

# 双传声器互功率谱密度法声功率测量

汪鸿振 朱蓓丽

(上海交通大学)

本文介绍了用双传声器声强传感器的声强计测量原理和声强传感器特性,特别介绍了互功率谱密度法测量原理。同时应用日本小野测器公司的声强测量系统(CF-500)和(CF-502)作了声强和声功率的测量。消声室和现场的比较试验结果,证明了双传声器互功率谱密度法声强测量能有效地在现场确定声源的声功率。

传统的声场测量方法是测量声源在声场某点的声压级。但是,为了更客观地表示声源的特性,往往需要测量声源的声功率级。因为,在一定的工作状态下,声源的声功率级是一个恒量,它不象声压级随距离的改变而改变。同时,由于声功率级与声压级之间有一个特定的函数关系,若已知某声源的声功率级就可推算出该源在各不同环境下各不同测点的声压级。

用通常的声压测量方法,只能在消声室中确定噪声源的声功率。在现场确定声功率时,即使是工程测量方法,也显得比较麻烦,而直接用声强法来测量则能大大简化问题,并且保证一定的测量精度。

最近几年来,世界上有不少国家积极地投入了对声强测量的研究。随着电子工业及数字分析技术的发展,声强测量技术也不断地得到发展。目前国际上通用的双传声器声强计基本上分两种:

1. 声压梯度法:先由声压梯度算出粒子速度,然后求出声压与粒子速度这两者乘积的期望值,即得到声强值。其中又分为模拟法(法国 METRAVIB)和数字法(丹麦 B & K 公司)。

2. 互功率谱密度法:计算两个传声器声压信号的互功率谱密度以求得被测点的声强值。美国的 HP 公司及日本小野测器公司均采用此法。

在我国,中国科学院声学所采用 FFT 数据处理机和微处理机进行互谱运算,已经开始了声强测量的研究。

本文介绍应用日本小野测器公司的声强测量系统(CF-500)和(CF-502)对锥盆扬声器的声强及声功率进行测试的结果。

## 一、声强测量

### 1. 声强测量原理

声功率测量的基础是声强测量。早在 1932 年 Olson 已对声强矢量作了定义。在垂直于声波传播方向上单位时间内通过单位面积的声能称为“声强”。声场中某点沿声音传播方向上的声强可表示为:

$$I_r = \overline{p \cdot u_r} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot u_r \cdot dt. \quad (1)$$

式(1)的声强定义适用于稳态的、各态历经的声源随机信号。因此可以看出,声强测量的关

键在于测定媒质粒子速度  $u_r$ 。

(1) 声压和粒子速度的关系

在线性声学范畴内，声压和粒子速度之间的基本关系是从 Navier-Stokes 方程简化而来的<sup>[1]</sup>。

在理想流体的欧拉动力学微分方程的基础上，N-S 方程进一步考虑到流体的粘性阻力，它在直角坐标系中的全部表达式为：

$$\left. \begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_x}{\partial z} \right] &= \rho X \\ &- \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma \rho \left[ \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right] + \frac{\gamma}{3} \rho \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \\ \rho \left[ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_y}{\partial z} \right] &= \rho Y \\ &- \frac{\partial p}{\partial y} + \gamma \rho \left[ \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right] + \frac{\gamma}{3} \rho \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \\ \rho \left[ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] &= \rho Z \\ &- \frac{\partial p}{\partial z} + \gamma \cdot \rho \left[ \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \frac{\gamma}{3} \cdot \rho \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 X、Y、Z 分别为微块流体在 x、y、z 方向上的单位质量力；

$\gamma$ ——流体运动的粘性系数；

$\theta = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$ ，为一阶可压缩流体连续方程，对不可压缩的流体， $\theta = 0$ 。

上述方程组等号左边表示微块流体的惯性力。

方程组右边的四项分别表示与惯性力相平衡的四个力：质量力，外力（忽略了微块流体的力矩影响），运动粘性阻力和流体可压缩粘性阻力。

N-S 方程适用于各向同性的流体，一般的近声场、远声场、自由声场或混响场均可适用。

声波的传播可以考虑为空气声场中微块空气围绕某一平均量作一小的扰动。用带撇的符号表示小扰动时微块空气的速度及压力的变化，则 x 分量的 N-S 方程可改写为：

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial (v_x + v_x')}{\partial t} + (v_x + v_x') \cdot \frac{\partial (v_x + v_x')}{\partial x} + (v_y + v_y') \cdot \frac{\partial (v_x + v_x')}{\partial y} + (v_z + v_z') \cdot \frac{\partial (v_x + v_x')}{\partial z} \right] \\ = \rho X - \frac{\partial (p + p')}{\partial x} + \nu \rho \left[ \frac{\partial^2 (v_x + v_x')}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (v_x + v_x')}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 (v_x + v_x')}{\partial z^2} \right] \\ + \frac{\gamma}{3} \rho \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial (v_x + v_x')}{\partial x} + \frac{\partial (v_y + v_y')}{\partial y} + \frac{\partial (v_z + v_z')}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

假设：(1) 所测声场的气体无流动，即  $v_x = v_y = v_z = 0$ ；

(2) 空气的质量力很小， $X, Y, Z \approx 0$ ；

(3) 式中的高阶微分项及项如  $v_x' \cdot \frac{\partial v_x'}{\partial x}$  等，相对于一阶微分项如  $\frac{\partial v_x'}{\partial x}$ ，可略去不计；

(4) 空气的粘性系数很小， $\gamma \approx 0$ ；

(5) 空气密度  $\rho$  在测量过程中变化很小，可视为常量。

则式(3)经简化后，只剩下速度变化项与压力变化项；

$$\rho \frac{\partial v_x'}{\partial t} = - \frac{\partial p'}{\partial x}$$

或 
$$v_x' = - \frac{1}{\rho} \int \frac{\partial p'}{\partial x} dt \quad (4)$$

式(4)即为线性声学中声压和粒子速度分量之间的基本关系式。从中看到,粒子速度与该点的声压梯度有关,因此可以在传统的声压测量基础上,采用电子技术,由声压梯度求得粒子速度,从而直接测量声强。下面介绍两种声强的测量原理。

### (2) 声压梯度法测量声强

在声强测量中,现在均采用双传声器(图1)。当两传声器靠得很近,使得  $k \cdot \Delta r \ll 1$ , 则可以用有限差分来近似压力梯度。

$$\frac{\partial p}{\partial r} \approx \frac{p_2 - p_1}{\Delta r}$$

式中  $p_1$ 、 $p_2$  分别为两传声器处的声压。代入式(4), 求出两传声器中间一点上的近似粒子速度为:

$$u_r \approx - \frac{1}{\rho} \int \frac{p_2 - p_1}{\Delta r} \cdot dt \quad (5)$$

在同一点上的压力近似为:

$$p \approx \frac{1}{2} (p_2 + p_1) \quad (6)$$

$$\therefore I_r = - \frac{(p_2 + p_1)}{\partial \rho \cdot \Delta r} \int (p_2 - p_1) dt \quad (7)$$

声强测量的声压梯度法即是根据公式(7),用电子线路实现加法及积分的功能<sup>[2]</sup>。线路方框图见图2所示。

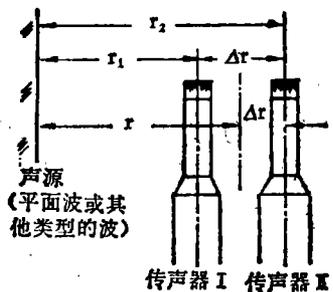


图1 声强传声器位置布置

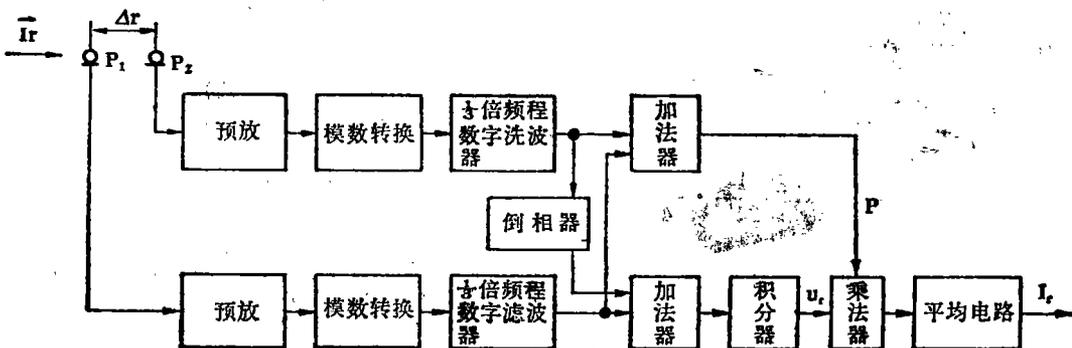


图2 声压梯度法声强计原理方框图

(注: 图中“洗”字应为滤)

来自传感器的信号  $p_1$  和  $p_2$  相减后送入积分器得出  $u_r$ , 同时将  $p_1$  与  $p_2$  相加后求出  $p$ , 最后把  $p$  与  $u_r$  送入乘法器。输出信号中的直流成分正比于声强在  $r$  方向上分量对时间平均的近似值。运算过程中的增益常数由介质密度  $\rho$  及传感器之间距离  $\Delta r$  决定。

### (3) 互功率谱密度法测量声强

由互相关理论, 对于各态历经的、平稳的随机过程,

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot y(t + \tau) dt$$

当  $\tau=0$  时,

$$R_{xy}(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot y(t) dt = \overline{x(t)} \cdot \overline{y(t)}$$

同时, 互相关函数与互功率谱密度互为一对傅里叶变换对:

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{xy}(f) e^{j2\pi f' \tau} df;$$

$$R_{xy}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{xy}(f) df.$$

其中  $G_{xy}(f)$  为  $x(t)$  与  $y(t)$  的互功率谱密度。

假定所测的声压变化是各态历经的、平稳的随机过程, 并且在声源与传声器之间没有其它声源存在。对照式(1), 得:

$$I_r = \overline{p(t) \cdot u_r(t)} = R_{p \cdot u_r}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} G_p \cdot u_r(f) df.$$

因此,  $p$  与  $u_r$  的互功率谱密度  $G_{p \cdot u_r}(f)$  即为声强的谱密度  $I_r(f)$ 。

由于  $p$  与  $u_r$  一般不为偶函数, 因此得到的  $G_{p \cdot u_r}(f)$  为复数, 其中只有实数部分才对应着声源发出的向远场传播的有功声功率。为此, 我们仅取  $G_{p \cdot u_r}(f)$  的实部进行计算:

$$G_{p \cdot u_r}(f) = \text{Re} \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} [F_p^*(f) \cdot F_{u_r}(f)] \right\} \quad (8)$$

式中,  $\text{Re}\{\}$  表示取实部。

$$\because F_p^*(f) = \mathcal{F} \left[ \frac{1}{2} (p_1 + p_2) \right]^* = \frac{1}{2} [F_{p_1}^* + F_{p_2}^*];$$

$$F_{u_r}(f) = \mathcal{F} \left[ -\frac{1}{\rho \cdot \Delta r} \int_0^T (p_2 - p_1) dt \right] = \frac{j}{2\pi\rho \cdot \Delta r \cdot f} [F_{p_2} - F_{p_1}],$$

其中  $\mathcal{F}[\ ]$  为取傅里叶正变换。

$$\begin{aligned} \therefore G_{p \cdot u_r}(f) &= \text{Re} \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left[ \frac{j}{4\pi\rho \cdot \Delta r \cdot f} (F_{p_1}^* + F_{p_2}^*) (F_{p_2} - F_{p_1}) \right] \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \frac{1}{4\pi\rho \cdot \Delta r \cdot f} [2(F_{1r} \cdot F_{2i} - F_{1i} \cdot F_{2r}) \right. \\ &\quad \left. + j(F_{2r}^2 + F_{2i}^2 - F_{1r}^2 - F_{1i}^2)] \right\} = \frac{1}{2\pi\rho \cdot \Delta r \cdot f} \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} [I_m(F_{p_1}^* \cdot F_{p_2})] \\ &= \frac{1}{2\pi f \cdot \Delta r \cdot \rho} I_m[G_{12}(f)] \end{aligned}$$

其中  $F_{1r}, F_{1i}, F_{2r}, F_{2i}$  分别表示  $F_{p_1}$  与  $F_{p_2}$  的实部与虚部;

$I_m[G_{12}(f)]$  是  $p_1$  与  $p_2$  的互功率谱密度  $G_{12}(f)$  的虚部。

最后得到声强密度  $I_r(f)$  与双传声器所接收到的声压  $p_1, p_2$  的互谱关系式为<sup>[3]</sup>:

$$I_r(f) = \frac{1}{2\pi\rho \cdot \Delta r} \cdot \frac{I_m[G_{12}(f)]}{f} \quad (9)$$

连续频谱的总声强为:

$$I_r = \overline{p \cdot u_r} = \frac{1}{2\pi\rho \cdot \Delta r} \int_0^\infty \frac{I_m[G_{12}(f)]}{f} df \quad (10-1)$$

若  $I_r(f)$  是连续的函数，则在求某一频段 ( $f_1 \leq f \leq f_2$ ) 或单一频率  $f_i$  处的声强度时，表达式为：

$$\begin{aligned} I_r &= \frac{1}{2\pi\rho \cdot \Delta r} \cdot \int_{f_1}^{f_2} \frac{I_m[G_{12}(f)]}{f} df \\ \text{和} \quad I_r &= \frac{1}{2\pi\rho \cdot \Delta r} \cdot \int_0^\infty \frac{I_m[G_{12}(f)]}{f} \cdot \delta(f - f_i) df \\ &= \frac{1}{2\pi\rho \cdot \Delta r} \cdot \frac{I_m[G_{12}(f_i)]}{f_i} \end{aligned} \quad (10-2)$$

公式(9)和(10)是互功率谱密度法测量声强的表达式。因而，采用配备有双传声器的双通道FFT分析仪，增加互功率谱计算单元，便能方便地直接测量声场各点的声强值。

## 2. 声强测量及结果

### 1. 声强测量系统

我们采用日本小野测器公司的(CF-500)和(CF-502)声强测量系统。测试方框图见图3所示。

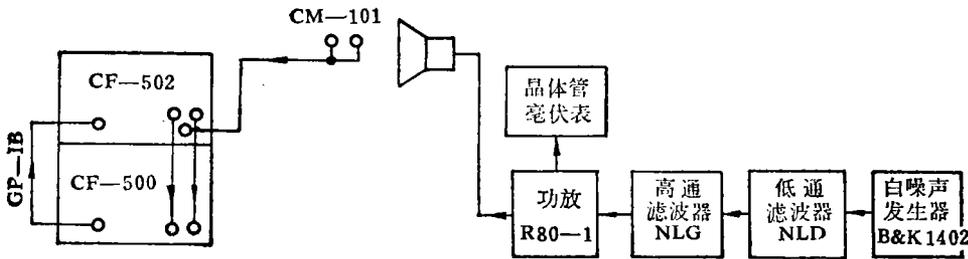


图3 声强测试方框图

CF-500 是双通道 FFT 分析仪，CF-502 是声强度单元。由声强传感器 CM-101 接收到的两个电压信号，经 CF-502 放大后送入 CF-500 进行 FFT 运算，经过处理的信号由 GP-IB 接口馈至 CF-502 作互谱运算，最后在 CF-502 上直接显示出声强的分贝值 ( $0\text{dB} = 10^{-12}\text{W}/\text{M}^2$ )。

另一个重要的部件是双传声器声强传感器。根据两个传声器，接收面相对位置的不同，一般有两种排列方式。一种是传声器的接收面均对着声场方向，称为“顺向排列”，一种是传声器接收面面对面地排列，称为“面向排列”。日本小野测器公司的 CM-101 型话筒属于顺向排列。

由于声强为矢量，要求声强传感器具有余弦形的指向特性，即：

$$I(\theta) = I(0) \cdot \cos\theta \quad (11)$$

其中， $I(\theta)$  为入射声线与声强传感器轴线间夹角为  $\theta$  时传感器的响应；

$I(0)$  为入射声线的强度，也就是入射声线与声强传感器轴线方向一致时 ( $\theta=0$ ) 传感器的响应(图4)。

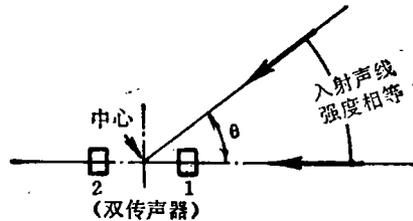


图4 声强传感器与入射声线间的关系

CM-101型传声器的指向性如图5所示<sup>[4]</sup>。

从图中可以看出，在  $\pm 90^\circ$  时器的声响传应为零。指向性图的右半部与左半部的能流方向正好相反，也就是说， $|\theta| < 90^\circ$  时，传感器的响应为正； $90^\circ < |\theta| < 180^\circ$  时，传感器的响应为负。该指向性近似具有余弦的形式。

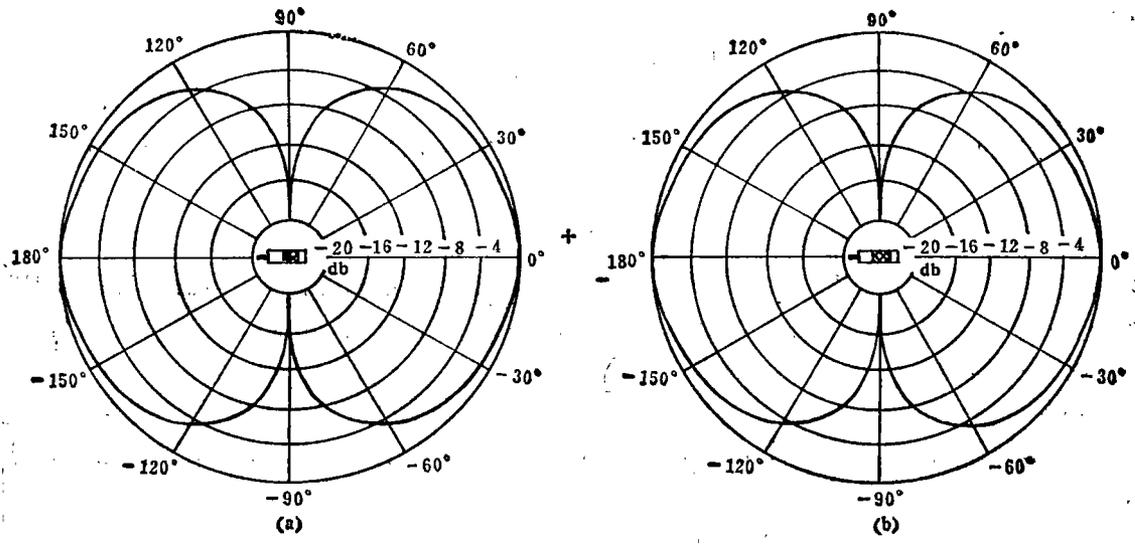


图5 声强传感器的指向性图

(a)  $f=1$  千赫

(b)  $f=4.5$  千赫

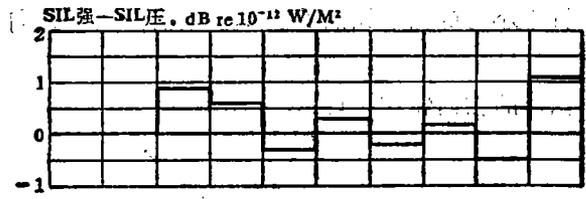
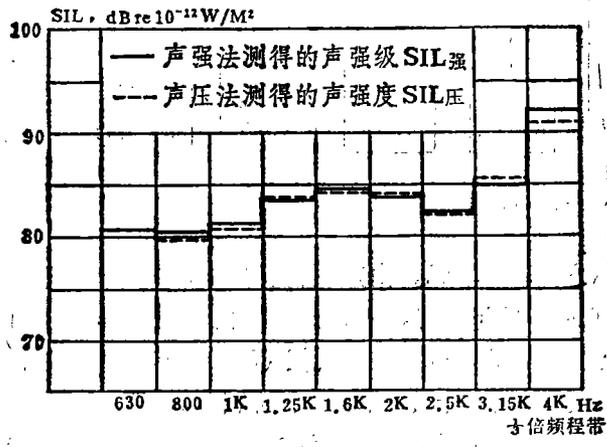


图6 消声室中距锥盆扬声器轴向1米处用声强法和声压法测得的声强级以及它们之间误差

2) 声强测量结果

我们在消声室中分别用声强法和传统的声压法测量了距锥盆扬声器轴向1米处的声强级。因为考虑到在低频端用声压法测得的值误差较大，失去与声强法比较的意义，所以送入扬声器的激励信号为

表1 消声室中用声强法及声压法测得的声强数据

1/3 倍频程带中心频率 (Hz)	声强法测得的声强级 SIL强 (dB)	声压法测得的声强级 SIL压 (dB)	SIL强 - SIL压
630	80.5	80.5	0
800	80.4	79.5	0.9
1000	81.1	80.5	0.6
1250	83.2	83.5	-0.3
1600	84.3	84.0	0.3
2000	83.8	84.0	-0.2
2500	82.2	82.0	0.2
3150	85.0	85.5	-0.5
4000	92.1	91.0	1.1

500~5000 赫的粉红色噪声，输入功率为1瓦。测试结果以1/3倍频程带表示，见表1与图6。

消声室中两种方法测得的声强值很接近，绝对误差小于  $\pm 1$  分贝，说明了采用互功率谱密度法来测量声强度是可行的。



角;

$I_{Afi} = I_i \cdot \cos \varphi_i$ , 第  $i$  块面积元中心测得的声强法向分量, 就是声强传感器测得的声强值。可见, 由于声强传感器的余弦形指向性, 使我们在测量声功率时不必考虑声源的形状及在闭曲面内的位置。

用分贝表示, 式(14)变为:

$$\begin{aligned} \text{SPL} &= 10 \lg \left( \sum_{i=1}^N \frac{I_{Afi}}{I_0} \right) + 10 \lg \frac{S}{S_0} + C \\ &= 10 \lg \left( \sum_{i=1}^N 10^{\frac{D_i}{10}} \right) + 10 \lg \frac{S}{S_0} + C \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $\text{SPL} = 10 \lg \frac{W}{W_0}$ ,  $\frac{1}{3}$  倍频程带内的声功率级,  $0\text{dB} = 10^{-12}$  瓦;

$W_0 = 10^{-12}$  瓦, 参考声功率;

$I_0 = 10^{-12}$  瓦/米<sup>2</sup>, 参考声强;

$S = \frac{4\pi R^2}{N}$  米<sup>2</sup>;  $S_0 = 1$ 米<sup>2</sup>;  $N$ ——测点数;

$D_i$ ——声强计上直接读得的分贝值( $0\text{dB} = 10^{-12}$  瓦/米<sup>2</sup>);

$C = 10 \lg(\rho/\rho_0)$  dB, 由于测试时温度与压力的不同而加的修正项,  $\rho$  为机器内已固定的参数,  $\rho_0$  为测试时的空气密度值, 由当时的气压及温度决定。

### 3. 声功率测试结果

我们仍用锥盆扬声器作试验, 当输入 1 瓦粉红色噪声信号时, 测量其发出的声功率值。

表 2 及图 8 列出了在消声室中分别用声强法和传统的声压法测得的结果, 以及两种方法测得的声功率级之间的误差。

表 2 消声室中用声强法及声压法测得的锥盆扬声器的声功率级

1/3 倍频程带中心频率 (Hz)	声强法测得的声功率级 SPL强 (dB)	声压法测得的声功率级 SPL压 (dB)	SPL强 - SPL压
630	84.81	84.50	0.31
800	85.72	84.79	0.93
1000	84.33	84.45	-0.12
1250	85.77	84.45	1.32
1600	86.33	85.88	0.45
2000	85.52	86.30	-0.78
2500	84.17	84.00	0.17
3150	84.10	83.86	0.24
4000	90.29	88.80	1.49

表 3 及图 9 列出了在消声室及现场条件下用声强法测得的声功率数据以及它们之间的误差。

从以上测试结果可以看出, 声强法测

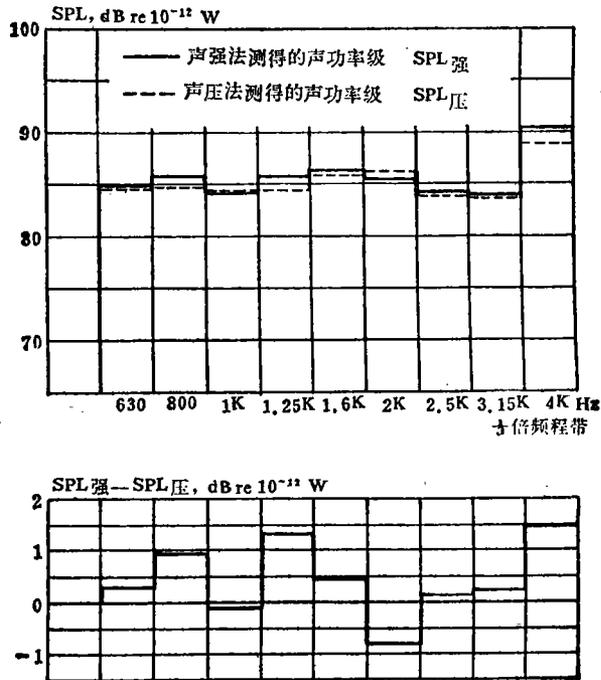


图 8 消声室中用声强法和声压法测得的锥盆扬声器声功率级及它们之间的误差

表3 消声室及现场条件下用声强法测得的锥盆扬声器声功率级

1/3 倍频程带中心频率 (Hz)	消声室中测得的声功率级 SPL <sub>消</sub> (dB)	现场测得的声功率级 SPL <sub>现</sub> (dB)	SPL <sub>消</sub> - SPL <sub>现</sub>
630	79.41	78.02	1.39
800	81.40	80.45	0.95
1000	81.52	80.45	1.07
1250	85.72	84.82	0.90
1600	87.68	86.97	0.71
2000	88.98	88.49	0.49
2500	89.10	88.83	0.27
3150	91.56	91.39	0.17
4000	96.99	97.13	-0.14

量声功率的方法不仅精度可以与消声室中声压法媲美，而且不受外界环境噪声的影响，因而可以在现场进行声功率测试。

在现场确定机器发出的总声功率或其一部分的声功率时，可围绕发出噪声的机器决定一个与机器形状近似的、便于测量的封闭表面，并将其划分为许多小块，而后在每一小块上选定一点，把这一点上沿平面法线方向测定的声强作为这一小块面积上的平均声强，其在被测小块面积上的积分即为机器相应表面辐射的声功率。将所有的声功率叠加起来，便得到被测机器发出的总声功率。

### 三、结 论

1. 目前的声强测量本质上还是测量声压，只是同时测定两个声压信号。“声压梯度法”是利用电子线路对两个声压信号进行模拟运算处理；“互功率谱密度法”则是利用数字处理技术对两个声压信号进行互谱运算，能实时、精确地测定声强。

2. 由两个传声器组成的声强传感器要求具有余弦形的指向特性，使得传感器所接收到的声强值为入射声强在传感器轴线上的投影，充分反映出声强为矢量这个特征。

3. 在消声室中分别用声强法及传统的声压法测量了锥盆扬声器轴向声强及声功率级，两种方法测得的结果误差很小，说明了用互功率谱密度法测量声强的方法具有一定的精度。

4. 在消声室及现场条件下对锥盆扬声器声功率的测定证明了用声强法来测定声功率基本上不受外界环境噪声的影响，可以用于现场确定声功率。

本文撰写过程中得到朱物华教授的精心指导，文中部分实验是在飞乐电声总厂消声室中进行的，特此表示谢意。

### 参 考 文 献

- [1] Chung, J. Y. "Fundamental Aspects of the Cross-spectral Method of Measuring Acoustic Intensity" Engineering Mechanics Department, General Motors Research Laboratories, General Motors Corporation, Warren, MI 48090, U. S. A.
- [2] "Sound Intensity Analysing System-type 3360" B & K, 1980
- [3] Chung J. Y. & Pope, J. "Practical Measurement of Acoustic Intensity-the Two-microphone Cross-spectral Method" Inter-Noise, 1978, pp.839-900
- [4] "Method of Acoustic Intensity Analysis Using 2 Microphones" ONO-SOKKI, Japan, 1982.

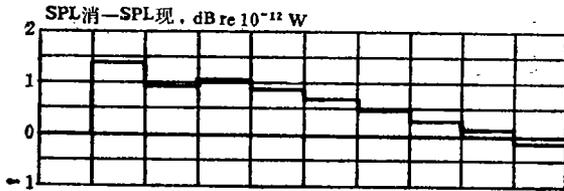
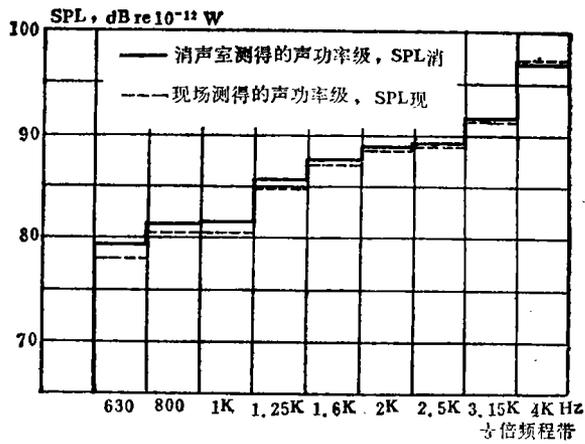


图9 消声室与现场情况下测得的锥盆扬声器声功率级及它们之间的误差