线阵的辐射面

X: 单组阵元长 Y: 线阵宽  
S: 阵元间距 W: 单个阵元宽

设各阵元辐射面上声压分布均匀，则整个线阵辐射面上归一化声压分布可表示为<sup>[1]</sup>：

$$\begin{aligned}
 p_1(x_1, y_1) = & \text{rect} \frac{x_1}{X} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x_1 - ns) \cdot \right. \\
 & \left. \text{rect} \frac{x_1}{W} \right] \text{rect} \frac{y_1}{Y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect} \frac{x_1 - ns}{W} \cdot \\
 & \text{rect} \frac{x_1}{X} \cdot \text{rect} \frac{y_1}{Y} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\text{其中 } \text{rect} \frac{a}{A} = \begin{cases} 1 & |a| \leq \frac{A}{2} \\ 0 & |a| > \frac{A}{2} \end{cases} \quad \text{—矩形函数}$$

$$\delta(a) = \begin{cases} \infty & a=0 \\ 0 & a \neq 0 \end{cases} \quad \text{—脉冲函数}$$

设线阵辐射面座标为  $(x_1, y_1)$ ，现在求解的问题是，由辐射面声压分布  $p_1(x_1, y_1)$  求出距平面  $(x_1, y_1)$  为  $Z$  的检测平面  $(x_0, y_0)$  上的声压分布  $p_0(x_0, y_0, Z)$ 。有两种计算方法<sup>[2]</sup>。

### 1. 积分法

根据惠更斯原理， $(x_0, y_0)$  平面上的声压由下列积分给出：

$$p_0(x_0, y_0, Z) = \iint_{\Sigma} h(x_0, y_0; x_1, y_1) p_1(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \quad (2)$$

其中，空间不变函数

$$h(x_0, y_0; x_1, y_1) = \frac{1}{j\lambda} \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) \quad (3)$$

$\lambda$ : 波长；

$\vec{n}$ :  $(x_1, y_1)$  平面的法线方向单位矢量；

$\Sigma$ : 换能器辐射面；

$$r_{01} = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 + Z^2}$$

若  $Z$  远大于辐射面的最大线度，也大于观察区域的最大线度，则有：

$$\cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) \simeq 1$$

作菲涅耳近似时，有：

$$p_0(x_0, y_0, Z) = \frac{\exp(jkZ)}{j\lambda Z} \exp\left[ j \frac{k}{2Z} (x_0^2 + y_0^2) \right] \cdot F\{p_1(x_1, y_1) \exp\left[ j \frac{k}{2Z} (x_1^2 + y_1^2) \right]\} \quad (4)$$

其中， $F$  为空域傅里叶变换算子：

$$F\{p_1(x_1, y_1) \exp\left[ j \frac{k}{2Z} (x_1^2 + y_1^2) \right]\} = \iint_{-\infty}^{\infty} p_1(x_1, y_1) \exp\left[ j \frac{k}{2Z} (x_1^2 + y_1^2) \right] dx_1 dy_1$$

$$\cdot \exp[-j2\pi(f_x x_1 + f_y y_1)] dx_1 dy_1 \quad (5)$$

变换中，空间变量  $x_1, y_1$  对应的空间频率分别为：

$$f_x = \frac{x_0}{\lambda Z}, \quad f_y = \frac{y_0}{\lambda Z} \quad (6)$$

作夫琅和弗近似时，计算简化为：

$$p_0(x_0, y_0, Z) = \frac{\exp(jkZ)}{j\lambda Z} \exp\left[ j \frac{k}{2Z} (x_0^2 + y_0^2) \right] \cdot F\{p_1(x_1, y_1)\} \quad (7)$$

在只考虑一维线阵的情况下，可以推得两种近似条件下的计算公式分别为：

$$p_0(x_0, Z) = \frac{1-j}{\sqrt{2\lambda Z}} \exp(jkZ) \exp\left( j \frac{k}{2Z} x_0^2 \right) F\{p_1(x_1) \exp\left( j \frac{k}{2Z} x_1^2 \right)\} \quad (8)$$

$$p_0(x_0, Z) = \frac{1-j}{\sqrt{2\lambda Z}} \exp(jkZ) \exp\left( j \frac{k}{2Z} x_0^2 \right) F\{p_1(x_1)\} \quad (9)$$

直接对式(2)进行数值积分，即使只考虑一组，计算工作量也相当可观。所以采用积分法计算声场，一般均作菲涅耳近似或夫琅和弗近似。满足这两种近似条件的区域，分别为菲涅耳区和夫琅和弗区。根据不同孔径的换能器，我们可以推算这些区域的大致范围。医用超声成像设备的检测区域与线阵距离极近，我们认为它的声场计算以采用角谱法更为适宜。

### 2. 角谱法

声压分布的傅里叶变换，称为它的角谱：

$$P_1(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} p_1(x_1, y_1) \exp[-j2\pi(f_x x_1 + f_y y_1)] dx_1 dy_1 \quad (10)$$

$$P_0(f_x, f_y; Z) = \iint_{-\infty}^{\infty} p_0(x_0, y_0, Z) \exp[-j2\pi(f_x x_0 + f_y y_0)] dx_0 dy_0 \quad (11)$$

两角谱之间的关系为：

$$P_0(f_x, f_y; Z) = \begin{cases} P_1(f_x, f_y) \cdot \exp \left[ j \frac{2\pi Z}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right] & f_x^2 + f_y^2 < \frac{1}{\lambda^2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

在只考虑一维的直线换能器阵的情况:

$$P_0(f_x; Z) = \begin{cases} P_1(f_x) \exp \left[ j \frac{2\pi Z}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2} \right] & |f_x| < \frac{1}{\lambda} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

或

$$p_0(x_0, Z) = F^{-1}\{P_0(f_x; Z)\} = F^{-1}\{P_1(f_x) \cdot \exp \left[ j \frac{2\pi Z}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2} \right]\} \quad (14)$$

在作傅里叶反变换时, 取  $|f_x| < \frac{1}{\lambda}$ 。

作数值计算, 如果  $x_0$  及  $x_1$  座标采样点数均为  $N$ , 几个公式的计算量可以大致估计如下:

未经近似的积分法计算公式(2) (一维) 为  $N^2$  数量级:

积分法菲涅耳近似公式(8)为  $N \log_2 N$  数量级;

积分法夫琅和弗近似公式(9)为  $N \log_2 N$  数量级;

角谱法计算公式(15)为  $N \log_2 N$  数量级。

显然, 用角谱法计算辐射声场, 未引入任何近似条件, 适用于一切区域。这一方法形式简洁, 物理意义明确, 傅里叶正、反变换可以套用同一种 FFT 子程序, 程序简单。因此, 用它进行声场计算有较大的优点。

我们的数值计算以角谱法为主, 只在稍远的区域用菲涅耳近似公式进行核对。

### 3. 聚焦相控

如图 2 所示, 为使声束在预定的距离  $Z=f$  处聚焦, 要求不同阵元辐射的声波在焦点  $F$  处同相。为此, 与阵中心相距为  $x_1$  的阵元与阵中心辐射声波的程差应为:

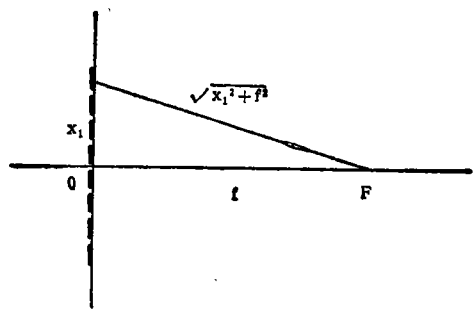


图 2 聚焦于  $F$  点的声束行程图

$$d = \sqrt{x_1^2 + f^2} - f$$

其相应的相差为:

$$\varphi = k(\sqrt{x_1^2 + f^2} - f)$$

如果辐射面声压分布取值为:

$$p_1'(x_1) = P_1(r_1) e^{-i\varphi} \quad (15)$$

则能使换能器阵辐射声波会聚于  $F$  点。

我们计算了线阵工作于聚焦和不聚焦状态的辐射声场。

## 三、数值计算的考虑

### 1. 各计算公式的离散化

(8)、(14)两式的离散化形式分别为:

$$p_0(n \Delta x_0, Z) = \frac{1-j}{\sqrt{2\lambda Z}} \exp \left[ jk \left( Z + \frac{n^2 \Delta x_0^2}{2Z} \right) \right] \cdot$$

$$F \left\{ p_1(m \Delta x_1) \exp \left( i \frac{k}{2Z} m^2 \Delta x_1^2 \right) \right\}$$

$$(n=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (16)$$

$$p_0(n \Delta x_0, Z) = F^{-1} \left\{ P_0 \left( \frac{m}{N \Delta x} \right) \right\}$$

$$= F^{-1} \left\{ P_1 \left( \frac{m}{N \Delta x} \right) \exp \left[ jkZ \cdot \right. \right.$$

$$\left. \left. \sqrt{1 - \lambda^2 \left( \frac{m - \frac{N}{2}}{N \Delta x} \right)^2} \right] \right\} \quad \left( \left| \frac{m - \frac{N}{2}}{N \Delta x} \right| < \frac{1}{\lambda} \right)$$

$$(n=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (17)$$

其中,  $\Delta x_0$ : 检测面采样间隔;

$\Delta x_1$ : 辐射面采样间隔;

$N$ : 采样点数;

$F$  和  $F^{-1}$  分别为离散傅里叶正、反变换算子。

一维线阵均匀辐射归一化声压分布离散化形式为:

$$p_1(m\Delta x_1) = \sum_{i=0}^{M-1} \text{rect} \frac{m\Delta x_1 - is}{W} \quad (m=0,1,2,\dots,N-1) \quad (18)$$

其中  $M$ : 阵元数。

于是, (15) 式的离散化形式为:

$$p_1'(m\Delta x_1) = \sum_{i=0}^{M-1} \text{rect} \frac{m\Delta x_1 - is}{W} \exp \left[ -jk \left( \sqrt{\left( i - \frac{M}{2} + 0.5 \right)^2 s^2 + f^2} - f \right) \right] \quad (m=0,1,2,\dots,N-1) \quad (19)$$

## 2. 计算实例<sup>[3]</sup>

整个线阵阵元数为 64, 每 8 个阵元为一扫描单元, 形成一根扫描线。每个单元的具体参数如下:

$$\lambda = 0.5\text{mm}, s = 2.5\text{mm}, W = 2.25\text{mm},$$

$$X = 20\text{mm}, Y = 14\text{mm}.$$

## 3. 计算参量的选取

(1) 采样间隔的确定, 考虑如下三个因素:

a) 由采样定理<sup>[4]</sup>知, 采样间隔  $\Delta x$  应满足

$$\Delta x \leq \frac{1}{2f_{\max}}, f_{\max} \text{ 为最高空间频率。}$$

这样在傅里叶变换后, 频谱不会混迭。此外, 由角谱法计算公式 (14), 有  $f_x \leq \frac{1}{\lambda}$ , 即  $f_{\max}$

$$= \frac{1}{\lambda}。因此, 应取 \Delta x \leq \frac{\lambda}{2};$$

b) 辐射面上阵元之间间距在采样时至少应该有一点, 其声压辐射为 0, 以表示阵元的不连续, 即  $\Delta x \leq s - W$ ;

c) 检测面上声束截面在最小距离  $Z_{\min}$  处为最小,  $\Delta x$  应小于它的宽度, 方可保证声束截面上有采样点。

综合上述三个因素, 取

$$\Delta x_1 = \Delta x_0 = 0.25\text{mm}$$

(2) 采样点数的确定, 考虑如下:

a) 离散化后, 因采样点数有限而引入了

人为的周期性。式 (18) 经傅里叶变换后的第一旁瓣位于  $x_0 = \frac{\lambda Z}{s}$  处, 为了不使它丢失, 且

不与相邻周期的主瓣混迭, 取  $N \geq \frac{2\lambda Z_{\max}}{\Delta x}$ 。

$$\left( \frac{1}{s} + \frac{1}{X} \right);$$

b) 如果人为周期化后, 检测面周期  $T = GX$ , 则扩展常数  $G$  应满足:

$$G \geq 1 + \frac{Z_{\max} \lambda}{2\pi^2 X^2 \epsilon} \quad [5]$$

其中  $\epsilon$  为允许误差,

c) 为了便于作 FFT 运算,  $N$  取 2 的整数次幂。

综合以上三因素, 我们取  $N = 512$ 。

## 四、计算结果和分析

我们分别用角谱法和积分法的菲涅耳近似公式作了线阵的声场计算, 在稍远的区域, 两种方法结果基本一致。限于篇幅, 以下仅给出用角谱法计算得到的部分声压分布图。图的三个轴分别表示  $x_0, Z, p_0(x_0, Z)$ 。

1. 图 3 表示不聚焦线阵的辐射声场。在所计算的 20—30 毫米范围内。辐射声束宽度近于线阵宽度。可见, 这范围基本上属于近场。这里声压分布起伏很大。

2. 大致在 70—200 毫米范围内, 聚焦后在焦平面上声束宽度约为  $\frac{\lambda f}{X}$ 。聚焦使束宽变窄, 显示了聚焦的效果。图 4、图 5 分别表示焦距为 70 毫米和 100 毫米的聚焦线阵的辐射声场。

3. 大致在 70 毫米以内, 角谱法和菲涅耳近似的积分法计算结果不一致, 需要作进一步的讨论。图 6 表示焦距为 50 毫米的聚焦线阵的辐射声场。

4. 在 200 毫米以外, 聚焦声束束宽逐渐呈自然发散, 束宽与  $Z$  成正比, 无论聚焦与否均然。图 7 表示焦距为 200 毫米的线阵辐

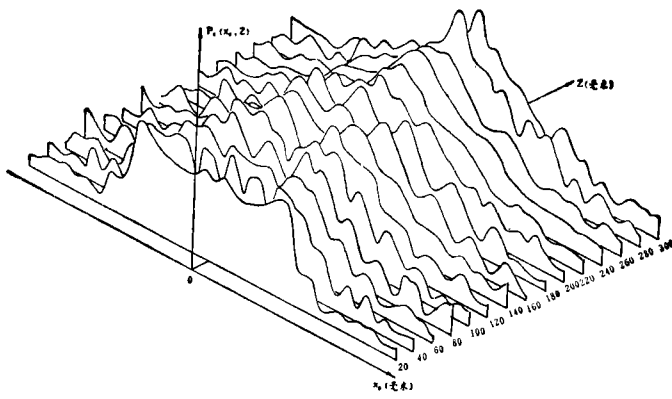


图3 不聚焦线阵的辐射声场

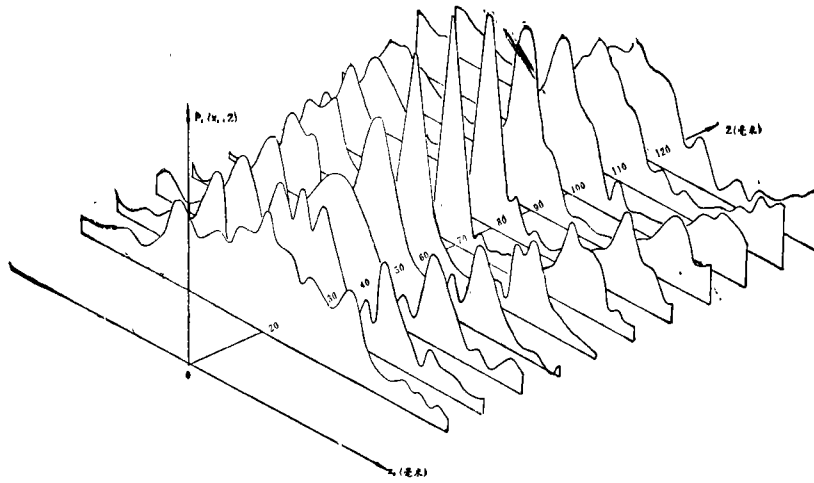


图4 焦距为70mm的聚焦线阵的辐射声场

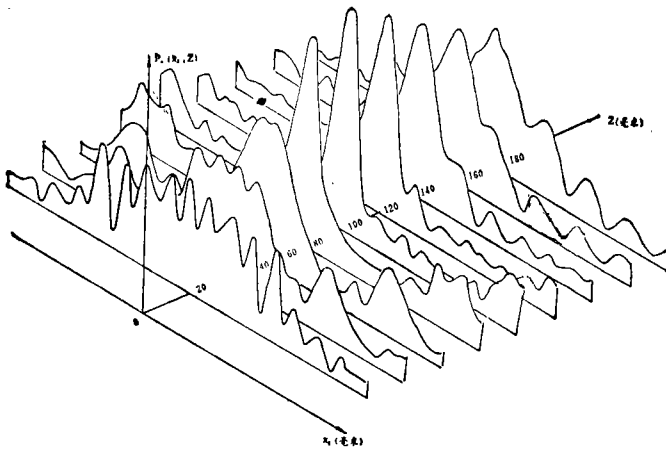


图5 焦距为100mm的聚焦线阵的辐射声场

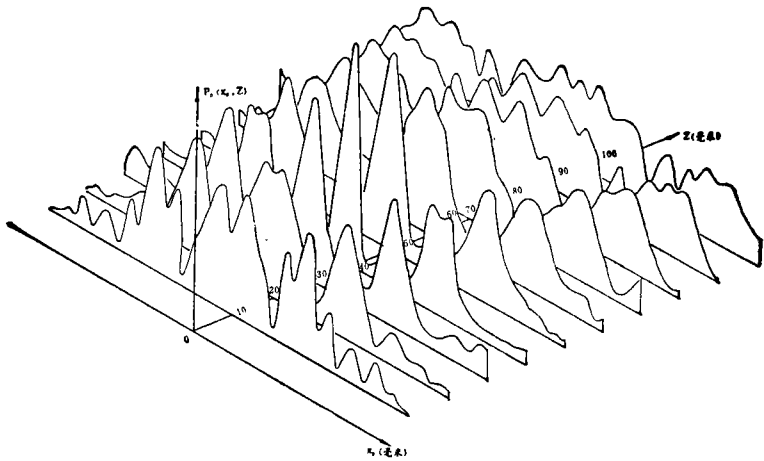


图6 焦距为 50mm 的线阵辐射声场

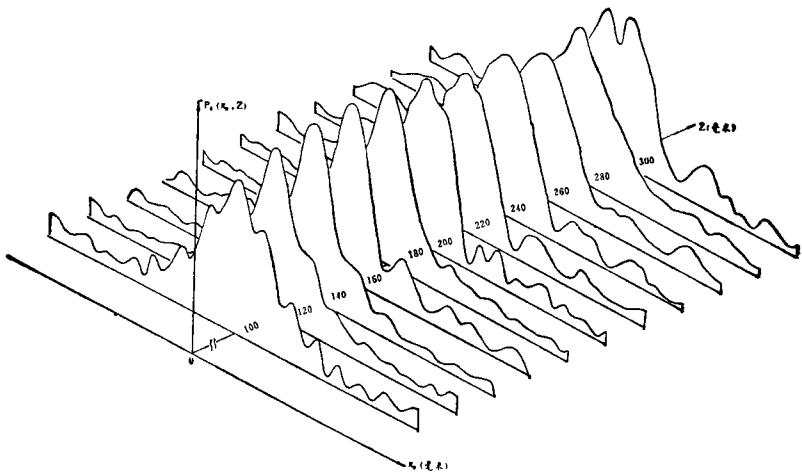


图7 焦距为 200mm 的线阵辐射声场

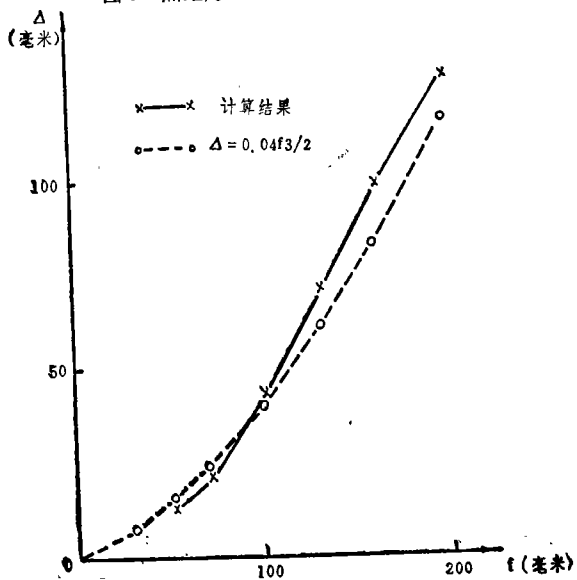


图8 聚焦深度与焦距的关系

(下转第39页)

频率的增加略变窄。

#### 4. 参量阵的工作状态

由本文第一节可知：本实验的原频波声场应看作是球面扩展的。此外，用无量纲饱和数和原频吸收损失  $\alpha_T R_r$  来判断<sup>[6]</sup>： $\chi = \beta P_0 k_0 R_r (\rho c_0^2)^{-1} = 0.45 < 1$ ， $2\alpha_0 R_r = 0.0035 <$

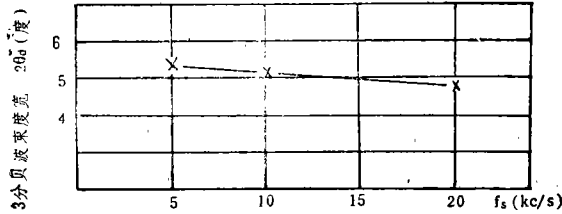


图 10 差频波束宽度与差频频率的关系

$\frac{1}{H_s}$  (此处  $H_s = \frac{f_0}{f_s} = 7.8$ )，亦说明该参量阵是工作在原频波的球面扩展区。

参加本次实验的还有蒋廷华、周根祥、吴志灏、尤骏度等同志，冯绍松同志也参加了实验工作。在此表示衷心的感谢。

#### 参 考 文 献

- [1] Westervelt P. J. J.A.S.A. 35 No.4 p.535 1963.
- [2] Berktaay H. O. and Leahy D. J. J.A.S.A. 55- No.3 p.539 1974.
- [3] Shooter J. A.; Muir T. G. and Blackstock D, T. J.A.S.A. 55 No.1 1974.
- [4] Hargrove L. E. J.A.S.A. 32 p.511 1960.
- [5] Lockwood J. C AD-757036.
- [6] Moffett M. B. and Melen R. H. J.A.S.A.. 61. No.2 p.325 1977.



(上接第 6 页)

射声场。

5. 如果按焦平面前后声束宽度为  $(1 + 20\%) \frac{\lambda f}{X}$  的区域定义为聚焦深度  $\Delta$ ，则有  $\Delta \propto f^{3/2}$ 。图 8 表示实际计算得  $\Delta$  与  $f$  的关系和用  $\Delta = 0.04 f^{3/2}$  逼近这一关系曲线所得的结果，两者在一定范围内符合良好。这一关系可以作为估计所计算线阵的分辨力和实现分段聚焦方案的依据。

#### 参 考 文 献

- [1] Wade G. 编,《声成像》上海交通大学声全息研究室译,国防工业出版社(1981年)。
- [2] Goodman, J. W.《傅利叶光学导论》科学出版社(1976年)。
- [3] 虞秀月,《医用超声高灵敏度多头换能器研制》中国生物医学工程学会论文摘要,1980年,北京。
- [4] Brigham, E. O.《快速富里叶变换》上海科学技术出版社(1979年)
- [5] Szikler, E. A. and others, "Mode Calculations in unstable resonators with flowing saturable gain 2. Fast Fourier transform method" Applied Optics 14, p.1874 (1975).



(上接第 23 页)

到有噪声传出，现有弄内噪声均由机房单层玻璃窗传出，若能改为双层玻璃窗，则可使弄内噪声达到与背景噪声相似的水平，而完全可以排除冷冻机房的噪声干扰。

#### 4. 居民室内降噪效果

受北楼冷冻机房噪声干扰最直接的居民住房，在经过降噪治理后，室内噪声也有显著降低(见图 4)。如在卧室开窗时，底层及二层的噪声分别由原来的 71 和 68dB(A) 降至 51 和 48dB(A)，而接近 ISO 噪声评价曲线 N—45 和 N—40，若与室内背景噪声相比，

则仅高出 2dB(A)，可见其降噪效果是满意的，达到并超过原设计所预期的要求。居民们也反映现在的噪声比过去大大降低，并对治理效果表示满意。

总之，锦江饭店北楼冷冻机房噪声污染环境已有多年，这次一举治理并获得满意效果，无论是机房内、值班室，或是机房外里弄环境及居民卧室的噪声都有较大幅度的降低。空间吸声板、进风消声柜、隔声值班室及声闸都起到良好的噪声控制作用，表明了设计是合理的，治理是成功的，其经验可供同类冷冻机房噪声治理时参考借鉴。