

在近场与远场间过渡区的 自由场互易校准

摘要: 对 0.5MHz 以上频率范围的水听器校准, 以互易理论为基础的双换能器方法将被国际电工委员会(IEC) 推荐为标准程序。本文给出了了解该程序的理论背景及实际工作中需要的相应公式的推导。

导 言

测定医用超声仪器声场数据的重要性与日俱增, 由于该声场具有高度的空间和时间分辨率, 一种合适的测量方法是使用已校准的水听器记录声压分布的细致结构。对于在 0.5 至 15MHz 间的频率范围内的水听器校准, 西德联邦技术物理研究院 (PTB)^[1] 已发展了一种“双换能器方法”。现在, 正努力争取在 IEC 发表一篇在该频段内的水听器性能测量和校准报告。此种“双换能器方法”将被推荐作为 IEC 文件中的标准校准程序。

该方法是从在大多数场合下对小水听器不可能作直接自互易校准这一点出发的。因此第一步, 先用一个适当的互易辅助换能器按照自互易法来校准, 然后将被校水听器置入由换能器 1 所产生的已知超声场。图 1 示出试验装置。置辅助换能器、水听器和一个平面反射体于水槽之中, 反射体安装得可以绕水平轴旋转。在这样的布设之下, 辐射的超声脉冲可以直接返回到辅助换能器, 或者返回到水听器。关于电子设备, 详见参考文献^[1]。

由于所用的超声频率的大小, 工作距离与辅助换能器的近场长度有着同样的数量级, 因而我们涉及到在近场与远场间的过渡区进行校准, 为了能够计算其结果, 不得不使用含有许多参数的相当复杂的公式。

在目前阶段的讨论中, 本文试图对概念

和与此校准方法有关的公式作广泛推导。这就需要研究互易定理并发展互易参数的一般表达式。在第 2 和第 3 节中, 我们将从若干一般的电—声关系式开始, 在以后几节中将使用我们获得的适用于特定校准问题的公式。

本文将不讨论该程序的实验细节

1. 符号表

A_1 换能器 1 的有效面积 (辅助换能器)

a_1 换能器 1 的半径

A_2 被校水听器的有效面积

a_2 水听器的半径

A_p 平面波的截面积

C 声速

D 换能器的衍射常数

d 换能器和远场内参考点之间的距离

d_1 换能器 1 与反射体之间的距离

d_2 水听器与反射体之间的距离

f 声频率

G_1 自互易校准情况下换能器 1 发射场的衍射损失因子。

G_2 水听器校准情况下, 换能器 1 发射场的衍射损失因子。

i 流经换能器电端的电流。

i_1 通过换能器 1 的电流。

i_k 电源的短路电流。

J 互易参量

J_{ff} 远场互易参量

J_p 平面波互易参量

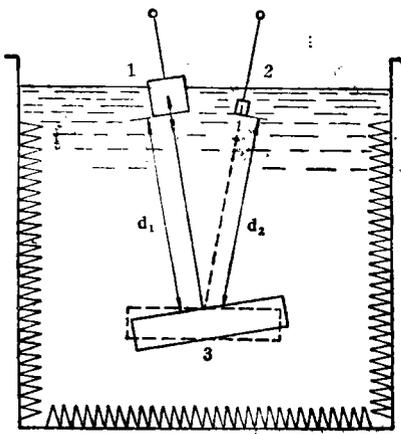


图1 两换能器校准装置

1 辅助换能器 2 水听器 3 超声反射器

M 自由场电压灵敏度

M_2 水听器的自由场电压灵敏度

P_b 作用于阻挡膜片的声压

P_d 出现在换能器膜片上的实有声压

P_0 在一个未扰动的平面行波中被换能器拾取的声压

P_{02} 水听器位置上未扰动的声压

P_x 在换能器所发射的声场中参考点(或在参考表面上取平均)处的声压

P_{x2} 在换能器1发射声场中水听器位置上的声压

q_d 换能器膜片的容积速度

r 幅度(声压)反射系数

S 发射电流响应

S_1 对换能器1自互易校准情况下的发射电流响应

S_{12} 对水听器校准时换能器1的发射电流响应

S_i 换能器1至反射体至换能器1的归一化距离

S_h 换能器1至反射体至水听器的归一化距离

u 换能器电端的端电压

u_1 换能器1的电压

u_2 水听器的电压

u_d 换能器膜片的法向速度

$Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22}$ 把换能器作为电声双向(四端)网络看待时换能器的阻抗参数

Z_{11} 有声负载时换能器的电输入阻抗

Z_{dx} 声传输阻抗, 描述辐射膜片和 在声场中参考点或参考平面之间的声连接

Z_l 电负载阻抗

Z_r 声辐射阻抗

α 声吸收系数

λ 声波长

ρ 密度

ω 圆频率

2. 互易定理

电声互易定理是叙述一个可逆电声换能器的接收性能和发射性能之间的关系。

作为检测器的换能器, 其自由场电压灵敏度是 $m = \hat{u}/p_0$, 即输出的开路电压幅度(峰值) \hat{u} 与当撤去换能器时未扰动的平面行波在换能器声中心处的声压幅度 p_0 的比值。这个平面行波可以用一个远场点源辐射的球面波来替代。换能器用作发射器时的发射电流响应是 $S = \hat{p}_x/\hat{i}$, 即在发射声场中在参考点(由 x 表示)处的自由场声压幅度 \hat{p}_x 对输入电流幅度 \hat{i} 之比。 \hat{p}_x 也可规定为参考表面上的平均发射声压幅度^[注1]。如果换能器满足某些基本要求^[2], 电互易定理便可表述为 $M/S = J$, J 即互易参量。

3. 互易参量

出现在一个换能器中的电学的和声学的量(作为复数瞬时值)有如下各量: 电压 u , 电流 i , 在换能器(膜片)受声作用面上的声压 p_d , 膜片的容积速度 q_d 。 q_d 是膜片的法向速度 v_d 和换能器有效面积的乘积。当方向向内时 i 和 q_d 规定为正向。(见图2)。

对于一个无源的线性换能器而言, 这些物

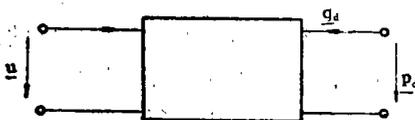


图2 作为电声双向网络处理的换能器

理量之间的关系形成由两个线性方程组成的方程组，用阻抗来表达的公式为^{[1][2]}：

$$\begin{aligned} u &= z_{11}i + z_{12}q_d \\ p_d &= z_{21}i + z_{22}q_d \dots \dots \end{aligned} \quad (1)$$

z_{11} 是阻挡电阻抗 ($q_d=0$ ，按照阻抗类比，这意味着声输出端是开路)。 z_{22} 是换能器的开路声阻抗 ($i=0$)， z_{12} 和 z_{21} 是开路声传输参量 (分别为 $i=0$ 或 $q_d=0$)。如果这种换能器满足某些条件^[2]，我们有模数恒等式^{[2]，[8]}。

$$|z_{12}| = |z_{21}| \quad (2)$$

计算 $S = p_x/i$ ：当把换能器用作发射器时，换能器的输出端负载为声辐射阻抗 z_r 。

即 p_d 与膜片辐射的容积速度 $-q_d$ 之比： $z_r = p_d / -q_d$ 。由简单的计算得：

$$\frac{-q_d}{i} = \frac{z_{21}}{z_{22} + z_r}$$

辐射过程引起在参考点上 (或一个参考表面上的平均) 的声压为 p_x 。 p_x 是通过声传输阻抗 z_{dx} 与 $-q_d$ 相联系， $z_{dx} = p_x / -q_d$ 。于是我们最后有

$$\frac{p_x}{i} = \frac{z_{dx}z_{21}}{z_{22} + z_r}$$

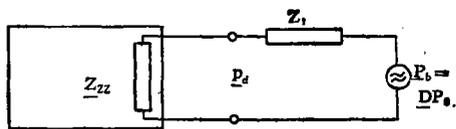


图3. 表示在自由场 p_0 中换能器接收特性的声学电路图

计算 $M = |u/p_0|$ ：当换能器用作接收器时，我们有下面的在未扰动的自由场平面波声压 p_0 和施加于膜片上的实际声压 p_d 之间的关系式。((4)，(5)，图3)，声场以类似于电源的电压形式作用于换能器，其内阻抗是换能器的声辐射阻抗 z_r 。声源的开路声压 p_0 就是自由场声压 p_0 和换能器衍射常数 D ^[4]，^[5]，^[6] (通常是入射波方向的函数) 的乘积。声源以换能器声阻抗 z_{22} 作负载，我们有：

$$\frac{p_d}{p_0} = \frac{Dz_{22}}{z_{22} + z_r}$$

另一方面，由方程式组(1)得到：

$$\frac{u}{p_d} = \frac{z_{12}}{z_{22}}$$

采用电的开路条件，那么，结果为：

$$\frac{u}{p_0} = \frac{Dz_{12}}{z_{22} + z_r}$$

我们现在有：

$$\frac{u/p_0}{p_x/i} = \frac{Dz_{12}}{z_{dx}z_{21}}$$

声阻抗 z_{22} 和 z_r 已不出现，它在进一步的讨论中是不重要的^{[1][2]}。

最后，接下去讨论幅度，注意到等式(2)，可以找到互易参量的一般表达式：

$$j = \frac{M}{S} = \frac{|D|}{|z_{dx}|} \quad (3)$$

换能器接收衍射常数 D 是膜片阻挡声压与自由场声压之比。辐射传输阻抗 z_{dx} 表达了膜片的体积速度和辐射场的声压 p_x 之间的联系。

对于远场参考点上的辐射声压而言，一般公式如下：

$$|z_{dx}| = \left| \frac{p_x}{q_d} \right| = \frac{\omega \rho}{4\pi d} |D|$$

其中： $\omega = 2\pi f$ ， f = 声频率， ρ = 声传播流体的密度， d = 换能器声中心与参考点之间的距离，发射衍射常数 D ，它描述远场的指向性结构，并等于接收衍射常数^([4]，[8]，[9])，“声互易”)于是我们有^{[1][4]}

$$j_{ff} = \frac{4\pi d}{\omega \rho} = \frac{2d}{f\rho} \quad (4)$$

作为远场互易参数。

如若在定义中发射响应 S 不以远场中的一个点为参考，则互易参量可以从式(3)单

注1. 当然，参考点或参考平面的特定选择对互易参量的实际值是有影响的。

注2. 可以认为 P_d 和 V_d 已在膜片上得到空间平均。对 P_d 和 V_d 的局部变化的充分研究导致在结构上类似我们方程组(1)的一个线性积分方程组^[2]，我们的论证发现 **Foldy** 和 **Prima koff** 对它的细节处理是合理的^[2]。

独地算出来。

4. 平面波互易参数

对于平面波正入射到一无限平面障板上情况，我们可以简单地令 $D=2$ 。平面行波的声阻抗等于 ρ_c/A_p ， A_p 是所研究的横截面， C 为声传播流体中的声速。按照等式(3)我们有(参考^{[10][11]})：

$$J_p = \frac{2A_p}{\rho_c}$$

5. 辅助换能器的自互易法校准

辅助换能器(在图1中名为换能器1)有一个面积为 A_1 的平面振动表面，并比波长 λ 大，它位于平面反射体对面的 d_1 处，用一个幅度为 \hat{i}_1 的脉冲电流驱动它辐射超声场，当声被反射后仍由同一换能器1拾取。在声接收期间驱动电流被断开，由声场产生的换能器电端开路电压幅度为 \hat{u}_1 。我们使 \hat{p}_0 和 \hat{p}_x 相等，可以找出换能器的电流响应 $S_1 = \hat{p}_x / \hat{i}_1$ ，再作一些与第2章中的表达式有关的简短计算，则得到(参阅^[12])

$$S_1 = \sqrt{\frac{\hat{u}_1}{\hat{i}_1 J}} \quad (5)$$

适合于这一特定情况的互易参量可从公式(3)按如下导出，声传输阻抗 z_{dx} 描述了由面积为 A_1 的平面换能器发射的自由场声压 \hat{p}_x 和体积速度 $-q_d$ 的关系， \hat{p}_x 为在距离 $2d_1$ 处的面积 A_1 上空间平均过的声压，这样，我们就近似地有了平面波情况的以及第4节中相同的阻抗。实际上，应当计及衍射损耗、吸收和不完全反射，由此导致：

$$|z_{dx}| = \frac{|\hat{p}_x|}{|q_d|} = \frac{\rho_c}{A_1} G(2d_1, A_1, \lambda) \gamma e^{-2d_1 \alpha}$$

λ 是波长， α 是声传播流体的声衰减系数， $G(2d_1, A_1, \lambda)$ 为发射声场的衍射损耗。对于平面圆形换能器的 G ，Khimunin^[13] 和 Fay^[14] 已作了理论研究，Brendel 和 Ludwig 作了实验研究，他们的工作与理论十分一致。如果我们用 a_1 标记换能器半径，按照这些参

考文献，因子 G_1 是垂直距离 $S_1 = 2d_1 \lambda / a_1^2$ 的函数。图4作为一个实例示出 Fay^[14] 在 a_1/λ 等于 37.4 时所计算之结果。

假定辅助换能器的接收衍射常数为 $D=2$ 。

于是我们有：

$$J = \frac{2A_1 e^{2d_1 \alpha}}{\rho_c G_1 \gamma}$$

6. 水听器的校准

当辅助换能器的 S_1 用自互易方法确定之后，使反射体倾斜(图1)，以便被校准水听器位于换能器1的声场轴上。由于输入电流 \hat{i}_1 的结果，换能器在水听器位置处产生一个未扰动的自由场声压，其幅度为 $\hat{p}_{x2} = S_{12} \hat{i}_1 = \hat{p}_{02}$ ，水听器的接收灵敏度 $M_2 = \hat{u} / \hat{p}_{02}$ 是用下列公式测量开路电压幅度 \hat{u}_2 获得的：

$$M_2 = \frac{S_1}{S_{12}} \sqrt{\frac{\hat{u}_2^2}{\hat{u}_1 \hat{i}_1} J}$$

该式系借助于式(5)推导而得。

下面讨论比值 $S_1/S_{12} \cdot S_1$ 是自互易校准过程中换能器1的电流响应；这意味着发射声压 \hat{p}_x 是在距离 $2d_1$ 处在平面 A_1 上的平均发射声压。 S_{12} 是在水听器校准过程中换能器1的电流响应；于是发射声压 \hat{p}_{x2} 是在距离 $d_1 + d_2$ 处在面积 A_2 上的平均值， A_2 是水听器的有效面积， d_2 是从反射体到水听器的距离。 \hat{p}_2 和 \hat{p}_{x2} 是衍射损耗和超声衰减，它们是互不相同的。我们有：

$$\frac{S_1}{S_{12}} = \frac{\hat{p}_x}{\hat{p}_{x2}} = \frac{G_1(2d_1, A_1, \lambda) e^{-2d_1 \alpha}}{G_2(d_1 + d_2, A_1, A_2, \lambda) e^{-(d_1 + d_2) \alpha}}$$

G_1 已在第5章中定义过， G_2 为与水听器

注3. 这显然是在[1]和[7]中所提出的修正因子 $(1 + \gamma_2)/2$ 是不合理的原因。

注4. 按照[2]和[10]，公式(4)对一个在近场的参考点保持有效，只有在声对称条件下，这才是正确的，即是说换能接收灵敏度 M 和接收衍射常数 D 参考近场中的特殊的点发射的球面波、接收器的 M 和 D 通常是基于平面波定义的。

尺寸和位置有关的发射声场的衍射损耗。这些损耗随变于 A_2/A_1 ，对于圆片换能器情况 Fay^[14] 已作了理论研究，图 5 给出了他的结果。计算是在不同的 a_2/a_1 并假定 $a_1/\lambda=37.4$ 之下进行的，这里 a_2 为水听器有效半径。 G_2 是归一化距离 $S_n=(d_1+d_2)\lambda/a_1^2$ 的函数。在 $A_2 \ll A_1$ 情况下， G_2 代表熟知的平面圆形活塞辐射器轴上的声压表达式。

综合以上的各公式，即可获得最后结果：

$$M_2 = \sqrt{\frac{\hat{u}_2^2}{\hat{u}_1 \hat{i}_1}} \sqrt{\frac{2A_1}{\rho_{cr}}} \frac{\sqrt{G_1} e^{ad_2}}{G_2}$$

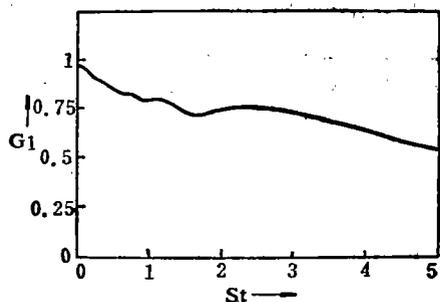


图4. 参照Fry^[14]，因子 G_1 以归一化距离 S_t 为函数的曲线

7. 有限电负载时的修正

未扰动声场 p_0 产生的开路电压为：

$$u(\infty) = \frac{Dz_{12}}{z_{22} + z_r} p_0$$

按照第 3 节该电压是横跨在接收换能器电端的。另一方面，如果换能器的负载为一有限电阻 z_L ，正如稍为细致的计算所证明的， $u(\infty)$ 应当用 $u(z_L)$ 来代替：

$$u(z_L) = \frac{Dz_{12}}{z_{22} + z_r} \cdot \frac{z_L}{z'_{11} + z_L} p_0$$

其中 z'_{11} 是换能器的声负载为 z_r 时的电输入阻抗，即：

$$z'_{11} = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22} + z_r}$$

相应地，所求的开路电压 $u(\infty)$ 可从实际的电压 $u(z_L)$ ，经下列修正公式获得：

$$u(\infty) = \frac{z'_{11} + z_L}{z_L} u(z_L)$$

以上公式应用于幅度时必须取模量。

在大多数情况下， z_L ，特别是 z'_{11} 的准确值是未知的，如果有可能建立一个以 z_L 为内阻抗的电源的话，直接测量 z_L ， z'_{11} 的方法是有益的。必须确定电源的短路电流 \hat{i}_K 与流过的有声负载的换能器电端的驱动电流 \hat{i} 之比，于是我们有：

$$\left| \frac{z'_{11} + z_L}{z_L} \right| = \frac{\hat{i}_K}{\hat{i}}$$

若水听器在校准和应用时于同样的工作电负载之下，若灵敏度 M_2 是打算以这个特殊条件为参考的话，则水听器电压 \hat{u}_2 就勿须修正。

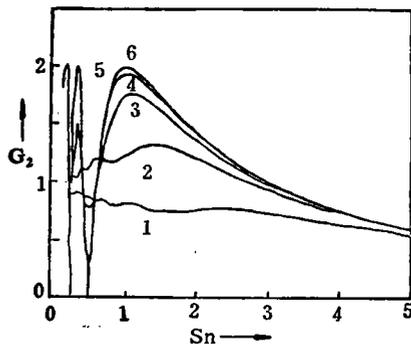


图5 参照 Fry^[14] 因子 G_2 作为归一化距离 S_n 的函数曲线 1: $a_2/a_1=1$, 2: $a_2/a_1=1/2$, 3: $a_2/a_1=1/4$, 4: $a_2/a_1=1/8$, 5: $a_2/a_1=1/16$, 6: $a_2/a_1=1/32$ 该量在本文中已定义

寿文德 译自: Acustica Vol. 46(1980) p. 162—167, 丁东校