

四分之一波长超声聚能器设计 ——指数形和双曲函数形

陈桂生

(中国科学院东海研究所)

在超声加工应用中，超声换能器设计是相当重要的，这类超声换能器可由半波振子和半波聚能器组成，或者如本文所介绍的，可由四分之一波长振子和四分之一波长聚能器组成。显然，在同样工作频率下，后者具有总长度(半个波长)最小优点，从而换能器的体积、重量也最小，这就可能获得单位重量的换能器材料的高功率输出。本文介绍了指数形和双曲函数形四分之一波长聚能器的计算，给出了一系列表达式和相应的计算曲线，其中包括上述两种四分之一波长聚能器的频率方程，换能器轴向振速和应力分布以及换能器的前后振速之比。计算机辅助设计给出了所要设计的超声换能器的结构图以及各个设计参数的计算曲线。

在超声加工应用中，为了提高功效，要求在换能器的输出顶端具有特别高的振速或位移振幅，这类超声换能器在结构设计上必须满足这样条件：(一) 在交流激励电场作用下，高效产生超声振动。(二) 振动能量在换能器结构体内能畅流无阻传输。(三) 声波在体内传递过程中兼有对振速或位移的振幅放大作用。具备了这三条，换能器的输出端才能获得高的振速或位移幅度。此外，换能器应具有足够高的强度和最小的重量和体积。常见的换能器结构由半波振子和半波聚能器组成，这类超声换能器的设计，工艺和声学性能、功效都已成熟和肯定，有大量文章报导，因它的总长度只少一个波长，如一级放大还不够要求而需两级放大，则总长度为1.5个波长，比较笨重，换能器的功率重量比很低，并且在振子和聚能器之间以及第一、二两级聚能器的连接处，不管是胶粘还是用螺栓，总不免有能量损耗，是它的主要缺点。

本文介绍的超声换能器由四分之一波长振子和四分之一波长聚能器组成，不但在结构上克服了上述缺点，并且将可看到，它具有同样良好的声学性能和加工效果。关于四分之一波长振子的计算，作者在别的文章中详细讨论了，并在同一文章中还详细介绍了四分之一波长圆锥形聚能器的计算，这种四分之一波长圆锥形聚能器和半波圆锥形聚能器一样，虽然线型简单，加工方便，但是功效都比较低。这里所要介绍的是功效比较高的四分之一波长指数形

和双曲函数形聚能器的计算。

假定应力波沿着换能器的轴向传输，不考虑横向振动效应。在实际设计中，换能器的工作频率远低于换能器晶片的横向(径向)振动基频，忽略横向效应是符合实际情况的。

波动方程，

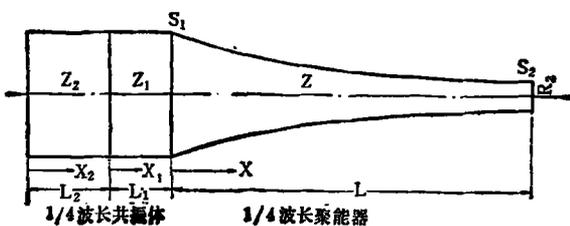


图1 超声换能器几何图

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{1}{S(X)} \frac{\partial S(X)}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial X} + K^2 V = 0 \quad (1)$$

式中 V 为振速， K 为波数 $2\pi/\lambda$ ， $S(X)$ 为轴上任意位置 X 点的横截面积。

(1) 指数形聚能器

$$S(X) = S_1 e^{-2\alpha X} \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{1}{L} \ln \frac{R_1}{R_2}$$

代入(1)式获通解公式：

$$\text{振速： } V(X) = e^{\alpha X} (A_1 \sin K'X + B_1 \cos K'X) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{应力： } F(X) = & - \frac{j\rho C S(X)}{K} [A_1 e^{\alpha X} (\alpha \sin K'X + K' \cos K'X) \\ & + B_1 e^{\alpha X} (\alpha \cos K'X - K' \sin K'X)] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{波数： } K' = \sqrt{K^2 - \alpha^2} = K \sqrt{1 - \left(\frac{1}{KL} \ln \frac{R_1}{R_2}\right)^2} \quad (5)$$

(2) 双曲函数形聚能器

$$S(X) = S_2 \text{Ch}^2 \beta(L - X); \quad \beta = \frac{1}{L} \text{Ch}^{-1} \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \frac{1}{L} \text{Ch}^{-1} \frac{R_1}{R_2} \quad (6)$$

代入(1)获通解公式：

$$V(X) = \frac{1}{\text{Ch}\beta(L - X)} (A_1 \sin K'X + B_1 \cos K'X) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} F(X) = & - \frac{j\rho c S(X)}{K} \left\{ A_1 \left[\frac{\beta \text{Sh}\beta(L - X)}{\text{Ch}^2 \beta(L - X)} \sin K'X + \frac{K'}{\text{Ch}\beta(L - X)} \cos K'X \right] \right. \\ & \left. + B_1 \left[\frac{\beta \text{Sh}\beta(L - X)}{\text{Ch}^2 \beta(L - X)} \cos K'X - \frac{K'}{\text{Ch}\beta(L - X)} \sin K'X \right] \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

$$K' = \sqrt{K^2 - \beta^2} = K \sqrt{1 - \left(\frac{1}{KL} \text{Ch}^{-1} \frac{R_1}{R_2}\right)^2} \quad (9)$$

式中 ρC 为聚能器材料声阻抗率， S_1, R_1 及 S_2, R_2 分别为聚能器输入及输出端截面的面积、半径， L 为聚能器长度， $F(X)$ 为截面 $S(X)$ 上的应力波伸张或压缩力。

边界条件：

$$V(0) = 0 \quad (10)$$

$$V(L) = V_F \quad (11)$$

$$F(L) = -ZeV_F \quad (12)$$

$$F(0) = F_1(L_1) \quad (13)$$

四分之一波长聚能器的输入端振速振幅为零，即 $V(0) = 0$ ，所以对四分之一波长聚能器不给出振幅放大系数，更重要的应该求整个超声换能器的前后振速之比。式中 Ze 是聚能器输出端的阻抗，它与被加工件的材料、尺寸等因素有关。

由上述四个边界条件，可确定通解公式中的两个待定系数，继而获得聚能器的振速分布和应力分布方程；此外，可得到聚能器的频率方程和超声换能器的前后振速之比。其结果如

下:

(3) 指数形聚能器

频率方程:

$$\text{ctg}K'L = \frac{K}{K'} \frac{Ze}{j\rho CS_2} - \frac{a}{K'} \quad (14)$$

1. 聚能器输出端为空气介质并不带工具, 即 $Ze=0$, 频率方程可简化为:

$$\text{ctg}K'L = -\frac{a}{K'} \quad (15)$$

2. 聚能器的输出端带有一个小圆柱体工具, 则式中:

$$Ze = j\rho_i C_i S_i \text{tg}K_i t = j\omega m_i \quad (16)$$

式中 m_i 为小工具的等效质量, t 为其长度, $\rho_i C_i S_i$ 为工具材料的特性声阻抗。这时频率方程变为:

$$\text{ctg}K'L = A \frac{K}{K'} - \frac{a}{K'} \quad (17)$$

式中: $A = \frac{\omega m_i}{\rho CS_2}$

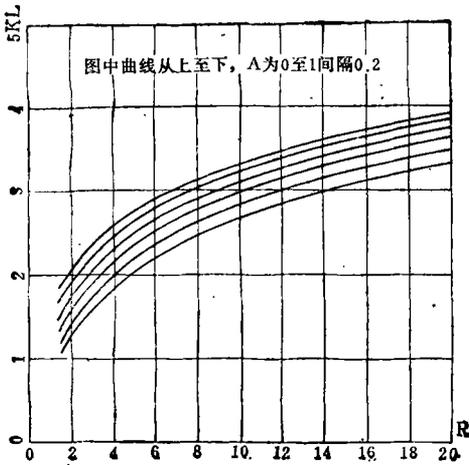


图2 谐振情况下, 指数形聚能器 KL 和 $R(R_1/R_2)$ 关系

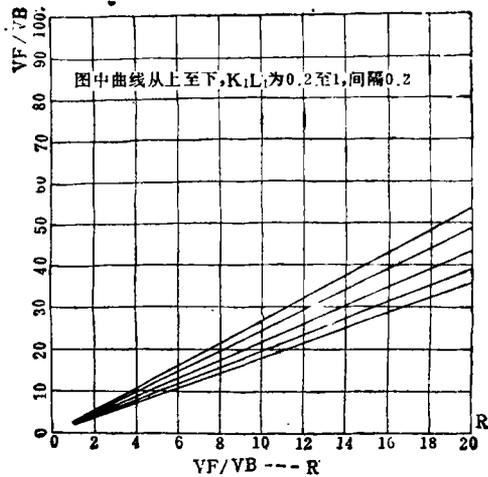


图3 超声换能器(带四分之一波长指数聚能器)的 V_F/V_B 和 $R(R_1/R_2)$ 关系

图中 $A=0$ 这条曲线即是聚能器不带工具情况。

振速分布: $V(X) = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{\frac{X}{L}-1} \frac{V_F}{\sin K'L} \sin K'X \quad (18)$

应力分布:

$$\frac{T(X)}{j\rho CV_F} = -\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{\frac{X}{L}-1} \left(\frac{a}{K'} \sin K'X + \cos K'X\right) \quad (19)$$

上述(18), (19)两式分别是 $Ze=0$ 时, 指数聚能器在谐振情况下的振速分布和应力分布函数。

欲求换能器的前后振速之比, 需运用边界条件(13), 在(13)式中, $F_1(L_1)$ 是与聚能器输入端相连接的四分之一波长振子端面上的伸张或压缩力, 我们利用参考文章(1)给出的结果, 通过不很复杂的运算, 即可得到换能器的前后振速之比。

$$\text{超声换能器的前后振速之比: } \frac{V_F}{V_B} = -\frac{Z_1}{Z} \frac{\cos K_2 L_2}{\sin K_1 L_1} \frac{R_1}{R_2} \quad (20)$$

式中 V_F 和 V_B 分别为换能器的输出端和尾端振速。 $Z = \rho C Z_1$ 。四分之一波长振子的后盖板与晶体材料的长度参数 $K_2 L_2$ 与 $K_1 L_1$ 关系应满足谐振条件:

$$\text{tg} K_1 L_1 \cdot \text{tg} K_2 L_2 = \frac{Z_1}{Z_2} \quad (21)$$

式中 Z_1 和 Z_2 分别为晶片和后盖板的特性声阻抗。可见, V_F/V_B 与 R_1/R_2 成线性关系, 其斜率与聚能器材料的声阻抗率和振子的设计参数有关。如果聚能器材料采用硬铝, 振子尾质量采用软钢, 压电陶瓷采用PZT-8, 由(20)式可计算画出以 $K_1 L_1$ 为参变量的 $V_F/V_B - R_1/R_2$ 曲线, 如上图3。

(4) 双曲函数形聚能器

$$\text{频率方程: } \text{ctg} K' L = \frac{Ze}{j\rho C S_2} \frac{K}{K'} \quad (22)$$

1. 聚能器输出端为空气并不带工具, $Ze=0$, 频率方程简化为:

$$K' L = \pi/2 \quad (23)$$

2. 聚能器输出顶端带有一个小圆柱工具。频率方程变为:

$$\text{ctg} K' L = A \cdot \frac{K}{K'} \quad A = \frac{\omega m_i}{\rho C S_2} \quad (24)$$

式中 A 为工具参数, m_i 为工具等效质量, $\omega = 2\pi f$ 。

当工具参数 $A=0.3$, $R_1/R_2 \geq 14$; $A=0.4$, $R_1/R_2 \geq 6$ 时, 方程(24)无解。其物理意义是: 这时聚能器外形曲率变化大, 应力波在其侧壁产生反射。

下面给出不带工具的双曲函数聚能器($Ze=0$), 在谐振情况下的振速分布和应力分布。

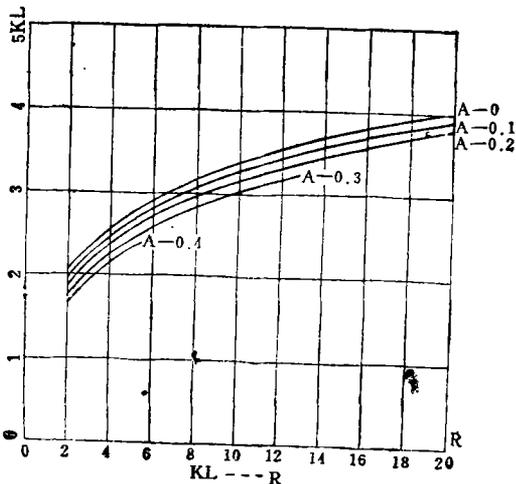


图4 谐振情况下, 双曲线形聚能器 KL 和 $R(R_1/R_2)$ 关系

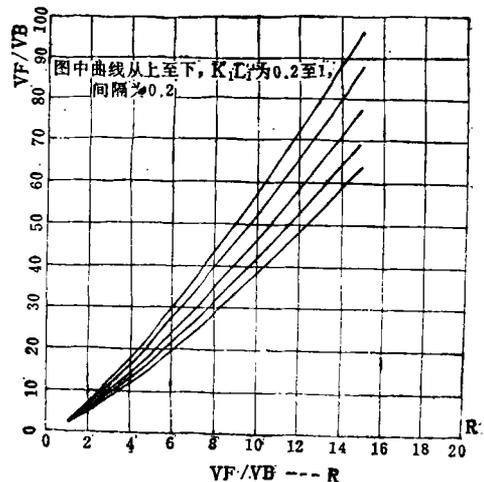


图5 超声换能器(带四分之一波长双曲线形聚能器)的 V_F/V_B 和 $R(R_1/R_2)$ 关系

$$\text{振速分布: } V(X) = \frac{V_F}{Ch\beta(L-X)} \sin K'X \quad (25)$$

应力分布:

$$\begin{aligned} \frac{T(X)}{j\rho CV_F} = & - \left(\frac{Ch^{-1} \frac{R_1}{R_2}}{KL} \frac{Sh\beta(L-X)}{Ch^2\beta(L-X)} \sin K'X \right. \\ & \left. + \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{KL} Ch^{-1} \frac{R_1}{R_2} \right)^2}}{Ch\beta(L-X)} \cos K'X \right) \end{aligned} \quad (26)$$

换能器的前后振速比

$$\frac{V_F}{V_B} = - \frac{Z_1}{Z} \frac{R_1}{R_2} \frac{\cos K_2 L_2}{\sin K_1 L_1} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{KL} Ch^{-1} \frac{R_1}{R_2} \right)^2}} \quad (27)$$

图5所示的 $V_F/V_B - R_1/R_2$ 曲线族,是由(27)式,以 $K_1 L_1$ 为参变量计算获得。所使用的聚能器材料以及振子各部材料均同图3情况。比较图3、图5可知,采用四分之一波长双曲函数形聚能器,在同样设计条件下能使超声换能器获得比较高的前后振速之比。

这类超声换能器的计算,我们已建立了计算机辅助设计软件系列。各设计程序均具“人机对话”功能,把所需设计条件如工作频率 f ,各部分材料声阻抗 Z_2, Z_1, Z 以及 R_1/R_2 等,一一按计算机发出的询问令逐次输入后,计算机在执行令下即自行运算,计算结果包括所设计的换能器结构图,以及相对应的换能器轴向振速分布,应力分布等可通过显示、打印、绘图任选给出。此外,程序还能帮助你权衡、折衷各设计参数之间关系,以获得最佳设计;这类超声换能器在大功率驱动下,因其机械 Q 值高,可能会断裂,程序兼有“断裂预警”功能,能正确的给出可能发生断裂的部位。

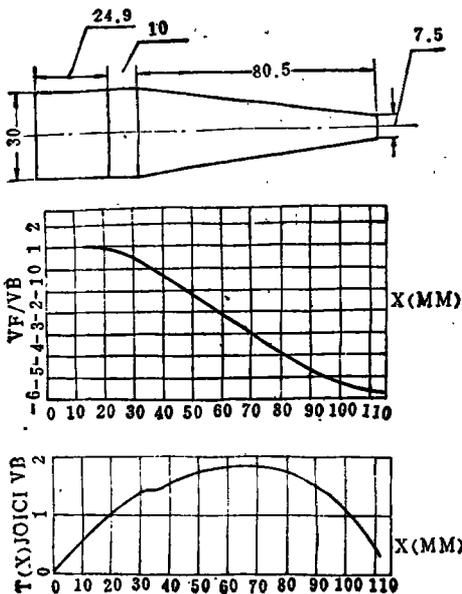


图6 带有四分之一波长圆锥形聚能器的超声换能器设计实例(从上至下:超声换能器的结构图,振速和应力的轴向分布)

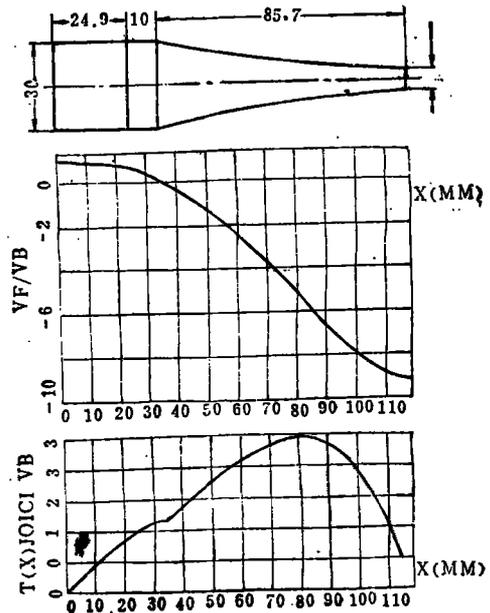


图7 带有四分之一波长指数形聚能器的超声换能器设计实例(从上至下:超声换能器的结构图,振速和应力的轴向分布)

图(6)、(7)、(8)都是由计算机绘图仪给出的几个超声换能器设计实例,它们分别是由四分之一波长圆锥形、指数形、双曲函数形聚能器组成的超声换能器,每个图中自上而下是换能器的设计结构图,对应各点的振幅分布和应力分布。它们的设计条件均相同,工作频率 $f=25\text{KHz}$,聚能器材料是硬铝, ($\rho C=13.9 \times 10^6$ 千克/米²·秒), 振子后盖板为软钢($\rho_2 C_2=39 \times 10^6$ 千克/米²·秒), 晶体材料是PZT-8(考虑到胶合叠层影响, 声速折取2950米/秒), 输入与输出截面半径之比 $R=R_1/R_2=4$ 。

照此设计,做了一些试样换能器,实测谐振频率为:25.1KHz左右,与设计频率仅差100Hz左右,并且取得了良好的声学效果。

结论:由四分之一波长振子和四分之一波长聚能器组成的超声换能器可获得很高的前后振速之比,并且聚能器材料的声阻抗率愈小,振子后盖板的声阻抗率愈大,在同样的 R_1/R_2 之比条件下,可获得愈高的前后振速之比。并且,三种形状函数的聚能器相比较,以双曲函数形最佳,其次是指数形、圆锥形聚能器的功效较差。但须注意,双曲函数形聚能器的应力分布曲线最高,可能发生断裂的机会也大。

参 考 文 献

- [1] 陈柱生、朱革非,“四分之一波长聚能器设计——圆锥形部分”,《声学技术》1983.4
- [2] 陈柱生、朱革非、张宏彬,“大振幅超声换能器设计”——《声学技术》1983.1
- [3] U. S. Patent No. 3, 368, 085, 1968
- [4] 周静华、林仲茂,“若干组合式超声聚能器计算和测量”,《声学学报》,1965,第二卷第三期。

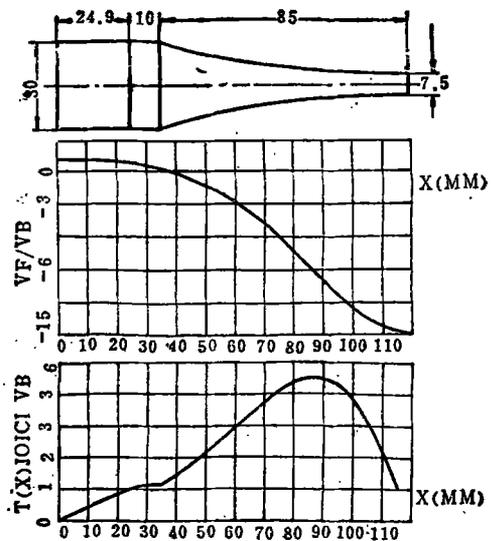


图8 带有四分之一波长双曲线形聚能器的超声换能器试设计实例(从上至下:超声换能器的结构图,振速和应力的轴向分布)

电子睡眠定时电风扇

睡眠电风扇是最近国际上出现的一种新颖风扇。它不仅具有一般电扇连续吹风的功能,还能产生阵风。本风扇输出的阵风风量随时间而逐渐减少,因而适合于睡眠时使用,既有助于身体散热又可防止着凉感冒。

本装置在设计上有独到之处,其性能优于同类日本产品。

1. 阵风定时时间有六档:15分,30分,1小时30分,2小时,4小时。

2. 阵风间歇时间:吹45秒,停8秒;在预定的时间内逐渐变化到吹8.5秒,停45秒。

3. 造价低,耗电省,改装方便。普通电扇只需要配上睡眠风控制装置,即可构成睡眠定时电风扇。控制装置耗电不超过1瓦。

本产品由中科院东海站三室研制