

由反向体积散射功率谱估计衰减频移

丁 东

(中科院东海研究站)

许多介质的衰减系数与频率呈幂指数形式, 诸如动物的组织, 地层, 以及某些固体材料等。在这种介质中利用目标反向散射信号成象的设备仅反映了回声信号的大小, 并且还带有某种程度的失真, 而回声信号中所包含的其它信息并没有加以利用, 例如目标介质对声波的衰减特性信息。利用介质的衰减信息来成象有可能更好地反映出介质的结构特征来。

当声脉冲通过损耗介质时, 它要经受到与频率有关的衰减。信号中高频成分的衰减大于低频成分的衰减, 造成宽带信号谱在传播路径上发生变化——中心频率向低频端移动, 带宽变窄。这种变化的大小与介质的吸收特性有关, 为了将介质特性参数与频谱变化联系起来, 过去有人讨论过高斯谱的衰减频移。这里我们不局限于高斯谱, 而假设发射信号有着任意形状的功率谱密度函数(PSD)。设 $I(f)$ 为发射脉冲的 PSD, 当这一脉冲通过统计均匀的无限介质传播时, 在传播路径上产生的反向体积散射波被收发合置的换能器收到后, 令 $B(f, Z)$ 为回声的功率谱密度函数, 假定介质可用一个线性传输函数 $H(f, Z)$ 来描述, 则回声信号的 PSD 可用发射与传输这两个功率密度谱之积来表示

$$B(f, Z) = I(f)H(f, Z) \quad (1)$$

由于 $H(f, Z)$ 与深度有关, 所以 $B(f, Z)$ 是深度的函数。为简单起见, 将介质的传输函数按单位振幅的平面波情况考虑, 而不计及球面扩展、声波的指向性以及界面反射效应, 则

$$H(f, Z) = \exp[-4\bar{\alpha}(f)Z] \quad (2)$$

Z ——散射体的深度, $2Z$ ——来回的路径长度。

$\bar{\alpha}(f)$ 为声压振幅的平均衰减系数,

$\bar{\alpha} = \int_0^Z \alpha(f, Z) dZ$, 与频率 f 有以下关系:

$$\bar{\alpha}(f) = \beta f^n \quad (3)$$

β 为反映介质特性的常数, 为某一实数。

由介质的衰减引起的频移可以由不同深度上散射回来的 PSD 求得, 这需要计算不同深度的 PSD 的平均频率 $\bar{f}$ 。 $\bar{f}$ 沿 Z 的变化即是频移。

一、定义

PSD 的一阶矩就是平均频率 $\bar{f}$ (或称矩心),

$$\bar{f}(Z) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f B(f, Z) df}{\int_{-\infty}^{\infty} B(f, Z) df} \quad (4)$$

将(1)–(3)代入, 则由某一深度返回的 PSD 的 $\bar{f}$ 为:

$$\bar{f}(Z) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f I(f) \exp(-4\beta f^n Z) df}{\int_{-\infty}^{\infty} I(f) \exp(-4\beta f^n Z) df} \quad (5)$$

由于高频成分较低频成分衰减得快, 介质起到一个低通滤波器的作用, 因此, PSD 的平均频率是深度函数, 如图 1 所示。

(4) 式为 PSD 的一阶矩, 下面用符号 M 来表示矩, P 阶矩定义为

$$M_P = \int_{-\infty}^{\infty} f^P B(f, Z) df \quad (6)$$

P 阶中心矩为

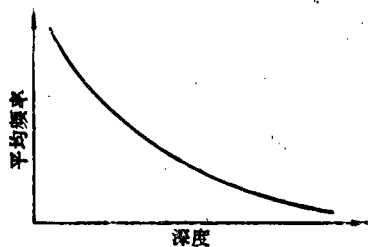


图1 平均频率与深度关系

$$M_{PC} = \int_{-\infty}^{\infty} (f - \bar{f})^p B(f, Z) df \quad (7)$$

由于 PSD 是深度的函数, 所以 PSD 的矩也是深度的函数。PSD 的方差 σ^2 是不同深度回来的散射信号的 PSD 的带宽度量, 它的定义是

$$\sigma^2(Z) = \frac{M_2}{M_0} - \frac{M_1^2}{M_0^2} \quad (8)$$

二、频移的一般表达式

做为频移的一般表达式, 对于发射脉冲的 PSD 型式无一定的要求, 也不一定假设介质是线性吸收的 ($n=1$), 由 (5) 式对 $\bar{f}$ 沿深度 Z 求导数, 即为频移的一般表达式:

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial Z} = -4\beta \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^{n+1} B(f, Z) df}{\int_{-\infty}^{\infty} B(f, Z) df} - \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f B(f, Z) df \int_{-\infty}^{\infty} f^n B(f, Z) df}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} B(f, Z) df \right)^2} \right] \quad (9)$$

上式中的介质参数假定为已知, 引入 (6)、(7) 式的符号, 则上式为:

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial Z} = -4\beta \left(\frac{M_{n+1}}{M_0} - \frac{M_1 M_n}{M_0^2} \right) \quad (10)$$

通常, PSD 的矩以及平均频率的导数都是深度的函数。改写 (10) 式:

$$\beta = - \frac{\partial \bar{f}}{\partial Z} \frac{1}{4 \left(\frac{M_{n+1}}{M_0} - \frac{M_1 M_n}{M_0^2} \right)} \quad (11)$$

上式中 β 即 (3) 式中的常系数, n 即频率的方次, 它表达了 β 与 $\alpha(f)$ 各矩值的关系。 $\alpha(f)$

对频率的导数为:

$$\frac{d\alpha(f)}{df} = n\beta f^{n-1} \quad (12)$$

对于 $n \neq 1$ 的情况, 斜率 $d\alpha(f)/df$ 与频率有关; 当 $n=1$, $d\alpha(f)/df = \text{常数}$ 。

在计算 (11)、(12) 式时, n 为已知才可。该两式给出了通过 PSD 的矩来求 β 的理论关系式, 它表明了 β 与各深度上的 PSD 的四个矩值 M_0 、 M_1 、 M_n 、 M_{n+1} 的关系。当对各个深度上的 PSD 求出它的矩值之后, 即可得到 β 值, 因此, 除了已知之外, 还要已知各个深度上的 PSD。

三、线性吸收介质情况

这里假定发射脉冲的 PSD 是任意形状的, 介质的衰减系数是频率的一次方, 即线性吸收介质情况:

$$\bar{\alpha}(f) = \beta f \quad (13)$$

下面将证明三点: (1) 衰减系数的斜率 β 可由 PSD 的三个矩来估算, (2) 平均频率沿深度的导数与发射脉冲 PSD 的方差成正比, 这是 PSD 呈线性移动的必要与充分条件, (3) 作为一个特例, 如果 PSD 为高斯型, 则其方差不随深度变化。

将 $n=1$ 代入 (9) 式, 再按照 (11) 式的形式则有

$$\beta = - \frac{\partial \bar{f}}{\partial Z} \frac{1}{4 \left(\frac{M_2}{M_0} - \frac{M_1^2}{M_0^2} \right)} \quad (14)$$

再将 (8) 式方差的定义代入, 则得

$$\beta = - \frac{\partial \bar{f}}{\partial Z} \frac{1}{4\sigma_z^2} \quad (15)$$

上式适用于由线性衰减介质散射产生的任意形式的 PSD。(15) 式表明 PSD 的头三个矩 M_0 、 M_1 、 M_2 是确定线性吸收介质的衰减系数斜率的必要信息。

改写 (15) 式为:

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial Z} = -4\beta\sigma_z^2 \quad (16)$$

若 β 为常数, 则由上式可得出结论说: 在线性吸收介质中平均频率沿深度的导数与回声的带宽 σ_z^2 成正比, 这就是说, PSD 的方差越宽, 平均频率的移动就越大, 也就越易于估计出它的移动量。这里应注意到事情的另一方面, 大的方差要求大的接收带宽, 从而增加了接收机的噪声。这提示我们, 应当论证一个最佳发射带宽, 它应估计到接收机噪声的统计特性。

以上讨论还没有限定发射脉冲的 PSD 型式, 假如 PSD 为高斯型的, 则线性吸收介质情况下的 P 阶矩可写如:

$$\begin{aligned} M_p &= \int_{-\infty}^{\infty} f^p I(f) \exp(-4\beta f Z) df \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f^p \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(f-f_0)^2/2\sigma^2\right. \\ &\quad \left.-4\beta f Z\right] df \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{其中 } I(f) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(f-f_0)^2/2\sigma^2\right] \quad (18)$$

将 M_p 代入(8)式, 可以证明

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial Z} = 0 \quad (19)$$

利用(19)式 σ^2 为一常数这一事实, 由(16)式知

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial Z} = \text{常数} \quad (20)$$

以上两式说明: 线性吸收介质中, 发射信号 PSD 的为高斯型时, 方差 σ^2 不随深度而变化, 并且平均频率随深度线性地移动。

在线性频移的情况下, $\frac{\partial \bar{f}}{\partial Z}$ 可由 $\frac{\Delta \bar{f}}{\Delta Z}$ 来代替, 方差不再是深度函数, (15)、(16)式中的足标 Z 可省去, 这时可以简便地用线性拟合方法求 β

$$\beta = -\frac{\Delta \bar{f}}{\Delta Z} \frac{1}{4\sigma^2} \quad (21)$$

四、功率谱平均频率的估值方法

由以上两节知, 重要的是实时地确定出 $\bar{f}$, 亦即 PSD 的矩心。为了求 $\bar{f}$, 应当分别计算出 PSD 的零阶矩和一阶矩 M_0, M_1 , 然后如同(4)式两者相除即得平均频率 $\bar{f}$ 。按照这一程序工作的估计器所完成的是下式:

$$\bar{f} = \frac{M_1}{M_0} \quad (22)$$

式中的 $\bar{f}$ 是一种估计值。为了评价估计器的质量, 需要确定它的平均值 $E\{\bar{f}\}$ 和方差 $VAR\bar{f}$ 。由于估值是实时进行的, 并且是在一段有限观测时间内完成的, 在平均值和方差中的误差将随着观测时间的增长而变小当平均值不能达到某一真实值时, 则该估计器给出的是有偏估计。

为了完成(22)式的计算, 谱估计器型式的检测器基本上是用快速傅立叶变换或一组带通滤波器来重建功率谱分布, 然后再由此分布按下式计算平均频率 $\bar{f}$:

$$\bar{f}(Z_i) = \frac{\sum_{i=1}^n V_i(f_i, Z_i)^2 f_i}{\sum_{i=1}^n V_i(f_i, Z_i)^2} \quad (23)$$

式中 $|V_i|$ 是在频率 f_i 之下在深度 Z_i 的回声信号振幅。利用(23)式可以估计任何形式 PSD 的 $\bar{f}$ 。

当使用一组带通滤波器来获得 V_i 时, 这要求大量性能相同的窄带滤波器, 这就明显地增加了硬件设备的复杂性。通过 FFT 或 DFT 来实现是对(23)式的数字化处理, 这除了硬件的复杂性之外, 还需做大量的实时运算。然而, 这一缺点可以通过提高计算速度和 VLSI 系统的密度来克服。

除了上述的滤波与数字计算之外, 从信号处理设备方面可举出下列两类谱估计器。

A. 非线性检测器

这是一种不需对谱矩单个进行计算便可求功率谱矩心的平均频率检测器,其优点是实施简便。过零检测器(ZCD_S)是这类的最简单的最标准的一种平均频率检测器。它又可分成两类,仅以实频谱信号工作的单边带检测器和以信号的复数形式工作的四象限检测器。SSB检测是单通道系统,它估计的是rms频率而不是真正的矩心,并且噪声的抗干扰性较差。而四象限检测器(QZCD)是线性双相关器的非线性近似。对于具有对称谱的高斯随机信号,QZCD是一个对四象限通道失配的灵敏度较低的精确估计器,这是因为检测器的非线性和改善后的对称性所致。对于多峰的和非对称的输入谱以及低信噪比输入, $\ll$ (SNR10dB)这种估计器的精度尚未可知。相关检测器的另一种非线性近似是

$$\bar{f} = \frac{E \{ V'(t) \operatorname{sgn} V(t) \}}{E \{ |V(t)| \}} \quad (24)$$

其中 $V'(t)$ 是信号的希伯特变换, sgn 表示信号的符号(+或-)。同样,这方法的优点是简单,然而它只对具有对称谱的正态随机信号是精确的,它不要求对每个谱矩做测量。

图2中的双相关器是无需归一化的矩心检测器。复数信号 $U(t)$ 的矩心可由下式来求出;

$$\bar{f} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R_{VV'}(0) - R_{V'V}(0)}{R_{VV}(0) + R_{V'V'}(0)} \quad (25)$$

式中 R 的足标变量相同者为两变量的自相关系数,足标不同者为两变量的互相关系数。(25)式是相关检测器的普遍表达式,可用来做为矩心检测器, $\bar{f}$ 的近似估值可由以下经典估计器来获得:

$$R_{VV}(0) = -\frac{1}{T} \int_0^T V^2(t) dt$$

$$R_{V'V'}(0) = -\frac{1}{T} \int_0^T V'^2(t) dt \quad (26a)$$

$$R_{VV'}(0) = -\frac{1}{T} \int_0^T V(t) \dot{V}'(t) dt$$

$$R_{V'V}(0) = -\frac{1}{T} \int_0^T V'(t) \dot{V}(t) dt \quad (26b)$$

信号 $V(t)$ 的希伯特变换 V' 通过象限检测器来实现,在图2中的b点可以得到。应当注

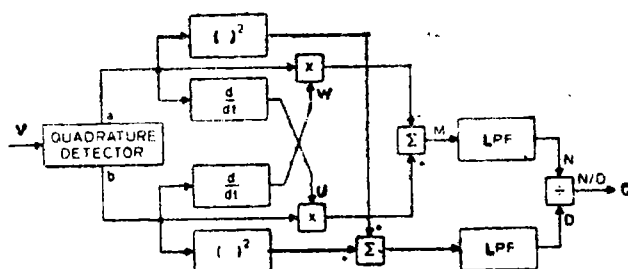


图2 双相关器矩心检测器

B 直接一矩检测器 (Direct-moment detector)

直接矩检测器可以实时地估计单个的谱矩,并将其按(22)式定义的零阶矩来归一化双相关,单相关和 $\sqrt{f}$ 检测器这些都是实时线性系统,可以直接估计矩心而无需首先计算傅立叶谱分量。

意到(26a)中的值总是正的,(26b)中的互相关系数的符号可以是两者中的任何一个,因此它保持着关于零频率的矩心极性的信息。用方程式(26)中的近似来实现(25)式的方框图示于图3,其中一阶矩的估值是用积分器来近似低通滤波器;

$$V_N = M_1 = -\frac{1}{T} \int_0^T (\dot{a}b - a\dot{b}) dt \quad (27a)$$

零阶矩为

$$V_D = M_0 = \frac{1}{T} \int_0^T (a^2 + b^2) dt \quad (27b)$$

保留了矩中心的极性，可以说双相关器较之其它的从理论上说是更精确的，然而它比较复杂，要求准确的线性乘法器和细心的调谐。

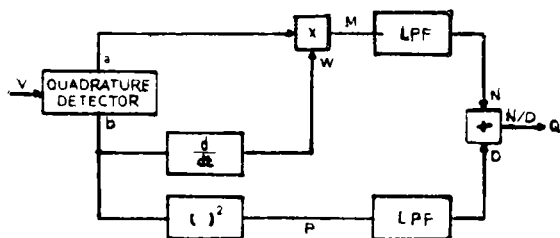


图3 单相关器矩心检测器

此外， $\bar{f}$ 也可表示成

$$\bar{f} = -\frac{1}{2\pi} \frac{R_{V'V'}(0)}{R_{V'V'}(0)} = -\frac{1}{2\pi} \frac{R_{VV'}(0)}{R_{VV}(0)} \quad (28)$$

它是用于瞬时频率检测的单相关器式的矩心检测器（不用归一化），可用于多卜勒频率检测。(28)式的各项可由(26)式中相应的公式来计算，如图3所示它的结果就是矩心检测器，它的一阶与零阶矩可由下式来近似：

$$V_N = M_1 = -\frac{1}{T} \int_0^T a \dot{b} dt \quad (29a)$$

$$V_D = M_0 = \frac{1}{T} \int_0^T b^2 dt \quad (29b)$$

这种检测器有方向性，较之双相关器简单；然而在多卜勒频率范围内的乘法器要求在它的输入中有最小的相移误差。

$\sqrt{f}$ 矩心检测器是基于信号被 $\sqrt{f}$ 频率鉴别器滤波后的功率检测(图4)，它被用来做为—阶矩的检测器，对它改进后可用来做矩心检测和用于超声多卜勒系统。由 $\sqrt{f}$ 滤波作用可以很方便地描写这种检测器在频域的工作原理。若把图4中的低通滤波器看作是一个积分器，分母上的电压就是经典的功率检测器

$$V_D(t) = -\frac{1}{T} \int_0^T V^2(t) dt = R_{VV}(0) \quad (30)$$

它根据复数信号的零阶矩的定义有

$$V_D(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_V(f) df = M_0 \quad (31)$$

同样，分子上的电压 $V_N(t)$ 是与 $V_Y(t)$ 有关的，因此：

$$V_D(t) = R_{YY}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_Y(f) df \quad (32)$$

$$\text{然而 } S_Y(f) = |\sqrt{f}|^2 S_V(f) \quad (33)$$

$$\text{即 } V_N(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_V(f) |f| df = |M_1| \quad (34)$$

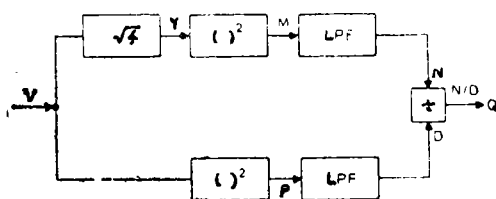


图4 功率谱矩心检测器

它证明，所估计出的一阶矩没有极性信息，并且当参考频率为零时 $\sqrt{f}$ 矩心检测器是无方向性的。为了解决这一问题，与相关检测器相反， $\sqrt{f}$ 型式的检测器没有四象限乘法器，但要求附加两个象限平方律设备和传输函数 $\sqrt{f}$ 。如果这一函数由 $\sqrt{f^n}$ 滤波器来代替(n 为整数)，可以证明由(33)、(34)式有

$$V_N(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_V(f) |f|^n df = |\hat{M}_n| \quad (35)$$

式中 M_n 为功率谱的 n 阶矩。由这一方程式可以看到，利用改进的 $\sqrt{f}$ 滤波器，这种检测器可估计出任何阶的矩。