

固体光声检测的两维理论

钱梦霖

(同济大学声学研究所)

本文给出了四层媒质理论模型中有两层具有光吸收特性时,各层媒质中两维交变温度场的严格解,並由此导出目前光声检测中常用的传声器检测,光热光偏转检测,热透镜、光热光位移检测、光声压电和热释电检测中光声信号的理论表达式,使固体光学检测理论更系统化和实用化。

随着光声检测技术应用的日益广泛和深入,相应的检测技术和理论日趋完善。目前已发表有传声器检测理论^[1]、光热光偏转检测理论^[2]、热透镜^[3]、光热光位移检测理论^[4]、压电^[5]和热释电检测理论^[6]等。然而,光声检测实质上是量热与光谱技术相结合的一种新的检测技术,因此,各种光声检测理论都以求解媒质中交变温度场为基础。目前所发表的检测理论,一般都是假设只有一层媒质吸收,而且大部分也都是一维的,两维理论也仅局限于三层媒质。因此,这些理论不太适用于一些弱吸收的薄试样,尤其像有背衬的薄膜材料的光声检测。为此,本文将严格地导出四层媒质理论模型中有两层媒质具有光吸收特性时,各层媒质中两维的交变温度场,並由此给出各光声检测技术中光学信号的一般表达式,使光声检测理论更系统和普遍化。

一、两维交变温度场

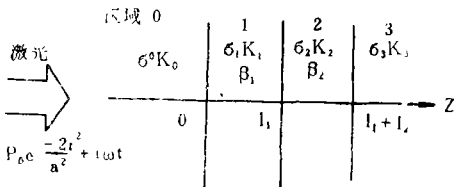


图1 四层媒质的理论模型

* 本工作得到国家自然科学基金的资助

四层媒质的理论模型为图1所示。由于实际媒质的径向尺寸一般都远大于入射泵光束直径及媒质的热扩散长度 $\mu_j = (2\alpha_j/\omega)^{1/2}$, 其中 α_j 及 ω 分别为媒质 j 的热扩散率及泵光束调制频率,所以,它们在径向是无限的。区域0和3的媒质不吸收光,並因它们的厚度远大于各自的 μ_j ,而认为在 Z 方向上是半无限。区域1和2对入射光的吸收系数分别为 β_1 和 β_2 。这样,当一光功率 P_0 以角频率 ω 作方波调制的高斯光束沿 Z 轴入射媒质时,媒质1和2因吸收光能而在体内形成一热功率密度为 $S_j(r, z, t)$ 的热源:

$$S_1(r, z, t) = \frac{2P_0\beta_1}{\pi^2 a_b^2} e^{-\beta_1 z} e^{-\frac{2r^2}{ab^2}} \cdot e^{i\omega t}$$

$$S_2(r, z, t) = \frac{2P_0\beta_2 e^{-\beta_1 l_1}}{\pi^2 a_b^2} e^{-\beta_2(z-l_1)} \cdot e^{-\frac{2r^2}{a^2}} e^{i\omega t}$$

其中 a_b 是高斯光束强度为 e^{-2} 倍处的半径。

若各区域内媒质的热导率、密度及比热分别为 $k_j = \rho_j c_j \alpha_j$, ρ_j 及 C_j ($j = 0, 1, 2, 3$), 则媒质中的交变温度 $T_j(r, z, t)$ 满足下列热传导方程及相应的边界条件:

$$\begin{aligned} \nabla^2 T_j - \frac{1}{\alpha_j} \frac{\partial T_j}{\partial t} &= 0 \quad (j=0, 3) & K_0 \frac{\partial T_0}{\partial z} &= K_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} \Big|_{z=0}, \\ \nabla^2 T_j - \frac{1}{\alpha_j} \frac{\partial T_j}{\partial t} &= -\frac{1}{K_j} S_j \quad (j=1, 2) & K_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} &= K_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=l_1}, \\ & & K_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} &= K_3 \frac{\partial T_3}{\partial z} \Big|_{z=l_1+l_2} \end{aligned} \quad (1)$$

$$T_0(r, 0, t) = T_1(r, 0, t)$$

$$T_1(r_1, l_1, t) = T^2(r_1, l_1, t), \quad T_2(r_1, l_1 + l_2, t) = T_3(r_1, l_1 + l_2, t) \quad (2)$$

由式(1)和式(2), 求出各区域内交变温度 $T_j(r, z, t)$:

$$T_0(r, z, t) = \frac{e^{i\omega t}}{2} \int_0^\infty E(\delta) e^{\delta_0 z} J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (3a)$$

$$T_1(r, z, t) = \frac{e^{i\omega t}}{2} \int_0^\infty [r(\delta) e^{-\beta_1 z} + A(\delta) e^{-\delta_1 z} + B_1(\delta) e^{\delta_1 z}] J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (3b)$$

$$T_2(r, z, t) = \frac{e^{i\omega t}}{2} \int_0^\infty [\eta(\delta) e^{-\beta_2(z-l_1)} + C(\delta) e^{-\delta_2(z-l_1)} + D(\delta) e^{-\delta_2(z-l_1)}] J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (3a)$$

$$T_3(r, z, t) = \frac{e^{i\omega t}}{2} \int_0^\infty F(\delta) e^{-\delta_3(z-l_1-l_2)} J_0(\delta r) \delta d\delta \quad (3d)$$

式中: $\delta^2 = \delta_j^2 - (i\omega/\alpha_j)$ ($j=0, 1, 2, 3$).

$$r(\delta) = \beta_1 P_0 e^{-(a^2 \delta^2 / 8)} / \pi^2 k_1 (\delta_1^2 - \beta_1^2),$$

$$\eta(\delta) = \beta_2 P_0 e^{-\beta_1 l_1} e^{-(a^2 \delta^2 / 8)} / \pi^2 k_2 (\delta_2^2 - \beta_2^2)$$

$$\begin{aligned} A(\delta) &= [-r(\delta) \{ (g+r_1) e^{-\delta_1 l_1} [(b_1-1)(b_2-1) e^{\delta_2 l_2} + (b_1+1)(b_2+1) e^{\delta_2 l_2}] + (1-g) e^{-\beta_1 l_1} \\ &\quad [(b_1+r_1)(b_2-1) e^{-\delta_2 l_2} + (b_1-r_1)(b_2+1) e^{\delta_2 l_2}] + \eta(\delta) b_1 (1-g) \{ (1+r_2)(b^2-1) \\ &\quad e^{-\delta_2 l_2} + (1-r_2)(b_2+1) e^{\delta_2 l_2} + 2(r_2-b_2) e^{-\beta_2 l_2} \}] / H(\delta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B(\delta) &= [r(\delta) \{ (g+r_1) e^{-\delta_1 l_1} [(b_1+1)(b_2-1) e^{-\delta_2 l_2} + (b_1-1)(b_2+1) e^{\delta_2 l_2}] - (1+g) \\ &\quad e^{-\beta_1 l_1} [(b_1+r_1)(b_2-1) e^{-\delta_2 l_2} + (b_1-r_1)(b_2+1) e^{\delta_2 l_2}] + \eta(\delta) b_1 (1-g) \{ (1+r_2) \\ &\quad (b_2-1) e^{-\delta_2 l_2} + (1-r_2)(b_2+1) e^{\delta_2 l_2} + 2(r_2-b_2) e^{-\beta_2 l_2} \}] / H(\delta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(\delta) &= [\eta(\delta) \{ -(b_2+1) e^{\delta_2 l_2} [(1-g)(b_1 r_2 - 1) e^{-\delta_1 l_1} + (1+g)(b_1 r_2 + 1) e^{\delta_1 l_1}] + (r_2 - b_2) \\ &\quad e^{-\beta_2 l_2} [(1-g)(b_1+1) e^{-\delta_1 l_1} + (1+g)(b_1-1) e^{\delta_1 l_1}] - r(\delta) (b_2+1) e^{\delta_2 l_2} \\ &\quad \{ e^{-\beta_1 l_1} (1-g)(1-r_1) e^{-\delta_1 l_1} - (1+g)(1+r_1) e^{\delta_1 l_1} \} + 2(r_1+g) \}] / H(\delta) \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(\delta) &= [\eta(\delta) \{ (b_1-1) e^{-\delta_2 l_2} [(1-g)(b_2 r_2 - 1) e^{-\delta_1 l_1} + (1+g)(b_2 r_2 + 1) e^{\delta_1 l_1}] + (r_2 - b_2) \\ &\quad e^{-\beta_2 l_2} [(1-g)(b_1-1) e^{-\delta_1 l_1} + (1+g)(b_1+1) e^{\delta_1 l_1}] + r(\delta) (b_2-1) e^{\delta_2 l_2} \\ &\quad \{ e^{-\beta_1 l_1} [1-g)(1-r_1) e^{-\delta_1 l_1} - (1+g)(1+r_1) e^{\delta_1 l_1}] + 2(r_1+g) \}] / H(\delta) \end{aligned}$$

$$E(\delta) = A(\delta) + B(\delta) + r(\delta)$$

$$F(\delta) = C(\delta)e^{-\beta_2 l_2} + D(\delta)e^{\beta_2 l_2} + \eta(\delta)e^{-\beta_2 l_2}$$

$$H(\delta) = (1+g)e^{\beta_1 l_1}[(b_1-1)(b_2-1)e^{-\beta_2 l_2} + (b_1+1)(b_2+1)e^{\beta_2 l_2}] + (1-g)e^{-\beta_1 l_1}[(b_1+1)(b_2-1)e^{-\beta_2 l_2} + (b_1-1)(b_2+1)e^{\beta_2 l_2}]$$

而 $g = k_0 \sigma_0 / k_1 \sigma_1$, $b_1 = k_2 \sigma_2 / k_1 \sigma_1$, $b_2 = k_3 \sigma_3 / k_2 \sigma_2$, $r_1 = \beta_1 / \sigma_1$, $r_2 = \beta_2 / \sigma_2$ 。

式(3)和式(4)给出了两个区域内两维交变温度场。若令 β_1 (或 β_2) 为零。就简化为只有一层媒质吸收光能时的交变温度。若令 $l_2 = 0$, $\beta_2 = 0$, $b_2 = 1$, 就立即得到三层媒质中的两维交变温度^[2]。

若将两维的交变温度沿 r 方向取平均, 就简化为沿 z 方向分布的一维交变温度。^[2]

$$\bar{T}_1(z, t) = 2\pi \int_0^\infty T_1(r, z, t) r dr \quad (5)$$

由富里叶—贝塞尔变换:

$$\int_0^\infty \delta d\delta \int_0^\infty R(\delta) J_0(\delta r) r dr = R(0) \quad (6)$$

$\bar{T}_1(z, t)$ 为 $T_1(r, z, t)$ 中被积函数取 $\delta = 0$ 时值的 2π 倍。例如,

$$\bar{T}_1(z, t) = \pi e^{i\omega t} [r(0) e^{-\beta z} + A(0) e^{-\beta_1' z} + \beta(0) e^{\beta_1' z}] \quad (5a)$$

其中: $\beta_1'^2 = \beta_1^2$, $\beta(0) = (i\omega / \alpha_1)$

$$\bar{T}_2(z, S) = \frac{\beta_1 P_0}{(\pi k_1 (q_1^2 - \beta_1^2))} \times \frac{[(b_2+1)e^{-q_2(z-l_1-l_2)} - (b_2-1)e^{q_2(z-l_1-l_2)}]}{(g+1)(b_1+1)(b_2+1)e^{(q_1 l_1 + q_2 l_2)}} \frac{\{e^{-\beta_1 l_1} [(1+g)(r_2+1)e^{q_1 l_1} + (1-g)(r_2-1)e^{-q_1 l_1}] - 2(r_1+g)\}}{[1 + r_1 r_2 e^{-2q_2 l_2 - r_1 r_3} e^{-2q_1 l_1 - 2q_2 l_2 - r_2 r_3} e^{-2q_1 l_1}]} \quad (8)$$

式中: $q_z \rightarrow (s/\alpha_1)^{1/2}$, $r_1 = \frac{b_2-1}{b_2+1}$, $r_2 = \frac{b_1-1}{b_1+1}$, $r_3 = \frac{g-1}{g+1}$ 。

若试样是强吸收, $e^{-\beta_1 l_1} \approx 0$, $\beta_1 \gg |q_1|$, $|r_1| \gg g$, 则式(8)简化为:

$$\bar{T}_2(z, s) = \frac{2P_0}{\rho_1 c_1 \alpha_1 q_1} \frac{[(b_2+1)e^{-q_2(z-l_1)-q_1 l_1} - (b_2-1)e^{q_2(z-l_1)-q_1 l_1}]}{(1+g)(b_1+1)(b_2+1)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \xi^n \quad (8a)$$

式中: $\xi = r_1 r_2 e^{-2q_2 l_2 - r_1 r_3} e^{-2q_1 l_1 - 2q_2 l_2 - r_2 r_3} e^{-2q_1 l_1}$ 。

这样, 由(8a)式再作拉氏反变换, 就可得到文献^[6]给出的一些瞬态温度场。

同样, 若将 $T_1(r, z, t)$ 沿 z 方向作平均, 就可得到沿 r 方向分布的一维交变温度 $\bar{T}_1(r, t)$:

$$\bar{T}_1(r, t) = \int_{e_1} T_1(r, z, t) dz \quad (7)$$

若入射试样的泵光束是脉冲光束, 各层媒质中激发的瞬态温度场可以用变量 S 来置换式(3)中的 $i\omega$, 并用公式:

$$T_1(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} T_1(S) e^{st} dS$$

作拉氏反变换来得到。

由于这时所得的解是积分表达式, 而被积函数一般又有许多极点, 因此, 这解往往复杂得难以实际应用。但在某些场合, 仍可方便地得到瞬态温度场。例如, 对于 $\beta_2 = 0$ 的一维场合, 在区域2中的瞬态温度的拉氏变换 $\bar{T}_2(z, S)$ 可由 $\bar{T}_2(z, t)$ 直接得到:

这样, 我们已经获得了四层媒质中更普遍的两维交变温度的严格解, 並由此可直接得出目前各声学检测理论中所采用的交变或瞬态温度。再利用各物理量与交变温度之间

的关系，就可以导出各种光声检测技术中光声信号的理论表达式。

四、传声器检测理论

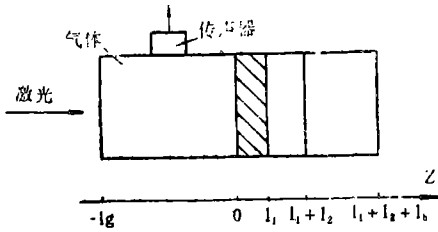


图2 传声器检测理论模型

在四层媒质模型中，区域0(或区域3)若是气体的话，区域1或2的媒质因吸收调制光能所产生的部分热能将通过热传导而到达区域0的气体中，形成一热功率密度为 $S_0(r, z, t)$ 的热源^[7]：

$$S_0(r, z, t) = \rho_0 C_0 \frac{\partial_0 T_0(r, z, t)}{\partial t} \quad (9)$$

这热源的作用就如一个声源，将在气体内激发声波，用传声器就可以直接检测出这间接的光声信号 $p(t)$ ：

若区域0内体积为 \bar{V} ，声速为 v ，比热比为 γ 的气体可近似为理想气体，光声信号 $p(t)$ 满足下述波动方程：

$$\nabla^2 p - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = - \frac{(\gamma - 1)}{v^2} \frac{\partial S_0}{\partial t} \quad (10)$$

满足式(10)的 $p(t)$ 的付氏变换 $p(\omega, \vec{r})$ 为：

$$p(\omega, \vec{r}) = \sum_j \vec{p}_j(\omega) p_j(\vec{r}) \quad (11)$$

其中经阻尼修正的解 $p_j(\omega)$ 为：

$$p_j(\omega) = \frac{(\gamma - 1) P_0 C_0 \omega^2}{\omega_j^2 \nabla \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 - \frac{i\omega}{\omega_j Q_j} \right]} \cdot \int_V \vec{p}_j^*(\vec{r}) T_0(r, \omega) dV \quad (11a)$$

式中： $p_j(\vec{r})$ 、 ω_j 和 Q_j 分别是腔体 \bar{V} 的第 j 阶简正模式、简正角频率和声 Q 值。 $\vec{p}_j^*(\vec{r})$ 是 $p_j(\vec{r})$ 的共轭。

将式(3a)代入式(11a)，就可得出传声器检测理论的一般表达式。若泵光束强度以角频率 ω 调制，当 $\omega = \omega_j$ 时，由式(11a)可得到谐振式光声腔的光声信号：

$$p_j(\omega) = \frac{i(\gamma - 1) \rho_0 C_0 Q_j}{\bar{V}} \cdot \int_V \vec{p}_j^*(r_1 z) T_0(r, z, \omega) dV \quad (11b)$$

若 ω 低于腔体最低阶简正频率 ω_j 时，由(11a)即可得到非谐振式光声腔内的光声信号：

$$p_0(\omega) = \frac{-(\gamma - 1) \rho_0 C_0}{\bar{V}} \cdot \frac{\int_V T_0(r, z, \omega) dV}{\left(1 + \frac{i}{\omega \tau_0} \right)} \quad (11.c)$$

式中： τ_0 为热时间常数，反映腔体壁面热传导对光声信号的影响。当 $f \geq 20\text{Hz}$ ，腔体半径 $R \geq 2.5\text{mm}$ 时， $\omega \tau_0 \geq 1$ 。

若将三层媒质模型的一维温度解 $\bar{T}_0(z, t)$ 代入式(11.c)，即可得出著名的R-G理论给出的结果^[1]。

三、光热光偏转检测理论

媒质的折射率 n 是温度的函数。因此，媒质吸收光能而形成的交变温度场将使媒质的折射率发生交变起伏。如果用另一束小功率的高斯激光为检测光束，让它通过该折射率有变化的不均匀区域，检测光束将发生偏转，其偏转角 φ_j 为：

$$\varphi_j = \frac{1}{n_1} \int_{l_1} \nabla_{\perp} n_j(r, z, t) ds \quad (j=0, 1, 2, 3) \quad (12)$$

式中： ∇_{\perp} 为垂直于光传播路径 l_1 方向上的梯

度。

通常, 折射率 n_1 可认为只是温度的函数, 则:

$$\nabla_{\perp} n(r, z, t) = \frac{\partial n_1}{\partial T} \nabla_{\perp} T_1(r, z, t)$$

利用式(3), 就可以立即得出光热光偏转检测理论的信号表达式:

$$\varphi_1 = \frac{1}{n_1} \frac{\partial n_1}{\partial T} \int_{l_1} \nabla_{\perp} T_1(r, z, t) ds \quad (12a)$$

这样, 通过对 φ_1 的检测, 就可确定材料的光学、热学性质。

φ_1 的检测, 通常有两种方式。当检测光

$$\varphi_{11} = - \frac{e^{i\omega t}}{2n_1} \frac{\partial n_1}{\partial T} \int_0^{l'_1} dz \int_0^{\infty} \left[r(\delta) e^{-\beta_1 z} + A(\delta) e^{-\sigma_1 z} + B(\delta) e^{\sigma_1 z} \right] J_1(\delta r) \delta^2 d\delta \quad (12b)$$

在横向检测中, 检测光束是在一层媒质(例如区域0)内掠过试样表面(在区域1)而行进。若它的光线轨迹为:

$$\varphi_{10} = \frac{e^{i\omega t}}{2n_0} \frac{\partial n_0}{\partial T} \int_{-\infty}^{-z_0 \operatorname{tg} \varphi} dx \int_0^{\infty} E(\delta) e^{\sigma_0 (x \operatorname{tg} \varphi + z_0)} J_0(\delta \sqrt{x^2 + y_0^2}) \cdot \sigma_0 \delta d\delta \quad (12c)$$

这样, 我们已把文献[2]的三层媒质的结论推广到四层媒质中两层媒质有光吸收的更普遍场合。

四、热透镜检测理论

当一束强度为高斯分布的泵光束照射媒质时, 媒质因径向加热不均匀而形成折射率的径向梯度分布, 因而产生了类似光学透镜的效应。当与泵光束同轴的检测光束入射该有折射率梯度区域, 光束将发生发散或散射的光学效应。若在远场置一光电检测器来检测光束的光强变化, 就可以确定媒质的某些物理特性, 这就是热透镜检测。

目前热透镜理论主要有抛物线折射率径

束与泵光束几乎平行入射媒质时, 同轴检测; 当光束垂直入射时称为横向检测。(图3)。

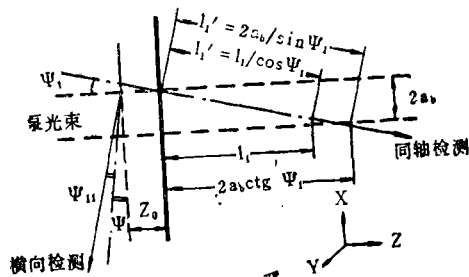


图3 光热光偏转检测的两种方式

同轴检测中, 试样对检测光应是透明的。若两光束在试样内的相交长度为 l'_1 , 试样又置于区域1, 这时:

$$y = y_0, \quad z = x \operatorname{tg} \varphi + z_0$$

这时在区域0内检测的光束偏转角 φ_{10} 为:

向分布理论和像差理论^[3]两种。实际上, 热透镜检测也是光热光偏转检测中同轴检测的一个特例。只要计算半径为 a_1 的检测光束, 经过加热及未加热的媒质(其折射率为 n)时, 在远场的光束半径 a_2 及 a_{20} , 就可以立即获得相应的热透镜信号 $S(t)$ 。

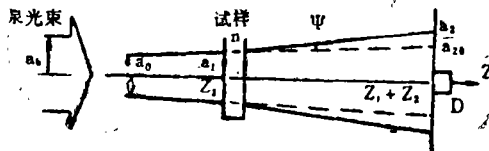


图4 光热光偏转理解计算热透镜信号

对于一高斯光束, 它的半径与传播距离 Z , 检测器D上光强 $I_d(t)$ 、光功率 P_d 之间有以下关系:

$$a_1^2 = a_0^2 \left[1 + \frac{z_1^2}{z_c^2} \right], \quad a_{20}^2 = a_0^2 \left[1 + \frac{(z+z_1)^2}{z_c^2} \right], \quad I_d(0) = \frac{2P_d}{\pi a_{20}^2} \quad (13)$$

其中 $Z_c = \pi a_0^2 / \lambda$ 为检测光束的共焦参量。

当泵光束在 $t > 0$ 时入射试样，光束出射试样时有一附加的偏转角 φ ，且：

$$\varphi = n\varphi_{11} \quad (14)$$

因此，在检测器D上光束半径变为 a_2 ：

$$a_2 \approx a_{20} + n\varphi_{11}z_2 \quad (15)$$

相应的光强也由 $I_d(0)$ 变为 $I_d(t) = 2P_d / \pi a_2^2$ 。

因此，热透镜信号 $S(t)$ 为。

$$S(t) = \frac{I_d(0) - I_d(t)}{I_d(t)} = 2n\varphi_{11} / \varphi_d \quad (16)$$

式中： $\varphi_d = \frac{\lambda}{\pi a_0}$ 为检测光的远场发散角。

利用式(12b)，就可以得出 $S(t)$ 与试样光吸收系数 β_1 ，热扩散率 α_1 及厚度 l_1 之间的函数关系。

五、光热位移检测理论

媒质内的交变温度，同样在弹性体内产生相应的热应变和热应力，因而使弹性体表面变形及在体内激发出直接的光声信号。表面变形可用相应的位移传感器，光偏转或光干涉技术来检测。直接光声信号可用压电换能器来检测。

当声波波长远大于试样厚度 l_1 时，对于各向同性的平板试样，质点的位移分量 $u_r(r, z)e^{i\omega t}$ 和 $u_z(r, z)e^{i\omega t}$ 满足 Navier—Stokes 方程：

$$\begin{aligned} \nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r} + \frac{1}{1-2\gamma} \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{2\alpha_T(1+\gamma)}{(1-\gamma)} \frac{\partial T}{\partial r} &= 0 \\ \nabla^2 u_z + \frac{1}{1-2\gamma} \frac{\partial e}{\partial z} - \frac{2\alpha_T(1+\gamma)}{(1-\gamma)} \frac{\partial T}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{式中 } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$e = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \alpha_T \text{ 是热膨胀系数。}$$

γ 为泊松比，边界条件是试样两界面上法向应力为零。

引入热弹性势函数 $\Psi(r, z)e^{i\omega t}$ ，它与位移分量之间有：

$$u_r = -\frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad u_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (18)$$

由式(18)与式(17)，得出 $\Psi(r, z)$ 的一特解应满足方程：

$$\nabla^2 \Psi_p = \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \alpha_T T_1 \quad (19)$$

将式(3b)的 $T_1(r, z)$ 代入式(19)，可求出：

$$\begin{aligned} \Psi_p(r, z) = \frac{(1+\gamma)}{2(1-\gamma)} \alpha_T \int_0^\infty [L(\delta) \\ e^{-\beta_1 z} + M(\delta)e^{-\delta_1 z} + N(\delta)e^{\delta_1 z}] \\ \cdot J_0(\delta r) \delta d\delta \end{aligned} \quad (20)$$

而： $L(\delta) = r(\delta) / (\beta_1^2 - \delta^2)$ ， $M(\delta) = A(\delta) / (\beta_1^2 - \delta^2)$ ， $N(\delta) = B(\delta) / (\beta_1^2 - \delta^2)$ 。

由式(20)及式(18)，可得到质点位移的特解 u_{rp} ， u_{zp} 。为了满足边界上法向应力为零的条件，还需求出等温位移，利用 Love 函数 $\Psi(r, z)$ ：

$$\begin{aligned} u_{r1}(r, z) &= -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial z}, \\ u_{z1}(r, z) &= \left\{ 2(1-\gamma) \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\nabla^2 \nabla^2 \varphi = 0$$

其解为：

$$\begin{aligned} \varphi(r, z) = \int_0^\infty \left\{ \left[a_1 + b(\delta z - \frac{\delta l_1}{2}) \right] \right. \\ \left. 8h(\delta z - \frac{\delta l_1}{2}) + \left[c_1 + d_1(\delta z - \frac{\delta l_1}{2}) \right] \right. \\ \left. ch(\delta z - \frac{\delta l_1}{2}) \right\} J_0(\delta r) d\delta \end{aligned} \quad (22)$$

这样,我们就获得了光热位移的完全解:

$$u_x = u_{rp} + u_{rh}, \quad u_z = u_{zp} + u_{zh}$$

由边界条件确定其4个常数,因此,光热位移就确定了。

六、光声压电和热释电检测理论

试样吸收光能而产生的热应变及温升,也可用与试样直接相耦合的压电换能器和热释电换能器来检测。通常,压电或热释电材料是处在区域2内。故它的压电方程为:

$$\sigma_{zz} = C_{333}^{ET} \frac{\partial u_{z2}}{\partial z} - e_{333}^T E_z - \lambda_{33}^E T_2 \quad (23a)$$

$$D_z = e_{333}^T \frac{\partial u_{z2}}{\partial z} + \epsilon_{33}^{ST} E_z + p_3^S T_2 \quad (23d)$$

式中: c^{ET} 、 e^T 、 λ^E 、 ϵ^{ST} 及 p^S 分别为压电材料的弹性刚度系数、压电系数、热弹性应力系数、介电常数及热释电系数。

由式(23)可建立压电体内质点的运动方程:

$$\rho_2 \frac{\partial^2 u_{z2}}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = C^* \frac{\partial^2 u_{z2}}{\partial z^2} + \lambda^* \frac{\partial T_2}{\partial z} \quad (24)$$

式中: ρ_2 是压电体密度, $C^* = C_{333}^{ET} +$

$$\frac{(e_{333}^T)^2}{\epsilon_{33}^{ST}}, \quad \lambda^* = \frac{e_{333}^T p_3^S}{\epsilon_{33}^{ST}} - \lambda_{33}^E$$

这样,利用式(3c)就可求出 u_{z2} 。再由式(23b),可得出压电换能器的开路电压:

$$v = \frac{e_{333}^T}{\epsilon_{33}^{ST}} \int_{l_2} \frac{\partial u_{z2}}{\partial z} dz + \frac{p_3^S}{\epsilon_{33}^{ST}} \int_{l_2} T_2(z) dz \quad (25)$$

若忽略试样对压电换能器热传导,这就是目前称为的压电光声检测,这时, $\partial u_{z2}/\partial z$ 可利用界面上切向应变连续而直接由试样的应变

$\frac{\partial u_{z1}}{\partial z}$ 来得到。对于一不透明的薄片试样,压

电换能器这时的开路输出电压可简化为^[5]:

$$V = M \times \frac{\alpha_T P_0}{\rho_1 c_1 \omega l_1} \quad (25a)$$

式中: M 为压电换能器的应变灵敏度,它不仅与压电材料和试样参量有关,还与压电材料在试样的前表面或背面检测有关。

如果热释电材料的热弹性可以忽略,这时换能器输出信号主要反映平均温升的热释电信号,这就是目前采用的热释电检测。由式(23b)可立即给出在短路输出时,热释电材料上的电荷 Q :

$$Q = p_3^S \int_{l_2} T_2(z) dz \quad (26)$$

将式(3c)代入,立即可得到文献[6]的结论。

七、结 论

本文从具有两层光吸收媒质的四层媒质理论模型的两维交变温度场出发,利用各检测技术中被检测量与温度之间的关系式,导出了更一般的光声信号的理论表达式。从而使固体光声检测理论更为系统化和实用化。

本文曾得到魏墨鑫教授的精心指导,在此表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] Rosencwaig and A. Gersho, J. Appl. Phys. 47(1)64(1976).
- [2] W. B. Jackson, N. M. Amer, A. C. Boccara and D. Fournier, "Photothermal deflection Spectroscopy and detection". Appl. Opt. 20(8)1333 (1981).
- [3] S. L. Sheldon, L. V. Kright and J. M. Thome, "Laser-induced thermal lens effect: a new theoretical model" Appl. Opt. 21(9)1663(1982)
- [4] M. A. Olmstead, N. M. Amer (下转第14页)

旁瓣；但是从图10看出，在实际遇到的波浪条件下，旁瓣就足够低到不在地层探测图上出现。

五、结束语

在地层探测中应用互补码脉冲压缩技术的实施方案是二声源交替地发射一对互补码信号中的两个互补部份，接收机对应地进行回波信号的相关处理而交替地得到两个互补部分的相关函数的输出，然后在时间上一一对应地把相继两次的相关处理的输出实时相加，就得到无旁瓣的终端输出在地层探测图上显示。

海洋中的波浪会引起地层探测过程中回波到达时间的变化；如果波浪起伏很快，互补信号中的码元间隔就会受到波浪的明显调制。由波浪造成的互补码信号处理中的“去互补”和“去相关”效应会使终端输出中出现旁瓣，并且主瓣也被畸变。分析表明：回波

到达时间变化的影响可以用“海底跟踪”技术予以消除；信号码元间隔受波浪调制的影响在实际应用情况下可以不必考虑。计算机模拟研究证实了互补码脉冲压缩技术在地层探测中应用的有效性。

参考文献

- [1] Mayer L, A. et al, "The Chirp Sonar: A New Quantitative High Resolution Sub-Bottom Profiling System", Conference Proceedings: Acoustics and The Sea—Bed, P, 367(Bath University Press, Bath, UK, 1983).
- [2] Glisson T.H., "On Sonar Signal Analysis", IEEE Trans, AES—6 (1970), 37—49.
- [3] Golay M.J.E., "Complementary Series", IRE Trans, IT-7(1961), 82—87.

(上接第7页)

and S.Kohn, "Photothermal Displacement Spectroscopy: An Optical Probe for Solids and surfaces." Appl, Phys. A 32(1)141(1983)

- [5] W. Jackson and N. M. Amer. "Piezoelectric photoacoustic detection: Theory and experiment." J. Appl. Phys. 51(6)3343(1980)
- [6] J. F. Power and A. Mandelis. "Photopyroelectric thin-film instru-

mentation and impulse-response detection Part I: A theoretical model" Rev. Sei. Instrum. 58(11)2018(1987).

- [7] Qian Menglu and Wei Moan. "Design of a Resonant Photoacoustic cell for Photoacoustic Spectroscopy of Solids." Second Western/Pacific Regional Acoustics Conference, C3-5, Pp455-460, 1985, Hong Kong.