半波长聚能器的理论分析与计算

凌鸿烈
(中国科学院东海研究站)

带有聚能器(又称变幅杆或速度变换器)的超声换能器的设计，通常按半个波长和一个波长这二种方法进行设计。本文讨论了一个波长的设计方法，以超声换能器的波腹为界，把换能器分为聚能器和夹心式发生器二部分，然后，从一般形式出发，引入形状函数，根据聚能器各部分的边界条件和连续条件，按一维问题，从理论上推导出了在有负载情况下，复合聚能器的频率方程，同时导出了计算复合聚能器各点的位移，振速，应变，纵向弹性力，应力和振速放大系数的一般表达式，为今后各类聚能器的设计提供理论依据。

一、前　　言

几十年来，超声焊接，加工，粉碎，乳化，清洗，凝聚和雾化等已广泛应用于工业，农业，能源，交通运输，医药卫生，国防科研等各个方面，而超声换能器是超声应用设备中的关键部件。通常要求超声换能器具有如下三个特点：1)大功率(一般在百瓦以上)。2)高效率。也就是要求换能器具有高的电声转换效率，这样，一方面要求换能器在尺寸和选材上设计合理，另一方面要选用 $K^2/\tan\delta$ 较高的压电陶瓷材料，以减少由电应力所引起的损耗。3)高声强。在实际使用中，往往要求换能器有聚能的作用，一般声强可从零点几瓦到几百瓦，由此可见，超声换能器的研制是复杂的。为了要研制出性能优良的换能器，首先要掌握超声换能器的设计，对各种形式聚能器的性能均要了解，便于选用，否则可能造成以下三种情况：

1) 换能器的工作频率不符合要求。

2) 换能器的电声转换效率极低，能量传递不到介质中去，从而导致换能器发热损坏。

3) 换能器被应力损坏。(特别是压电陶瓷元件更易损坏)。

超声换能器的设计，通常有二种不同的方法：

1) 换能器作为一个波长的组件。以波腹为界，分成均是1/2波长的前后二部分。前半部分是聚能器(又称变幅杆)，后半部分是驱动组件，通常采用夹心式发生器，其整体固定在前半部分上。

2) 换能器作为半个波长的组件。以波节为界，分成均是1/4波长的前后二部分。前半部分是聚能器，后半部分是驱动组件，然后再把前后二部分牢固地连成一体。在设计过程中究竟采用那种方法，将取决于不同的使用目的。

由于在文献中几乎看不到对超声换能器有系统的理论分析和一般性的计算方法，所以，本文对第一种设计方法中的复合聚能器进行了讨论。

二、方程推导

半波长复合聚能器由一部分变截面和一部分定截面所组成。这是复合聚能器中最普通的情况，如图1所示。

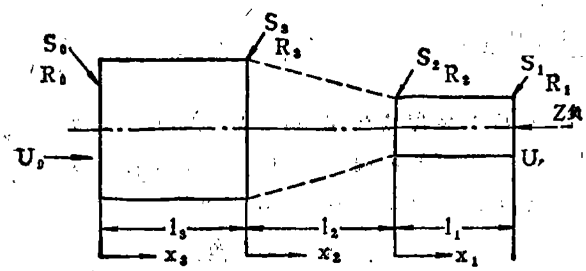

图1 二端自由的复合聚能器

在方程推导之前首先假定：

1) 聚能器整个截面内的应变分布是均匀的。

2) 在聚能器内波前保持平面(即为平面波传播)，无能量损失。

为了满足上述要求，只要聚能器的横向尺寸比工作频率在聚能器中的波长小得多(例如小于1/4波长)，这样可以忽略聚能器的横向振动，把它当作一维问题来考虑。大家知道轴对称变截面聚能器的稳态位移振动方程为[1]：

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{1}{S(x)}\frac{\partial S}{\partial x}\cdot\frac{\partial\xi}{\partial x}+k^2\xi=0 \qquad (1)$$

从这个基本振动方程出发，考虑到不同的边界条件和连续条件，可以求得频率方程，振速、应变、应力等不同的表达式。

为了便于下面讨论，各式中采用的符号定义如下：

x_i——聚能器各部分的纵向距离。$(i=1,2,3)$

l_i——聚能器各部分的长度。　S_i——聚能器各部分的横截面积。

R_i——聚能器各部分的横向半径。　P——形状函数，$P(x_i)=1/R(x_i)$。P'为一阶导数。

ξ_i——聚能器各部分的质点位移。　u_i——聚能器各部分的质点振速。

η_i——聚能器各部分的应变。　F_i——聚能器各部分的纵向弹性力。

σ_i——聚能器各部分的应力。　M——聚能器的振速(或位移)放大系数。

$Z_负$——作用于聚能器上的外负载阻抗。　E_i——各部分的扬氏弹性模量。

C_i——各部分的声速　k_i——波数。

1. 频率方程

频率方程是设计超声换能器时极其重要的公式。

根据二端自由复合聚能器的边界条件为：

$$F_3(0)=0$$

$$F_1(l_1)=Z_负u_f=j\omega\xi_1(l_1)Z_负 \qquad u_f\text{：小端面的振速}$$

$$\text{若}Z_负=0 \qquad \text{则} \qquad F_1(l_1)=0$$

及各部分在交界面处的位移和纵向弹性力连续条件为：

$$\xi_3(l_3)=\xi_2(0); \qquad \xi_2(l_2)=\xi_1(0)$$

$$F_3(l_3)=F_2(0); \qquad F_2(l_2)=F_1(0)$$

从而可以得到下列方程组

$$\begin{cases} F_3(0)=0 \\ \xi_3(l_3)=\xi_2(0) \\ F_3(l_3)=F_2(0) \\ \xi_2(l_2)=\xi_1(0) \\ F_2(l_2)=F_1(0) \\ F_1(l_1)=j\omega\xi_1(l_1)Z_{负} \end{cases} \tag{2}$$

通过解方程组(2)，可以得到二端自由轴对称复合聚能器在有负载情况下的频率方程为：(一般通式)

$$\tan\bar{k}_2l_2=\frac{\varepsilon_3\Delta_1-\varepsilon_2\Delta_1-\frac{z_1}{z_2}\varepsilon_1\Delta_2-\frac{z_3}{z_2'}\varepsilon_1\Delta_1\tan k_3l_3}{\varepsilon_1\Delta_1-\frac{z_1\cdot z_3}{z_2\cdot z_2'}\varepsilon_1\Delta_2\tan k_3l_3-\frac{z_1}{z_2}\varepsilon_2\Delta_2+\frac{z_3}{z_2'}\varepsilon_3\Delta_1\tan k_3l_3+\varepsilon_4\Delta_1} \tag{3a}$$

或

$$\tan k_3l_3=\frac{\varepsilon_3\Delta_1-\varepsilon_2\Delta_1-\frac{z_1}{z_2}\varepsilon_1\Delta_2-\varepsilon_1\Delta_1\tan\bar{k}_2l_2+\frac{z_1}{z_2}\varepsilon_2\Delta_2\tan\bar{k}_2l_2-\varepsilon_4\Delta_1\tan\bar{k}_2l_2}{\frac{z_3}{z_2'}\varepsilon_1\Delta_1-\frac{z_1\cdot z_3}{z_2\cdot z_2'}\varepsilon_1\Delta_2\tan\bar{k}_2l_2+\frac{z_3}{z_2'}\varepsilon_3\Delta_1\tan\bar{k}_2l_2} \tag{3b}$$

式中：$\Delta_1=1+j\frac{z_{负}}{z_1}\tan k_1l_1$；$\Delta_2=\tan k_1l_1-j\frac{z_{负}}{z_1}$

$\varepsilon_1=P(0)\times P(l_2)$；$\varepsilon_2=\frac{P'(0)}{\bar{k}_2}\times P(l_2)$

$\varepsilon_3=P(0)\times\frac{P'(l_2)}{\bar{k}_2}$；$\varepsilon_4=\frac{P'(0)P'(l_2)}{\bar{k}_2^{\,2}}$

$z_1=E_1\times S_1/C_1$；$z_2=E_2\times S_2/\bar{C}_2$；$z_2'=E_2\times S_3/\bar{C}_2$；$z_3=E_3\times S_3/C_3$

$\bar{k}_2=\begin{cases} k_2 \text{ 无声速分散} \\ k_2' \text{ 有声速分散} \end{cases}$，$\bar{C}_2=\begin{cases} C_2\text{无声速分散} \\ C_2'\text{有声速分散} \end{cases}$

从图(1)可见，$S_3=S_0$，$S_1=S_2$

当$z_{负}=0$(在空气中)，则$\Delta_1=1$，$\Delta_2=\tan k_1l_1$

二端自由复合聚能器在无负载情况下的频率方程为：

$$\tan\bar{k}_2l_2=\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_2-\frac{z_1}{z_2}\varepsilon_1\tan k_1l_1-\frac{z_3}{z_2'}\varepsilon_1\tan k_3l_3}{\varepsilon_1-\frac{z_1\cdot z_3}{z_2\cdot z_2'}\varepsilon_1\tan k_1l_1\tan k_3l_3-\frac{z_1}{z_2}\varepsilon_2\tan k_1l_1+\frac{z_3}{z_2'}\varepsilon_3\tan k_3l_3+\varepsilon_4} \tag{4a}$$

或

$$\tan k_3l_3=\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_2-\frac{z_1}{z_2}\varepsilon_1\tan k_1l_1-\varepsilon_1\tan\bar{k}_2l_2+\frac{z_1}{z_2}\varepsilon_2\tan k_1l_1\tan\bar{k}_2l_2-\varepsilon_4\tan\bar{k}_2l_2}{\frac{z_3}{z_2'}\varepsilon_1-\frac{z_1\cdot z_3}{z_2\cdot z_2'}\varepsilon_1\tan k_1l_1\tan\bar{k}_2l_2+\frac{z_3}{z_2'}\varepsilon_3\tan\bar{k}_2l_2} \tag{4b}$$

2．各点位移，振速，应变，纵向弹性力和应力

位移，振速，应变，纵向弹性力和应力是反映各种聚能器性能的重要参数。为了求得各

点位移，振速，应力等表达式，必须先求出 l_1，l_2，l_3 三部分的待定系数 A_1，B_1，A_2，B_2，A_3，B_3。这六个未知数可通过下述根据聚能器的边界条件和连续条件得到的方程组求解。

$$\begin{cases} \xi_3(0)=\dfrac{u_0}{j\omega} \\ \xi_3(l_3)=\xi_2(0) \\ F_3(l_3)=F_2(0) \\ \xi_2(l_2)=\xi_1(0) \\ F_2(l_2)=F_1(0) \\ F_3(0)=0 \end{cases} \tag{5}$$

解方程组(5)得到：

$$A_1=\frac{u_0P(l_2)z_2}{j\omega P(0)z_1}\left\{\left[\frac{P'(l_2)}{\bar{k}_2P(l_2)}\cos\bar{k}_2l_2-\sin\bar{k}_2l_2\right]\cos k_3l_3-\left[\frac{P'(l_2)}{\bar{k}_2P(l_2)}\sin\bar{k}_2l_2+\cos\bar{k}_2l_2\right]\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{z_3}{z_2'}\sin k_3l_3+\frac{P'(0)}{\bar{k}_2P(0)}\cos k_3l_3\right]\right\}$$

$$B_1=\frac{u_0P(l_2)}{j\omega P(0)}\left\{\cos\bar{k}_2l_2\cos k_3l_3-\left[\frac{z_3}{z_2'}\sin k_3l_3+\frac{P'(0)}{\bar{k}_2P(0)}\cos k_3l_3\right]\sin\bar{k}_2l_2\right\}$$

$$A_2=-\frac{u_0}{j\omega P(0)}\left[\frac{z_3}{z_2'}\sin k_3l_3+\frac{P'(0)}{\bar{k}_2P(0)}\cos k_3l_3\right]$$

$$B_2=\frac{u_0}{j\omega P(0)}\cos k_3l_3,\quad A_3=0,\quad B_3=\frac{u_0}{j\omega}$$

各点的位移：

$$\xi_i(x_i)=A_i\sin k_ix_i+B_i\cos k_ix_i\quad(i=1,3)$$

$$\xi_2(x_2)=P(x_2)(A_2\sin\bar{k}_2x_2+B_2\cos\bar{k}_2x_2) \tag{6}$$

各点的振速： $u_i(x_i)=j\omega\xi_i$ (7)

各点的应变： $\eta_i(x_i)=\dfrac{\partial\xi_i}{\partial x_i}$ (8)

各点的纵向弹性力： $F_i(x_i)=-E_iS_i\dfrac{\partial\xi_i}{\partial x_i}=-E_iS_i\eta_i$ (9)

各点的应力 $\sigma_i(x_i)=\dfrac{F_i}{S_i}$ (10)

为了求得聚能器各点的位移，振速，应变，纵向弹性力和应力的具体表达式，只要把上述的待定系数A_1，B_1，A_2，B_2，A_3，B_3表示式代入位移，应变、应力等关系式即可求得。

3．振速(或位移)放大系数

按振速放大系数的定义：

$$M=\left|\frac{u_1(l)}{u_0}\right|=\left|\frac{P(l_2)\cos k_3l_3}{P(0)\cos\bar{k}_2l_2}\times\frac{\varepsilon_1\Delta_1\cos k_1l_1+\varepsilon_1\Delta_2\sin k_1l_1}{\varepsilon_1\Delta_1-\dfrac{z_1}{z_2}\varepsilon_1\Delta_2\tan\bar{k}_2l_2+\varepsilon_3\Delta_1\tan\bar{k}_2l_2}\right| \tag{11}$$

同样，复合聚能器三部分的振速放大系数分别为：

$$M_1=\left|\frac{u_1(l_1)}{u_2(l_2)}\right|=\left|\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\sin k_1l_1+\cos k_1l_1\right|$$

$$M_2=\left|\frac{u_2(l_2)}{u_3(l_3)}\right|=\left|\frac{P(l_2)}{P(0)}\times\frac{1}{\cos\bar{k}_2l_2}\times\frac{\varepsilon_1\Delta_1}{\varepsilon_1\Delta_1-\frac{z_1}{z_2}\varepsilon_1\Delta_2\tan\bar{k}_2l_2+\varepsilon_3\Delta_1\tan\bar{k}_2l_2}\right|$$

$$M_3=\left|\frac{u_3(l_3)}{u_0}\right|=|\cos k_3l_3|$$

则 $M=M_1\times M_2\times M_3$

由此可见，复合聚能器的振速放大系数等于三部分振速放大系数之积。

当 $z_负=0$，则 $\Delta_1=1$，$\Delta_2=\tan k_1l_1$

$$M=\left|\frac{P(l_2)}{P(0)}\times\frac{\cos k_3l_3}{\cos k_1l_1\cos\bar{k}_2l_2}\times\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1-\frac{z_1}{z_2}\varepsilon_1\tan k_1l_1\tan\bar{k}_2l_2+\varepsilon_3\tan\bar{k}_2l_2}\right| \tag{12}$$

相应地

$$M_1=\left|\frac{1}{\cos k_1l_1}\right|>1$$

$$M_2=\left|\frac{P(l_2)}{P(0)}\times\frac{1}{\cos\bar{k}_2l_2}\times\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1-\frac{z_1}{z_2}\varepsilon_1\tan k_1l_1\tan\bar{k}_2l_2+\varepsilon_3\tan\bar{k}_2l_2}\right|$$

$$M_3=|\cos k_3l_3|<1$$

从上述的表示式中可以看到，圆柱体在复合聚能器中不同位置有不同的放大系数，而且不等于1。

三、例　　证

上面给出了二端自由复合聚能器的频率方程，振速，应变，应力等一般表达式，为了说明其正确性，下面将从一般表达式中推得几种大家所熟悉的特例[1][2][3]来加以证实。

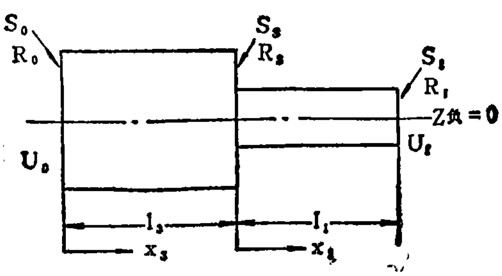

图 2 Z负=0 时阶梯形聚能器

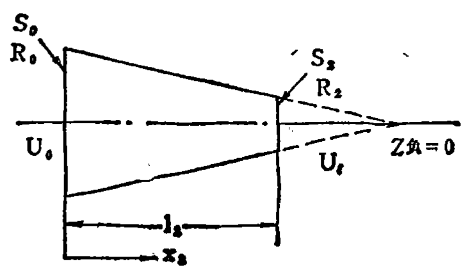

图 3 Z负=0时圆锥形聚能器

1. 阶梯形聚能器

当$l_2=0$，$z_负=0$时，二端自由的复合聚能器成为如图 2 所示的阶梯形聚能器。只要把 $l_2=0$，$z_负=0$ 代入(4b)式，即可求得阶梯形聚能器无负载时的频率方程，其频率方程为：

$$\tan k_3l_3=-\frac{z_1}{z_3}\tan k_1l_1 \tag{13}$$

若l_1, l_3二部分的材料相同，则

$$\frac{z_1}{z_3}=\frac{S_1}{S_3}=\frac{R_1^2}{R_3^2}=\frac{1}{N^2}, \quad k_1=k_3=k$$

式中令 $N=\frac{R_3}{R_1}>1$

此时的频率方程化为：

$$\tan kl_3=-\frac{1}{N^2}\tan kl_1 \tag{14}$$

同样可通过待定系数的一般表达式求出相对应的待定系数A_1，B_1，A_3，B_3。

$$A_1=-\frac{u_0 z_3}{j\omega z_1}\sin k_3 l_3 \quad B_1=\frac{u_0}{j\omega}\cos k_3 l_3 \quad A_3=0 \quad B_3=\frac{u_0}{\omega j}$$

把A_1, B_1，A_3，B_3表示式代入各点位移、振速、应变、应力等关系式，就能求出位移，振速，应变，应力的具体表达式。

振速放大系数

由(11)式和(13)式求得

$$M=\left|\frac{\cos k_3 l_3}{\cos k_1 l_1}\right|=\sqrt{1+\left[\left(\frac{z_3}{z_1}\right)^2-1\right]\sin^2 k_3 l_3} \tag{15}$$

若l_1，l_3二部分材料相同，则

$$M=\sqrt{1+(N^4-1)\sin^2 k_3 l_3} \tag{16}$$

阶梯聚能器的最大振速放大系数可以通过M对$(k_3 l_3)$求微商得到。当 $l_3=\frac{\lambda_3}{4}$ 时，阶梯聚能器的振速放大系数存在一个最大值，即

$$M_{\max}=\frac{z_3}{z_1}=\frac{\rho_3 C_3 S_3}{\rho_1 C_1 S_1} \tag{17}$$

从(17)式可以看到，要得到更大的振速放大系数，应当选取l_1材料的声阻抗比l_3材料的声阻抗小得多。

若l_1和l_3的材料相同，则

$$M_{\max}=\frac{S_3}{S_1}=\frac{R_3^2}{R_1^2}=N^2 \tag{18}$$

此时，l_1和l_3的长度相等，均等于$\lambda/4$。

由此可知，阶梯聚能器的振速放大系数将随大小端面积比的增加而增加，但在实际使用中，取$N\leqslant 5$[3]。节点位置在大小面交接处。

2．圆锥形聚能器 $S_2(x_2)=S_0(1-Dx_2)^2$

当$l_1=0$，$l_3=0$，$z_{负}=0$，l_2为圆锥形时，二端自由的复合聚能器成为如图3所示的圆锥形聚能器。把上述条件代入(4a)式，即可求得圆锥形聚能器无负载时的频率方程为：

$$\tan k_2 l_2=\frac{k_2 l_2}{1+\frac{(k_2 l_2)^2 N}{(1-N)^2}} \tag{19}$$

待定系数A_2，B_2为

$$A_2=-\frac{u_0R_0D}{j\omega k_2},\quad B_2=\frac{u_0R_0}{j\omega}$$

把 A_2,B_2 表示式代入(6)—(10)式，可以求得各点位移、振速、应变，纵向弹性力和应力的具体表达式。

振速放大系数

从(12)式可得

$$M=\left|N\left[\cos k_2l_2-\frac{D}{k_2}\sin k_2l_2\right]\right|$$

$$=\left|N\left[\cos k_2l_2-\frac{N-1}{Nk_2l_2}\sin k_2l_2\right]\right|<N \tag{20}$$

节点的位置

节点通常是固定超声换能器的最佳位置。此处的振速为零，这样可以避免能量损耗，所以，明确节点位置是很重要的。

令振速为零，便可求得

$$x_0=\frac{1}{k_2}\tan^{-1}\frac{k_2}{D} \tag{21}$$

当$N\to\infty(R_2\to0)$即成尖顶圆锥，如图 2 用虚线所示。

频率方程由(19)式得到：

$$\tan(k_2l_2)_\infty=(k_2l_2)_\infty \tag{22}$$

(22)式的根为$(k_2l_2)=4.493,7.725,\cdots\cdots$

从中可以看出，对于尖顶圆锥，其谐振长度不等于$\frac{\lambda_2}{2}$，而是大于$\frac{\lambda_2}{2}$。

从(20)式可知，圆锥形聚能器的振速放大系数小于 N，并将随大小端面积之比的增加而增大，但是 M 值不可能无限地随 N 增大，而是有一定的限度，当 $N\to\infty$时，由(19)(20)(22)式可得：

$$M_{max}=\sqrt{1+(k_2l_2)^2_\infty} \tag{23}$$

对于基频工作的圆锥形聚能器来说$M_{max}\simeq4.6$。虽然可以利用谐频来提高振速放大系数，但是，聚能器的长度要增加很多。

3．指数形聚能器 $S_2(x_2)=S_0e^{-2\beta x_2}$

当$l_1=0$，$l_3=0$，$z_{负}=0$，l_2 为指数形时，二端自由的复合聚能器成为如图 4 所示的指数形聚能器。把以上条件代入(4a)式，求得在没有负载时的频率方程是：

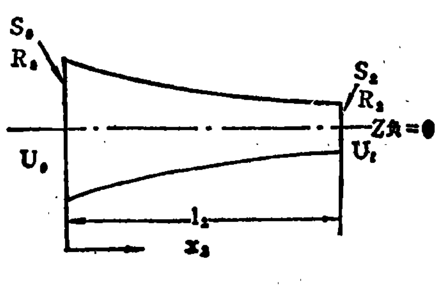

图 4 Z负=0 时指数形聚能器

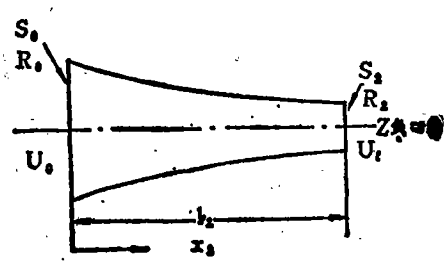

图 5 Z负=0 时悬链线形聚能器

$$\tan k_2' l_2 = 0$$

即 $k_2' l_2 = n\pi \quad (n=1,2,\cdots\cdots)$

$$l_2 = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{1}{k_2 l_2} \ln N\right)^2}} \times \frac{n}{2}\lambda_2 \tag{24}$$

当 $n=1$

$$l_2 = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{k_2 l_2} \ln N\right)^2}} \times \frac{\lambda_2}{2} \tag{25}$$

(25)式表示了基本频率的谐振长度。

式中：

$$k_2' = \sqrt{k_2^2 - \beta^2} = k_2\sqrt{1-\left(\frac{1}{k_2 l_2} \ln N\right)^2}$$

从中表明指数形聚能器内纵波声速大于等截面圆柱体内的纵波声速。

待定系数A_2, B_2为：

$$A_2 = -\frac{u_0 R_0 \beta}{j\omega k_2'} \qquad B_2 = \frac{u_0 R_0}{j\omega}$$

把 A_2, B_2 表示式代入(6)—(10)式，即可求得指数形聚能器各点的位移，振速，应变，纵向弹性力和应力的具体表达式。

振速放大系数

从(12)式可以求得：

$$M = N \tag{26}$$

节点的位置。

令振速为零，便可求得：

$$x_0 = \frac{1}{k_2'} \tan^{-1} \frac{k_2'}{\beta} \tag{27}$$

4. 悬链线形聚能器 $S_2(x_2) = S_2 \mathrm{ch}^2 T(l_2 - x_2)$

当$l_1=0$，$l_3=0$，$z_{负}=0$，l_2 为悬链线形时，二端自由的复合聚能器成为如图 5 所示的悬链线形聚能器。把以上条件代入(4a)式，求得悬链线形聚能器在没有负载时的频率方程是：

$$\tan k_2' l_2 = -\frac{T \mathrm{th} T l_2}{k_2'} = -\frac{1}{k_2 l_2 \sqrt{1-\left(\frac{1}{k_2 l_2} \mathrm{ch}^{-1} N\right)^2}} \sqrt{1-\frac{1}{N^2}} \; \mathrm{ch}^{-1} N \tag{28}$$

式中： $k_2' = \sqrt{k_2^2 - T^2} = k_2 \sqrt{1-\left(\frac{1}{k_2 l_2} \mathrm{ch}^{-1} N\right)^2}$

从中表明悬链线形聚能器内的纵波声速大于等截面圆柱体内的纵波声速。

待定系数A_2, B_2分别为：

$$A_2 = -\frac{u_0 R_0 T \mathrm{th} T l_2}{j\omega k_2'} \qquad B_2 = \frac{u_0 R_0}{j\omega}$$

把A_2, B_2表示式代入(6)—(10)式，即可求得悬链线形聚能器各点的位移，振速，应变，

纵向弹性力和应力的具体表达式。

振速放大系数。从(12)式可以求得：

$$M=\left| N\times\frac{1}{\cos k_2' l_2}\right|>N \tag{29}$$

节点的位置。 令振速为零，则

$$x_0=\frac{1}{k_2'}\tan^{-1}\frac{k_2' l_2}{\sqrt{1-\frac{1}{N^2}}\,\mathrm{ch}^{-1}N} \tag{30}$$

四、结 束 语

1．超声换能器是超声应用设备中的关键部件，而聚能器又是功率超声换能器的核心部分，所以，聚能器的设计，材料的选择和加工是十分重要的。它将直接影响到超声换能器的性能。在设计的过程中，换能器究竟采用何种设计方法，应按换能器实际使用时所承受的功率来确定。一般在中小功率下，采用半个波长的设计方法[4][5]。在大中功率下，可采用一个波长的设计方法(本文已作介绍)[6]。在大功率或特大功率的情况下，可采用多级聚能器[7]。

2．对于纵波声速大于圆柱体内纵波声速的聚能器来说，波数应是实数。例如指数形聚能器，只有$\frac{1}{k_2 l_2}lnN<1$时，指数形聚能器才能起到聚能的作用。如果$\frac{1}{k_2 l_2}lnN>1$，则$C_2'=\frac{C_2}{j\sqrt{\left(\frac{1}{k_2 l_2}lnN\right)^2-1}}$，从而表明，这种聚能器中的声速比圆柱体内的声速相位落后$\frac{\pi}{2}$。声波在这种聚能器内传播，因受到聚能器侧壁反射，已失去了聚集声能的作用，无实用价值。

3．本文给出了二端自由复合聚能器的频率方程的一般表达式和各点位移，振速，应变、应力等一般关系式。而常见的聚能器有：圆锥形，指数形，悬链线形和阶梯形，这四种聚能器的设计公式都能从一般式中推导出来。由于阶梯形聚能器具有大的振速放大系数和加工方便等特点，所以，在中小功率范围内，往往首先考虑采用这种聚能器。

参 考 文 献

[1] Л. Г, Меркуров; Л, В, Хаританов, “теория и расчет составных концентраторов”. Акуст..журн. 5. 1959. стр 183-190
[2] Л. Г. Меркулов. “Расьет ультразвукового концентратора” Акуст. журн. вып 3. 1957 стр.230-238.
[3] 岛川正宪(日)“超音波工学”第四章“纵向振动变幅杆的设计”日本工业调查会 1975。
[4] 凌鸿烈“1/4波长聚能器的理论分析与计算”(内部待发表)
[5] 凌鸿烈“1/4波长夹心式换能器的理论分析与计算”(内部待发表)
[6] 凌鸿烈“1/2波长夹心式换能器的理论分析与计算”(内部待发表)
[7] 凌鸿烈“联合聚能器的理论分析与计算”(内部待发表)