

四分之一波长聚能器设计

(一) 圆锥型部分

陈桂生 朱革非

(中国科学院东海研究站)

超声加工的应用范围很广，而在超声波加工设备中，其关键部件就是超声换能器。这种超声换能器由两部分组成，一部分是声振动推动级，就是换能器振子部分，它可以是压电式的或磁致伸缩式的，目前使用最普遍的是压电振子。另一部分是声振动的放大级，就是超声聚能器部分。在聚能器的输出顶端可以获得比较高的振动能量，以满足各种加工需要。从结构上讲，各种各样的超声换能器可以归成以下三种类型，它们的工作频率大都在几十千赫范围，一般为二十千赫左右。

第一种最常见的换能器是由半波振子和半波聚能器组成，而且半波振子部分多数采用压电纵向复合式振子。半波聚能器的种类很多，有阶梯型、锥型、指数型、悬链线型、高斯型等等。这种超声换能器的特点是在聚能器输出端能产生比较大的振动速度幅度，有比较好的声学性能可获得较为满意的加工效果。但是，从结构上，它的总长度至少是一个波长，如果在半波振子输出端连接两级半波聚能器，则总长度要增加到一个半波长，从换能器的输出功率与它的总体积或总重量比来说就不够理想，而且在振子的输出端与聚能器的输入端的连接处，不免总有能量损失，这是它的缺点。

第二种超声换能器是由四分之一波长振子和四分之一波长聚能器组成。它的总长度是半个波长，克服了上述第一种超声换能器所存在的缺点，并且也具有比较好的声学性能和加工效果。但是，在沿换能器的轴向上，应力分布的变化比较大。本文从工程设计要求，介绍这种超声换能器的设计，推导各个设计参数公式。包括四分之一波长振子的设计和各类四分之一波长聚能器的设计，还特别介绍各类复合式四分之一波长聚能器的设计。

第三种超声换能器是由上述第二种超声换能器和半波聚能器组成，也就是由一个四分之一波长振子和一个四分之一波长聚能器再加一个半波聚能器三部分组成，这种超声换能器从结构上，它是上述第一、第二种超声换能器派生形成的，只要熟悉了前两种超声换能器的设计，第三种超声换能器的设计就可迎刃而解。显然，这种超声换能器的输出端能产生更高的振速振幅，它的总长度是一个波长，实际上已是经过了两次振幅放大。

一、四分之一波长振子设计

结构如图 1，假设四分之一波长振子由三部分材料组成，左右两侧为不同种金属材料，它们的声阻抗率分别为 $\rho_1 c_1, \rho_3 c_3$ ；中间是压电陶瓷材料，声阻抗率为 $\rho_2 c_2$ 。 ρ, c 分别为材料的密度和声速。原则上各部分的横截面积可以不一致，但实际应用中多是一致的，也就是各部分都是横截面积相等的圆柱体。

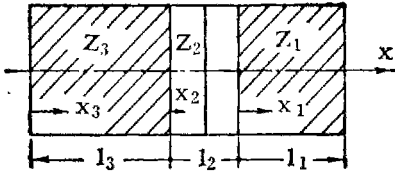


图1 四分之一波长振子

为了计算简便起见，第一，我们假定声波沿着振子轴向正 x 方向传输，不考虑横向振动效应，如果振子横截面线度小于工作频率对应波长的四分之一，则此条件近似地得到满足；第二，把振子作为四分之一波长共振棒处理，这样做在工程设计上已能保证足够的精度。

弹性应力波在换能器中的传输规律可近似

地用下列波动方程表示：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{S(x)} \frac{\partial S(x)}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + k^2 u = 0 \quad (1)$$

式中 u 为振速； k 为波数 $2\pi/\lambda$ ； $S(x)$ 为 x 位置的横截面积。当 $S(x) = \text{常数}$ 时，上式可简化为：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k^2 u = 0 \quad (2)$$

其通解为：

$$u(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad (3)$$

而弹性力：

$$F(x) = \frac{Ys}{j\omega} \frac{\partial u}{\partial x} = -jZ(A \cos kx - B \sin kx) \quad (4)$$

以上均假定声波是简谐弹性波，并沿 x 方向传播。式中 $F(x)$ 为换能器轴向各点的弹性力； Y 为杨氏模量； ω 为角频率； Z 为材料的声特性阻抗 $Z = \rho c S$ ， A 和 B 为待定系数。

四分之一波长振子，它必须是一端自由，一端固定。在实际应用中，一端若达到无限大阻抗，也就是达到真正的固定是难于实现的。一般，接一个四分之一波长的金属块，并使金属块的另一端自由，这样在连接点上形成节点，可以达到固定的目的；如果接一个四分之一波长的聚能器，则其连接点也成为节点。

此外，还利用连续性条件，边界条件可书为：

$$u_1(l_1) = 0 \quad (5-1)$$

$$u_1(0) = u_2(l_2) \quad (5-2)$$

$$u_2(0) = u_3(l_3) \quad (5-3)$$

$$u_3(0) = u_b \quad (5-4)$$

$$F_1(0) = F_2(l_2) \quad (5-5)$$

$$F_2(0) = F_3(l_3) \quad (5-6)$$

$$F_3(0) = 0 \quad (5-7)$$

式中 u_b 为尾端振速，超声应用中尾端一般是自由的。把式(3)代入(5-1)至(5-7)中，7个方程可解出6个待定系数，1个频率方程。解出了6个待定系数，就可获得换能器各组成部分的振速分布、应力分布。这里略去运算过程，只给出结果如下。

频率方程为：

$$\frac{Z_3}{Z_2} \operatorname{tg} k_2 l_2 \operatorname{tg} k_3 l_3 + \frac{Z_3}{Z_1} \operatorname{tg} k_1 l_1 \operatorname{tg} k_3 l_3 + \frac{Z_2}{Z_1} \operatorname{tg} k_1 l_1 \operatorname{tg} k_2 l_2 = 1 \quad (6)$$

振速分布：

$$u_1(x_1) = u_b \left(-\frac{Z_3}{Z_2} \sin k_2 l_2 \sin k_3 l_3 + \cos k_2 l_2 \cos k_3 l_3 \right) \left(-\frac{\cos k_1 l_1}{\sin k_1 l_1} \sin k_1 x_1 + \cos k_1 x_1 \right)$$

$$u_2(x_2) = \left(-\frac{Z_3}{Z_2} \operatorname{sink}_3 l_3 \operatorname{sink}_2 x_2 + \operatorname{cosk}_3 l_3 \operatorname{cosk}_2 x_2 \right) u_b \quad (7)$$

$$u_3(x_3) = u_b \operatorname{cosk}_3 x_3$$

应力分布:

$$\begin{cases} T_1(x_1) = j\rho_1 c_1 u_b \left(-\frac{Z_3}{Z_2} \operatorname{sink}_2 l_2 \operatorname{sink}_3 l_3 + \operatorname{cosk}_2 l_2 \operatorname{cosk}_3 l_3 \right) \left(\frac{\operatorname{cosk}_1 l_1}{\operatorname{sink}_1 l_1} \operatorname{cosk}_1 x_1 + \operatorname{sink}_1 x_1 \right) \\ T_2(x_2) = j\rho_2 c_2 u_b \left(\frac{Z_3}{Z_2} \operatorname{sink}_3 l_3 \operatorname{cosk}_2 x_2 + \operatorname{cosk}_3 l_3 \operatorname{sink}_2 x_2 \right) \\ T_3(x_3) = j\rho_3 c_3 u_b \operatorname{sink}_3 x_3 \end{cases} \quad (8)$$

如果四分之一波长振子只由两块材料组成, 例如图 1 中, 我们去掉材料 Z_1 , 并把固定端边界移至 Z_2 的一侧。这时计算要简单得多, 上述(6)、(7)、(8)式可简化为:

$$\frac{Z_3}{Z_2} \operatorname{tgk}_2 l_2 \operatorname{tgk}_3 l_3 = 1 \quad (9)$$

$$\begin{cases} u_2(x_2) = u_b \frac{\operatorname{cosk}_2 l_2}{\operatorname{sink}_2 l_2} \operatorname{sink}_2(l_2 - x_2) \\ u_3(x_3) = u_b \operatorname{cosk}_3 x_3 \end{cases} \quad (10-1)$$

$$\begin{cases} T_2(x_2) = j\rho_2 c_2 u_b \frac{\operatorname{cosk}_3 l_3}{\operatorname{sink}_2 l_2} \operatorname{cosk}_2(x_2 - l_2) \\ T_3(x_3) = j\rho_3 c_3 u_b \operatorname{sink}_3 x_3 \end{cases} \quad (10-2)$$

$$\begin{cases} T_2(x_2) = j\rho_2 c_2 u_b \frac{\operatorname{cosk}_3 l_3}{\operatorname{sink}_2 l_2} \operatorname{cosk}_2(x_2 - l_2) \\ T_3(x_3) = j\rho_3 c_3 u_b \operatorname{sink}_3 x_3 \end{cases} \quad (11-1)$$

$$\begin{cases} T_2(x_2) = j\rho_2 c_2 u_b \frac{\operatorname{cosk}_3 l_3}{\operatorname{sink}_2 l_2} \operatorname{cosk}_2(x_2 - l_2) \\ T_3(x_3) = j\rho_3 c_3 u_b \operatorname{sink}_3 x_3 \end{cases} \quad (11-2)$$

二、四分之一波长圆锥型聚能器

单纯四分之一波长圆锥型聚能器: 对于圆锥形结构形状(见图 2), 任意位置上的横截面积的表达式为:

$$S(x) = S_1(1 - \gamma x)^2 \quad (12)$$

式中: $\gamma = \frac{R_1 - R_2}{R_1 l}$

把式(12)代入式(1)中可得:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{2\gamma}{\gamma x - 1} \frac{\partial u}{\partial x} + k^2 u = 0 \quad (13)$$

通解为: $u(x) = \frac{1}{x - \frac{1}{\gamma}} (A \operatorname{sink} x + B \operatorname{cosk} x) \quad (14)$

而弹性力 $F(x) = -j\rho c s(x) \left\{ A \left[\frac{1}{x - \frac{1}{\gamma}} \operatorname{cosk} x - \frac{1}{k \left(x - \frac{1}{\gamma} \right)^2} \operatorname{sink} x \right] - B \left[\frac{1}{x - \frac{1}{\gamma}} \operatorname{sink} x + \frac{1}{k \left(x - \frac{1}{\gamma} \right)^2} \operatorname{cosk} x \right] \right\} \quad (15)$

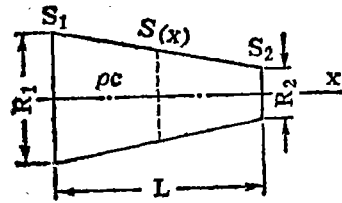


图 2 $\lambda/4$ 圆锥形聚能器

现在列出边界条件, 假定聚能器另一端是自由的, 则有:

$$u(0) = 0 \quad (16-1)$$

$$u(l) = u_f \quad (16-2)$$

$$F(l) = 0 \quad (16-3)$$

把(14)、(15)二式代入(16-1)至(16-3)各式, 则3个方程可解出2个待定系数 A , B 及频率方程, 现将结果列出于下:

$$\begin{cases} B=0 \\ A = -\frac{1}{\sin kl} \frac{R_2 l}{R_1 - R_2} u_f \end{cases} \quad (17)$$

而频率方程为:

$$\operatorname{tg} kl = -kl \cdot \frac{R_2}{R_1 - R_2} \quad (18)$$

把式(17)代入式(14)及(15)便可求得四分之一波长圆锥型聚能器的振速分布和应力分布:

$$u(x) = \frac{u_f}{k \left(x - \frac{1}{\gamma} \right)} \cdot \frac{1}{\cos kl} \sin kx \quad (19)$$

$$T(x) = -j\rho c u_f \left[\frac{1}{\cos kl} \frac{1}{k \left(x - \frac{1}{\gamma} \right)} \left(\cos kx - \frac{1}{k \left(x - \frac{1}{\gamma} \right)} \sin kx \right) \right] \quad (20)$$

我们知道, 对于半波超声聚能器, 它的设计参数除了上述振速、应力分布以及通过频率方程求得共振频率与长度尺寸(当输入、输出端横截面积确定情况下)的关系以外, 还有振速振幅放大系数, 并且, 后者是一个很重要的设计参数。对于四分之一波长聚能器, 由其边界条件可知, 输入端振速(或位移)为零, 即 $u(0)=0$, 所以不能求它的振幅放大系数。但是, 四分之一波长聚能器总是与四分之一波长换能器连接使用, 而组成本文所述的第二类半波超声换能器, 因此可通过连接点(硬连接)的边界条件求出这种超声换能器的前后振速之比。如图3:

图中节面的左侧为四分之一波长换能器, 右侧为四分之一波长聚能器。如果节面左、右两侧截面积满足连续性条件

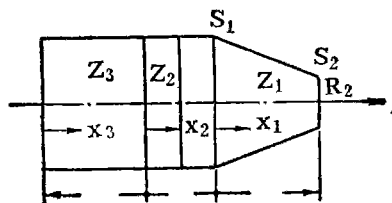


图3 $\lambda/4$ 圆锥型聚能器组成换能器结构示意图

$$F_2(l_2) = F(0) \quad (21)$$

把式(11-1)、(20)代入式(21), 并利用式(18)频率方程可以获得换能器的前后振速之比:

$$\frac{u_f}{u_b} = -\frac{R_1}{R_2} \frac{Z_2}{Z} \frac{\cos k_3 l_3 \sin kl}{\sin k_2 l_2} \quad (22)$$

式中: $Z_2 = \rho_2 c_2 S_2$, $Z = \rho c S_1$, 式中的负号表示换能器的尾端振速 u_b 与换能器表面输出振速 u 相位相反。

我们还看到, 提高换能器前后振速比有如下几个途径: 1)换能器的前后振速比 u_f/u_b 与 R_1/R_2 (聚能器输入截面积半径与输出截面积半径之比)或 $\sqrt{S_1}/\sqrt{S_2}$ (聚能器输入截面积与输出截面积之比的平方根)成线性关系, 但是, 当 R_1/R_2 无限增大时, u_f/u_b 不趋于无限大, 可以证明当 $R_1/R_2 \rightarrow \infty$ 时, u_f/u_b 趋于某一极限值。这一点, 可以这样来理解: 聚能器的长度参数 kl_1 在确定的谐振工作状态必须满足聚能器频率方程(18), 并且当 R_1/R_2 增大时, kl 将从 $\pi/2$ 向 π 方向变化, 所以随着 R_1/R_2 的增大, 式中 $\sin kl$ 却在下降。一般 R_1/R_2 比较小(4以下)时, u_f/u_b 随 R_1/R_2 的增大而增大, 继续增大 R_1/R_2 时, u_f/u_b 变化平稳并趋于极限值, 可以达到5左右。与换能器的各部分材料, 尺寸有关。由此可见四分之一波长圆锥型的功效比较

低。2)在陶瓷材料 Z_2 选定条件下, 聚能器应选择声阻率比较低的材料。3) u_f/u_b 将随着陶瓷材料的长度参数 $k_2 l_2$ 的增大而减小, 这一点设计四分之一波长换能器时, 特别要注意。在功率容量允许的条件下, 陶瓷材料部分的长度可取小一点。

例题1:

试比较 $R_1/R_2=1$, $R_1/R_2=4$ 时结构如图3所示超声波换能器的前后振速比。假设聚能器材料用钛合金 ($\rho c=22 \times 10^6$ 千克/米²秒), 四分之一波长振子部分, 压电陶瓷材料采用 FC 料 ($\rho_2 c_2=22.5 \times 10^6$ 千克/米²秒) 并且已知 $k_2 l_2=0.6$; 盖板用软钢 ($\rho_3 c_3=39.8 \times 10^6$ 千克/米²秒)。

解:

(1)当 $R_1/R_2=1$ 时, 由频率方程(18)可求得:

$$kl = \pi/2 \text{ 即 } l = \lambda/4$$

实际上, 这时聚能器部分是一个圆柱体。聚能器的长度可根据所要设计的谐振频率求得。四分之一波长振子部分的尺寸, 可把各已知数据代入式(9)进行计算, 可得盖板的长度参数:

$$k_3 l_3 = 0.69$$

为了求得超声换能器的前后振速比, 我们利用已知数据及上面所求得的数值代入到式(22), 结果:

$$\left| \frac{u_f}{u_b} \right| = 1.39$$

可知, 即使前盖板(即聚能器)部分是一个圆柱体, 换能器的前后振速比也是大于1, 这主要是由于前、后盖板的声阻抗率不一致引起的, 如果前盖板采用声阻抗率更小一点的材料而后盖板采用声阻抗率更大一点的材料, 可获得更高一些的 u_f/u_b 。

(2)当 $R_1/R_2=4$ 时, 由(18)式得:

$$kl = 2.456$$

而四分之一波长振子部分的结构尺寸同上, 即 $k_2 l_2=0.6$

$k_3 l_3=0.69$ 。此时, 由式(22)

$$\left| \frac{u_f}{u_b} \right| = 3.53$$

由此可知, $R_1/R_2=4$ 时, 超声换能器的前后振速比比 $R_1/R_2=1$ 情况大近三倍。

三、复合式四分之一波长圆锥型聚能器

如果四分之一波长聚能器由圆锥体和与该圆锥体线型相平滑的圆柱体两部分组成, 我们称之为复合式四分之一波长圆锥形聚能器。这包括了两种情况, 一种是在圆锥体的小端面后接一平滑圆柱体, 另一种是在圆锥体的大端面前接一个圆柱体, 下面分别予以介绍。我们将会发现, 前一种情况, 如果合理选定圆锥体及圆柱体部分的长度比例, 可以获得相当高的加工效果, 即能产生相当高的超声换能器的前后振速比。

1. 小端面后接一平滑圆柱体

上图左侧圆锥体部分声波传布规律由式(13)给出, 并且它的通解公式由式(14)和(15)给出, 而右侧圆柱体部分的波动方程及其通解即是式(2)、(3)和(4)。为了计算时进行区分, 圆锥体部分的坐标和待定系数均加足标4, 即相应各式中 $x \rightarrow x_4$, $A \rightarrow A_4$, $B \rightarrow B_4$, 而圆柱体部分的坐标和待定系数均加足标5,

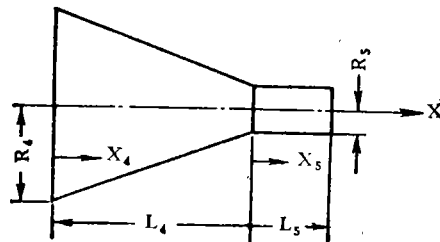


图4 第一类复合式 $\lambda/4$ 圆锥型聚能器

即 $x \rightarrow x_5$ 、 $A \rightarrow A_5$ 、 $B \rightarrow B_5$ 。

边界条件

$$\begin{cases} u_4(0) = 0 & (23-1) \\ u_4(l_4) = u_5(0) & (23-2) \\ u_5(l_5) = u_f & (23-3) \\ F_4(l_4) = F_5(0) & (23-4) \\ F_5(l_5) = 0 & (23-5) \end{cases}$$

5个方程可解出4个待定系数,1个频率方程,这里略去运算过程,只给出其结果。计算中假定了圆锥体部分与圆柱体部分是同种材料。

$$B_4 = 0$$

$$A_4 = -u_f \frac{\cos k_5 l_5}{\sin k_4 l_4} \left(\frac{R_5 l_4}{R_4 - R_5} \right)$$

$$B_5 = u_f \cos k_5 l_5$$

$$A_5 = u_f \sin k_5 l_5$$

频率方程:

$$\operatorname{tg} k_5 l_5 = \operatorname{ctg} k_4 l_4 + \frac{1}{k_4 l_4} \frac{R_4 - R_5}{R_5} \quad (24)$$

把各个待定系数代入式(14)和(15)及式(3)和(4),得振速与应力的分布为:

$$\begin{cases} u_4(x_4) = -\frac{R_5 l_4}{R_4 - R_5} \frac{\cos k_5 l_5}{\sin k_4 l_4} u_f \frac{1}{x_4 - \frac{1}{\gamma}} \sin k_4 x_4 \\ u_5(x_5) = u_f \cos(l_5 - x_5) \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} T_4(x_4) = j\rho_4 c_4 u_f \frac{R_5 l_4}{R_4 - R_5} \frac{\cos k_5 l_5}{\sin k_4 l_4} \left(\frac{1}{x_4 - \frac{1}{\gamma}} \cos k_4 x_4 - \frac{1}{k_4 \left(x_4 - \frac{1}{\gamma} \right)^2} \sin k_4 x_4 \right) \\ T_5(x_5) = -j\rho_5 c_5 u_f \sin k_5 (l_5 - x_5) \end{cases} \quad (26)$$

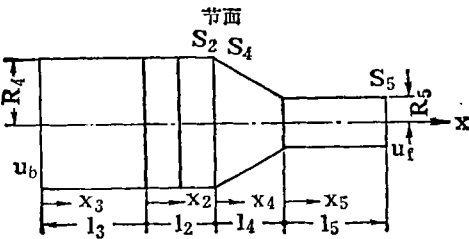


图5 由图4结构的聚能器组成的换能器

现在来求图5中这一类复合式四分之一波长聚能器所组成的换能器的前后振速比。

同样,我们利用节面处的连续性条件

$$F_2(l_2) = F_4(0) \quad (27)$$

把式(11-1)和(26-1)代入上式,即可得换能器的前后振速比:

$$\frac{u_f}{u_b} = -\frac{\rho_2 c_2 S_2}{\rho_4 c_4 S_4} \frac{R_4}{R_5} \frac{\cos k_3 l_3}{\sin k_2 l_2} \frac{\sin k_4 l_4}{\cos k_5 l_5} \quad (28)$$

分析上式可知:1)当 $l_5 \rightarrow 0$ 时,式(28)退化为式(22),事实上这时候复合式 $\frac{\lambda}{4}$ 圆锥型聚能器已经退化为单纯 $\frac{\lambda}{4}$ 圆锥形聚能器了。2)特别要注意,前后振速比 u_f/u_b 是随着 $k_4 l_4$ 的减小而增大的,这是因为 $k_4 l_4$ 与 $k_5 l_5$ 的关系必须满足频率方程(24),当 $k_4 l_4$ 减小时, $k_5 l_5$ 的变化是增大的,并且当 $k_4 l_4$ 减小时,函数值 $\cos k_5 l_5$ 变小的速度比 $\sin k_4 l_4$ 相应的变小速度更快,所以由这类复合式四分之一波长圆锥形聚能器所组成的换能器可获得较高的前后振速比。3) u_f/u_b 随其它参数的变化情况和式(22)相同,上面已作了分析。

例题2:

换能器的结构如图5所示,并且同样假设 $R_4/R_5=4$,已知 $k_4l_4=0.75$,其它条件均同例题1。试求前后振速比。

解:由频率方程(24),当 $k_4l_4=0.75$ 时, $k_5l_5=1.376$ 。(顺便提一句,式(24)是一个超越方程,较难求解,现在多数借助数字计算求解,并可很快地画出 $k_5l_5 \sim k_4l_4$ 关系曲线)把例题1中所获得的有关参数以及 $k_4l_4=0.4$, $k_5l_5=1.457$ 代入方程(28)可得:

$$\frac{u_f}{u_b} = 19.7$$

可见,这种结构的换能器的前后振速比很高,远高于图3所示的由纯 $\lambda/4$ 圆锥型聚能器组成的换能器的前后振速比。特别要注意的是,当换能器的前后振速比很高时,它的应力变化也很剧烈,应力梯度大,应该利用上述给出的应力分布方程求出应力变化曲线,并当心在功率较大驱动条件下,聚能器部分发生折裂。

2. 大端面前接一平滑圆柱体

结构如图6,这种复合式聚能器的功效比较低,一般不大用,这里不再详细讨论。但为了理论上的完善,这里仅给出它的频率方程和由它组成的换能器的前后振速比公式。

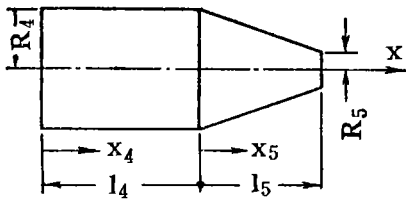


图6 第二类复合式 $\lambda/4$ 圆锥型聚能器

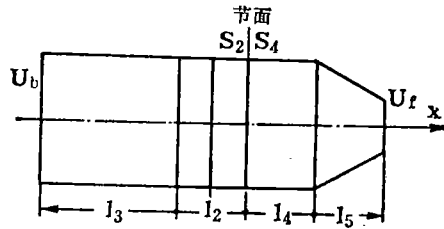


图7 由图6结构聚能器组成的换能器

$$\text{ctg}k_4l_4 = \frac{\text{tg}k_5l_5 - \frac{1}{k_5l_5} \left(\frac{R_4 - R_5}{R_5} \right)}{1 + \frac{1}{k_5l_5} \left(\frac{R_4 - R_5}{R_5} \right) \text{tg}k_5l_5} + \frac{1}{k_5l_5} \frac{R_4 - R_5}{R_4} \quad (29)$$

$$\frac{u_f}{u_b} = - \frac{R_4}{R_5} \frac{\rho_2 c_2 S_2}{\rho_4 c_4 S_4} \frac{\cos k_3 l_3 \sin k_4 l_4}{\sin k_2 l_2} \left[\cos k_5 l_5 + \left(\text{ctg}k_4 l_4 - \frac{1}{k_5 l_5} \frac{R_4 - R_5}{R_4} \right) \sin k_5 l_5 \right] \quad (30)$$

显然,当 $l_5=0$ 时,这时聚能器变为一个圆柱体, $R_4/R_5=1$,并且根据频率方程(29), $k_4l_4 = \frac{\pi}{2}$ 上式变为:

$$\frac{u_f}{u_b} = \frac{\rho_2 c_2 S_2}{\rho_4 c_4 S_4} \frac{\cos k_3 l_3}{\sin k_2 l_2} \quad (31)$$

而当 $l_4=0$ 时,这时聚能器变为单纯的 $\lambda/4$ 圆锥型聚能器,并且式(30)退化为式(22)了。所以,这种换能器的前后振速比永远小于由单纯圆锥型聚能器所组成的换能器的前后振速比。

下面要计算四分之一波长指数型、双曲函数型、阶梯型聚能器的各个参数。我们将可看到,由四分之一波长圆锥型聚能器组成的超声换能器其功效比较低些,也就是换能器的前后振速比要较其它几种低些。

参 考 文 献

- [1] 陈桂生、朱革非、张宏彬,“大振幅超声换能器设计”,声学技术1983.1
- [2] 周静华、林仲茂,“若干组合式超声聚能器计算和测量”,声学学报1965.第二卷第三期
- [3] U. S. Patent No. 3.368.085 1968