

# Franz 型 蠕 波

冯培元 徐海亭 牟敦春 赵景变

(中国科学院北海研究站)

本文实验研究固体弹性铝柱、铜柱、充气铝柱壳和紫铜柱壳、有机玻璃柱上的 Franz 型蠕波圆周波的特性。实验测量其传播速度和衰减, 並同理想刚性柱上蠕波的传播速度和衰减的理论值进行比较。实验表明: 目标的材料特性对蠕波的传播速度影响不大, 而对衰减的影响相对较大, 目标的弹性使蠕波的速度和衰减变小; 而目标的内部结构对蠕波的速度和衰减的影响都不明显。

## 一、概 述

当声波入射到物体上时, 除了产生几何光学意义上的声反射波外, 在散射体影区的边缘上还产生衍射波。这种波以低于散射体周围介质中自由声波的传播速度在目标的流体一侧向影区蠕动, 並环绕散射体做圆周运动; 同时, 在环绕物体的每一点上以切线方向向周围介质辐射能量, 如图 1 所示。因此

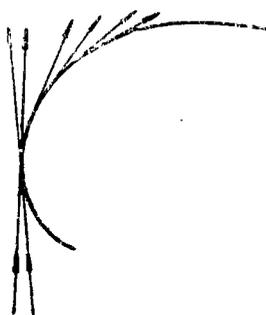


图 1 蠕波的产生和辐射

这种圆周波有较大的传播衰减, 这就是蠕波圆周波, 又称 Franz 蠕波。它不是我们通常所说的衍射波之外出现的新波, 而是对衍射波的物理认识。由于蠕波的能量主要是在流体中, 因而它类似于平表面上的 Stoneley

表面波, 而表面曲率的影响在于平表面上单一的 Stoneley 波变为曲率面上无数蠕波简正波的迭加。

Franz<sup>[1]</sup> 于 1954 年首先提出蠕波的存在, 並研究了电磁波在理想绝缘体和完全传导目标上散射时这种圆周波的特性。因此, 最初这种蠕波是产生于电磁散射理论中。数学上, 它是 Watson—Sommerfeld<sup>[2]</sup> 变换应用到简正级数散射解的结果。经过变换后, 把散射问题的简正级数解变为复  $v$  平面上积分回路内的留数和。数学上的不同类型的极点说明物理上不同种类的圆周波, 极点的号数代表圆周波简正波的号数, 从而使周围波在数学上有明确的物理图象。此外, 留数级数收敛非常快, 这对于数值计算来说有很大的优点, 正由于此, Watson 变换技术最初应用于研究地球对电磁波的散射问题。Friedland<sup>[3]</sup> 在他的“声脉冲”一书中较详细地研究了种种声脉冲, 並采用经典的本征函数展开法进行声散射研究, 他考虑了目标后面影区中衍射声问题, 但没有预言蠕波的存在。

自从 Barnard 和 McKinney<sup>[4]</sup> 最早实验发现单个脉冲入射到散射体上产生周期性圆周波后, 许多研究者对水中目标的各种圆周波进行了理论和实验研究。关于 Franz 型

蠕波，理论研究主要是由美国天主教大学的 Uberall 和 Doolittle 同美国海军武器研究所的 Ugincius 共同进行的，他们采用 Watson 变换法先后研究了理想软柱<sup>[5]</sup>、固体弹性柱<sup>[6]</sup>、弹性柱壳<sup>[7]</sup>上的散射场和固体弹性柱内的透射场<sup>[8]</sup>。对固体弹性柱和柱壳的理论研究发现，不仅存在正常的几何反射波和 Franz 型蠕波，而且还存在与弹性体特性有关的瑞利圆周波和与壳特性有关的拉姆型圆周波<sup>[9]</sup>。

Grace 和 Goodman<sup>[10]</sup>根据 Viktorov<sup>[11]</sup>的方法，假设环绕柱传播的圆周波与时间和角度的关系可表示为  $\exp(j(\omega t - \nu\theta))$ ，根据边条件，求解满足位移势波动方程的  $\nu$  值，由  $\nu = \frac{\omega a}{C_c} - j\omega\alpha a$ ， $C_c$  和  $\alpha$  就是蠕波的速度和衰减因子，这种方法在宗量  $Ka$  ( $K$  为波数， $a$  为曲率半径) 较小时计算比较困难，因此他们只处理了  $Ka$  值较大的情况，这样球贝塞尔函数值可以用渐近表达式来表示，计算也简单了。

Neabauer<sup>[12-13]</sup>对 Franz 波进行了实验研究，他们采用阴影照相法证明蠕波的存在，用直接测量法研究铝柱上蠕波的特性。

本文主要目的是实验研究 Franz 蠕波的特性与散射体材料和内部结构的关系。这对进一步研究水中目标的声散射特性有重要意义。

## 二、实验结果和分析

本实验设备、方法参考文章<sup>[9]</sup>。所用目标有实心弹性铝柱( $a = 59\text{mm}$ )、弹性黄铜柱( $a = 51.4\text{mm}$ )、充气铝柱壳( $a = 48.5\text{mm}$ ， $h = 1\text{mm}$ )、充气紫铜柱壳( $a = 47\text{mm}$ ， $h = 0.2\text{mm}$ )和有机玻璃柱( $a = 38\text{mm}$ )五种散射体。实验时满足无限长柱要求，发射器采用活塞式，其窗口  $\phi = 40\text{mm}$ ，当频率为  $500\text{KHz}$  时，束宽为  $10^\circ$ ，让发射声束主轴与目

标相切，发射脉宽为  $1\text{ms}$ ，以进行稳态测量。发射器与柱轴相距  $100\text{mm}$ ，水听器采用水平方向无指向性的探针，与目标的距离为  $150\text{mm}$ ，并可绕目标旋转。实验时在水听器和柱相切的路径上放置一声吸收柱，以证明蠕波的存在。

### 1. 蠕波的传播速度。

当水听器绕目标旋转  $\theta$  角度时，设其信号中间部分某一点的时延为  $t$ ，则蠕波的相速度为  $C_c = 2\pi a \cdot \theta \div (360 \times t)$ 。实验对五种目标上的蠕波进行了测量，把测量速度与水中自由声速  $C_w$  ( $1480\text{m/s}$ ) 之比表示成  $Ka$  的函数关系。图 2 表示出实验结果及刚性柱上理论计算蠕波的速度。实验结果表明，蠕波的传播速度与目标的材料和内部结构没有明

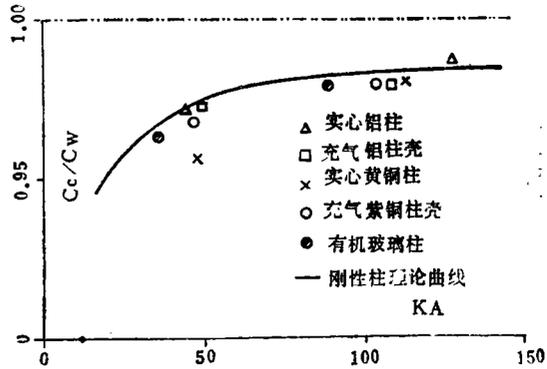


图 2 几种散射体表面上的蠕波速度

显的关系，而主要与衍射体的表面曲率有关；另外，这些目标上的蠕波速度都小于理想刚柱上蠕波的速度，这表明目标的弹性使得蠕波的速度稍微减少。

蠕波的速度和衰减理论上与 Franz 型极点在复  $\nu$  平面上的位置有关。用瑞利级数表示半径为  $a$  的无限长圆柱对平面波入射的散射解为

$$P = P_0 \sum_n j^n e^{in\phi} \left[ J_n(Kr) + \frac{B_n}{D_n} H_n^{(1)}(Kr) \right] e^{-i\omega t}$$

括弧中第一项说明入射波，第二项说明散射

波。应用 Watson 变换:

$$\sum_n f(n) = \frac{j}{2} \iint_C \frac{dv}{\sin v\pi} f(v) e^{jv\pi}$$

C 为包围整个实轴的积分回路。因此, 散射解中的留数是由  $D_n = 0$  确定的。理想软柱和刚柱的  $D_n$  分别是  $H_n(Ka)$  和  $H_n'(Ka)$ , 即汉克尔函数及其对宗量求导数; 固体弹性柱的  $D_n$  是包括贝塞尔函数的  $3 \times 3$  矩阵; 弹性柱壳则是  $6 \times 6$  矩阵。求零点的位置用 Newton-Raphson 方法求出。Ugincius[7] 计算了刚性柱、软柱、弹性铅柱壳在  $Ka = 5$  时极点的分布, Uberall[5] 把软柱的极点分布表示成  $v_n = Ka + (\frac{1}{6}Ka)^{\frac{1}{3}} \cdot e^{j\pi/3} \cdot q_1$ ,  $q_1$  为 Airy 积分的零点; 并把圆周波的留数表示成  $\exp[-\text{Im}(v_1\theta) + j(R_1(v\theta) - j\omega t)]$ , 所以, 在  $\theta$  方向的传播常数为  $R_1(v_1)/a = \omega/C_v'$ ,

$$\text{即 } \frac{C_v'}{C_v} = \frac{Ka}{R_0(v_1)} \approx (1 + 0.27(Ka)^{-2/3}q_1)^{-1}$$

这表明蠕波的速度随  $Ka$  的增加而增加, 并趋向于  $C_v$ , 这与我们的实验结果是一致的; 上式还说明, 蠕波简正波的号数增加, 它的传播速度下降。

由文章[7]的图 4 还表明, 不同材料和不同壁厚的弹性柱壳, Farnz 极点的分布位置是不一样的, 它说明蠕波的速度与目标的材料特性内部结构是有关的, 只是对速度的影响不大。以第一号蠕波简正波为例, 我们计算了  $Ka = 5$  时, 软柱的  $C_v'/C_v = 0.77$ , 刚性柱是 0.89; 当  $Ka = 100$  时, 软柱的  $C_v'/C_v = 0.96$ , 刚性柱是 0.98, 这说明当  $Ka$  增大时, 目标的材料特性和内部结构对蠕波速度的影响变小。

## 2. 蠕波的传播衰减

当水听器旋转  $\theta$  角后, 测量其衍射波的幅度在旋转前后分别为  $P_1, P_2$ , 则传播衰减为  $1_n(P_2/P_1)/(2\pi\theta/360) Nb/\text{半径}$ 。实验测

得的衰减值及理论计算刚性柱上的蠕波衰减如图 3 所示。实验结果说明, 蠕波的衰减不仅与衍射体表面曲率有关, 而且与物体的材料特性有关。而与目标的内部结构关系不大; 同时, 材料的弹性不仅使蠕波的速度变低, 而且使衰减变小。除充气紫铜柱外, 衰减值都小于刚性柱上蠕波的衰减。

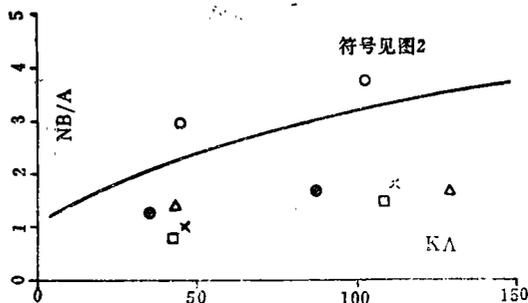


图 3 蠕波的衰减曲线

蠕波在  $\theta$  方向的衰减因子是  $\exp[-\text{Im}(v_1\theta)]$ , 衰减与  $\text{Im}(v_1)$  成正比。文章[5]把软柱的第 1 号蠕波简正波的衰减角表示为  $\phi_1 = 0.48 \times (Ka)^{1/3} \cdot q_1$ , 因此其留数级数的衰减因子为

$\text{Exp}[-(\phi_1 + 2m\pi) \times 0.48(Ka)^{1/3}q_1]$   
 $\phi_1$  表示水听器在正、反时针方向上旋转的角度,  $m$  为蠕波绕衍射体的旋转次数。可见, 其号数愈高的蠕波简正波, 不仅传播速度愈低, 而且衰减也愈大。当  $m = 0, \theta = 10^\circ, Ka = 100$  时, 我们计算了软柱上前五号蠕波简正波的幅度及与第一号幅度之比, 如表 1 所示。尽管散射解中留数级数同瑞利级数看起来都有无限项, 但留数级数很快收敛, 在

表 1 蠕波简正波的幅度

| 1 | $q_1$  | $P_1$ | $P/P_1$ |
|---|--------|-------|---------|
| 1 | 3.372  | 0.28  | 1       |
| 2 | 5.896  | 0.10  | 0.35    |
| 3 | 7.962  | 0.045 | 0.16    |
| 4 | 9.788  | 0.02  | 0.07    |
| 5 | 11.457 | 0.01  | 0.03    |

数值计算时只要取有限的头几项留数和就能得到满意的结果。

上式表明, 随 $Ka$ 的增大, 衰减增大, 这同实验结果是一致的, 理论上蠕波的衰减与衍射体的材料特性和内部结构有关, 而且这种对衰减的影响比对速度的影响要大些。实验表明, 目标的弹性使得蠕波的衰减比刚性体上的衰减小。而充气紫铜柱上的衰减比刚性体大, 其原因需进一步研究。

综上所述, 蠕波是由无限个蠕波简正波所组成, 各号简正波具有不同的速度和衰减, 简正波号数愈高, 传播速度愈低, 衰减愈大。所以, 实验所测得的蠕波速度和衰减实际上是在蠕波中起主要作用的第1、2号简正波的传播和衰减。实验表明, 衍射体的材料特性和内部结构对蠕波的传播速度和衰减都没有太大的影响, 物体的弹性使蠕波的速度和衰减减小, 而衍射体的表面曲率对蠕波的速度和衰减影响较大, 这表明蠕波是一种几何圆周波。

由于发射器与柱轴不严格平行; 发射器与接收器不严格在同一平面内, 使测量有误差, 尤其在低频时, 发射器的波束较宽, 通过弹性柱的透射波及其它类型的圆周波的影响, 使测量误差更大。

## 参 考 文 献

- [1] Franz, W. Z. Naturforsch, (1954), A9, 705.
- [2] Sommerfeld, A. "Partial Differential Equations in Physics", (1949), Academic Press, New York.
- [3] Friedlander, F. G. "Sound Pulses", (1958), Cambridge Univ. Press, London and New York.
- [4] Barnard, G. R., and Mckinney, C. M. (1961), J. Acoust. Soc. Amer., 33, 226.
- [5] Uberall, H., Doolittle, R. D., and Mcnicholas, J. V. (1966), J. Acoust. Soc. Amer., 39, 564.
- [6] Doolittle, R. D., Uberall, H., and Uginous, P. (1968), J. Acoustic. Soc. Amer., 43, 1.
- [7] Uginous, P., Uberall, H., (1963), J. Acoust. Soc. Amer., 43, 1024.
- [8] Brill, D., Uberall, H. (1971), J. Acoust. Soc. Amer., 54, 921.
- [9] 冯培元、徐海亭、牟教春、赵景变, 声学学报, 1982, 7, 94.
- [10] Grace, O. D., and Goodman, R. R. (1966), J. Acoust. So. Amer., 39, 173.
- [11] Viktorov, I. A. (1958), Sov. Phys.—Acoust 4, 131.
- [12] Neubauer, W. G., (1968), J. Acoust. Soc Amer., 44, 298.
- [13] Neubauer, W.-G., (1968), J. Acoust. Soc. Amer., 33, 1150.

### 《声学技术》1985年出版两期说明

本刊由于1985年调整出版、发行等原因, 由原来出版四期临时改为出版两期。1986年恢复正常, 每年四期, 望读者见谅。

《声学技术》编辑部启