

半波长夹心式换能器的理论分析和计算(II)

凌鸿烈

(上海, 中国科学院东海研究站, 200032)

本文所讨论的半波长夹心式换能器的设计方法是先选定节点, 然后分前后两部分进行设计, 以确定三部分的长度。从一般形式出发, 按一维问题考虑, 从理论上推导出了有负载情况下, 夹心式换能器的频率方程, 同时导出了夹心式换能器各点的位移, 振速, 应变, 纵向弹性力, 应力和振速放大系数的一般表达式, 为各种形状的半波长夹心式换能器设计提供理论依据。

1 前言

半波长夹心式换能器具有电声转换效率高, 功率重量比大, 有一定的机械强度, 造价较低, 制造方便, 一致性较好, 而且通过改变换能器前后盖材料、形状、尺寸可获得不同的指向性、机电耦合系数和机械Q值等优点, 所以被广泛采用。

半波长夹心式换能器的设计有两种方法: 一种是已知前盖, 后盖, 压电陶瓷堆三部分中的两部分长度, 求第三部分的长度; 另一种是在半波长夹心式换能器中选定节点, 然后分前后两部分进行设计, 确定三个不同部分的长度。本文仅对第二种方法进行讨论。

2 方程推导

半波长夹心式换能器, 一般由变截面的前盖, 等截面的压电陶瓷堆和变截面的后盖三部分所组成(见图1)。

在设计过程中, 前盖往往采用轻金属材料, 如铝合金。后盖采用重金属材料, 如钢。为了得到高的前后振速比和低的机械Q值,

可通过前后盖选用不同材料, 加工成不同形状来达到。换能器的前盖, 后盖和压电陶瓷堆三部分常用一根中心螺杆或分布在压电陶瓷堆周围的多根螺杆牢固地连接在一起。

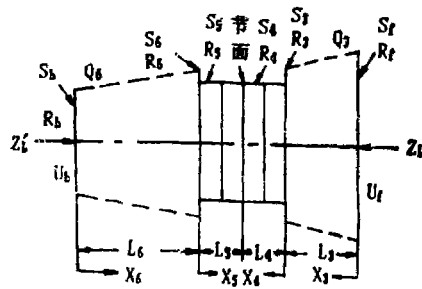


图1 半波长夹心式换能器

为简化分析, 假定:

(1) 在换能器内, 波前保持平面传播。

(2) 换能器截面内的应变分布是均匀的。换能器内无能量损失。

为了满足上述要求, 只要换能器的横向尺寸比声波在换能器中的波长小得多(例如小于 $\frac{1}{4}$ 波长), 这样, 换能器的横向振动可以忽略, 可按一维问题来考虑。

下面各式中采用的符号定义如下:

x_i ——换能器内任意点的纵向距离($i=3, 4, 5, 6$);

l_j ——换能器各部分的长度；
 S_j ——换能器各部分的横截面积；
 R_j ——换能器各部分的横向半径；
 Q_j ——换能器前后盖的形状函数。 $Q_j(x_j) = 1/R_j(x_j)$ ($j = 3, 6$)前盖形状用 Q_3 表示；后盖形状用 Q_6 表示；
 Q_j' —— Q_j 的一阶导数；
 ξ_j ——换能器各部分的质点位移；
 u_j ——换能器各部分的质点振速；
 u_b ——前盖上振速；
 u_f ——后盖上振速；
 η_j ——换能器各部分的应变；
 F_j ——换能器各部分的纵向弹性力；
 σ_j ——换能器各部分的应力；
 Z_L ——作用于换能器前盖上的外负载阻抗；
 Z_L' ——作用于换能器后盖上的外负载阻抗；
 E_j ——换能器各部分材料的杨氏模量；
 c_j ——换能器各部分的声速；
 k_j ——波数。 $(k_j = \frac{2\pi}{\lambda_j} = \frac{\omega}{c_j})$ 。

2.1 频率方程

从一般情况出发，半波长夹心式换能器内的节平面取在压电陶瓷堆中间，以节平面为界，分为前后两部分，其长度均为1/4波长。

换能器的前后盖形状，由 Q_j 来表示。根据图2，1/4波长换能器两端的边界条件为：

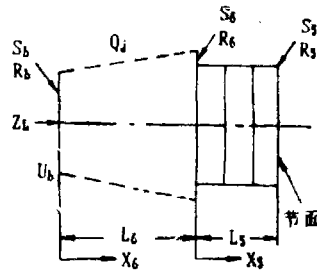


图2 1/4 波长换能器

$$\xi_5(l_5) = 0$$

$$F_6(0) = j\omega\xi_6(0)Z_L$$

$$\text{若 } Z_L = 0, \text{ 则 } F_6(0) = 0$$

换能器在 l_6 和 l_5 交界处的位移和纵向弹性力连续条件为：

$$\xi_6(l_6) = \xi_5(0); F_6(l_6) = F_5(0)$$

通过解方程组(1)

$$\begin{cases} \xi_5(l_5) = 0 \\ \xi_6(l_6) = \xi_5(0) \\ F_6(l_6) = F_5(0) \\ F_6(0) = j\omega\xi_6(0)Z_L \end{cases} \quad (1)$$

可以求得1/4 波长换能器在有负载时一般形式的频率方程是

$$\tan k_6 l_6 = \frac{(\delta_1 Z_5 + \delta_2 Z_6 \tan k_5 l_5 - \delta_2 Z_6 \tan k_5 l_5) - j \frac{Z_L}{Z_6} \delta_1 Z_6 \tan k_5 l_5}{\delta_2 Z_5 + \delta_1 Z_6 \tan k_5 l_5 + \delta_1 Z_6 \tan k_5 l_5} + j \frac{Z_L}{Z_6} [\delta_2 Z_5 + \delta_2 Z_6 \tan k_5 l_5] \quad (2)$$

式中

$$\begin{aligned} Z_5 &= E_5 \cdot S_5 / c_5; Z_6 = E_6 \cdot S_6 / c_6; Z_b = E_b \cdot S_b / c_b; \delta_1 = Q_j(0)Q_j(l_6); \delta_2 = \frac{Q_j'(0)}{k_6} Q_j(l_6); \delta_3 = Q_j(0) \frac{Q_j'(l_6)}{k_6}; \\ \delta_4 &= \frac{Q_j'(0)Q_j'(l_6)}{k_6^2}; c_j, k_j \text{ 与这部分的形状有关。} \end{aligned}$$

在无负载 ($Z_L = 0$) 情况下，1/4波长换能器的频率方程为：

$$\tan k_6 l_6 = \frac{\delta_1 Z_5 + (\delta_3 - \delta_2) Z_6 \tan k_5 l_5}{\delta_2 Z_5 + (\delta_1 + \delta_4) Z_6 \tan k_5 l_5} \quad (3)$$

2.2 各点位移、振速、应变、纵向弹性力和应力

由 l_5, l_6 两部分的边界条件和连续条件得到方程组:

$$\begin{cases} \xi_5(l_5) = 0 \\ \xi_5(l_6) = \xi_6(0) \\ F_5(l_6) = F_6(0) \\ u_6(0) = u_b \end{cases} \quad (4)$$

从而可求算文献[1]中的四个系数 A_5, B_5, A_6, B_6 。将其代入文献[1]中(6)~(10)式,即可求得1/4波长换能器各点的位移、振速、应变、纵向弹性力和应力的具体表达式。

现在考虑换能器后半部分

后盖 l_6 通常选用两种形状:一种是正圆锥形,另一种是圆柱形。

$$\tan k_5 l_6 = \frac{\frac{Z_5}{Z_1} [\Phi(k_5 l_6) \{ (\Phi-1)(k_5 l_6) + \tan k_5 l_6 \}] - j \frac{Z_5}{Z_6} \Phi(\Phi-1)(k_5 l_6)^2 \tan k_5 l_6}{[\tan k_5 l_6 + \Phi(\Phi-1)(k_5 l_6)^2 \tan k_5 l_6 - (k_5 l_6)] + j \frac{Z_5}{Z_6} [\Phi(\Phi-1)(k_5 l_6)^2 - (\Phi-1)(k_5 l_6) \tan k_5 l_6]} \quad (6)$$

由(6)式可得在无负载情况下的频率方程与文献[3]中给出的结果相同。

下面考虑换能器前半部分

前盖 l_3 通常为倒圆锥形。则频率方程可

$$\tan k_3 l_3 = \frac{\frac{Z_3}{Z_2} \{ F(k_3 l_3) \{ (F+1)(k_3 l_3) - \tan k_3 l_3 \} - j \frac{Z_3}{Z_1} F(F+1)(k_3 l_3)^2 \tan k_3 l_3 \}}{[\tan k_3 l_3 + F(F+1)(k_3 l_3)^2 \tan k_3 l_3 - (k_3 l_3)] + j \frac{Z_3}{Z_1} [F(F+1)(k_3 l_3)^2 + (F+1)(k_3 l_3) \tan k_3 l_3]} \quad (7)$$

由(7)式可得在无负载情况下的频率方程与文献[3]中给出的结果相同。

2.3 半波长夹心式换能器的前后振速比

半波长夹心式换能器通常前盖呈喇叭形,承受外负载;后盖呈圆柱形或正圆锥形,暴露在空气中,不承受外负载。根据换能器在节平面处纵向弹性力的连续条件,即

$$F_5(l_5) = F_4(l_4)$$

从而可以求得夹心式换能器前盖 l_3 为倒圆锥,后盖 l_6 为正圆锥,前盖有负载时,换能器的前后振速比。

通常,夹心式换能器节平面取在压电陶瓷堆的正中间(即 $l_5 = l_4, k_5 = k_4, S_5 = S_4$),而且换能器的前盖和后盖均为圆柱体,在前

1) 当 l_6 为圆柱形,则 $Q_6'(l_6) = Q_6'(0) = 0$;

$Q_6(l_6) = Q_6(0) = \text{常数}$,从(2)式可得频率方程:

$$\tan k_6 l_6 = \frac{Z_5 - j \frac{Z_L'}{Z_b} \cdot Z_6 \tan k_5 l_5}{Z_6 \tan k_5 l_5 + j \frac{Z_L'}{Z_b} \cdot Z_5} \quad (5)$$

由(5)式求得在无负载情况下的频率方程与文献[2]中公式(5)相同。

2) 当 l_6 为正圆锥形则频率方程从公式(2)经化简,同时令 $\Phi = \frac{R_6}{R_6 - R_b}$ 可以求得:

以从公式(2)经化简,同时令 $F = \frac{R_3}{R_f - R_3}$

求得:

盖有负载情况下,前后振速比为:

$$M = \frac{\cos k_3 l_3}{\cos k_5 l_5} \times \frac{1 + (\frac{Z_4}{Z_3} \cot k_4 l_4)^2}{1 + (\frac{Z_5}{Z_6} \cot k_5 l_5)^2} \times \frac{1}{(1 + j \frac{Z_f \cdot Z_4 \cot k_4 l_4}{Z_1 \cdot Z_3})} \quad (8)$$

若换能器前盖和后盖采用相同材料,相同尺寸(即 $l_6 = l_3, k_6 = k_3, S_6 = S_3 = S_f, Z_6 = Z_3 = Z_f$),则

$$M = \frac{1}{1 + j \frac{Z_L \cdot Z_4}{Z_f^2} \cot k_4 l_4} < 1 \quad (9)$$

$Z_L = 0$ 时,则 $M_0 = 1$

从而表明前后对称的夹心式换能器,前后振速比为1,无放大作用。在前盖有负载时,振速放大系数小于1。

桃李满天下 硕果誉人间

——介绍声学家魏墨鑫教授

魏墨鑫教授，祖籍浙江余姚，1922年10月出生，九三学社成员。现任同济大学声学研究所名誉所长，博士生导师，中国声学学会副理事长，兼检测声学分科学会主任委员，上海市人大代表。

魏墨鑫教授1943年毕业于上海震旦大学电机系和数理系，获电机工程学士和理学士学位。1943年起在徐家汇天文台、徐汇文哲学院、震旦大学等单位工作，1952年院系调整后到同济大学任教至今。从1956年起就从事超声学的研究工作。1960年起，就是上海市物理学会声学工作委员会的主要负责人之一。1978年领导了上海市声学学会的组织筹建工作，并积极参与中国声学学会的组织筹建工作，为我国和上海的声学事业的发展起了相当重要的促进作用。

魏墨鑫教授不仅在超声学和检测声学方面造诣极高，而且在开拓新的高科技领域，促进超声学和其他学科领域相结合以及发展新的分支学科领域方

面更是一位有远见卓识的先驱。他是我国最早提出开展光声学和激光超声学研究的主要学者，也是参与制订1966年和1977年国家自然科学发展规划中声学部分的学者之一。

近十年来，魏墨鑫教授虽年过花甲，但仍在教学和科研战线上辛勤耕耘，培养了20多名硕士研究生和5名博士研究生，在早期已发表的教材、专著、译丛、学术论文和获奖科研项目之上，近年来又发表了五十余篇论文，获得多项科技奖和专利，出版了两种辞书，他作为法国的法语声学专家学会会员及中国声学学会副理事长，积极参加和推动声学方面的国际交流与合作，可谓桃李满天下，硕果誉人间。

今年是魏墨鑫教授七十华诞，我们恭祝魏教授健康、长寿，为祖国的声学事业继续作出卓越的贡献。

上海市声学学会
《声学技术》编辑部

3 结束语

(1) 半波长夹心式换能器是非常有用的。本文从纵向振动出发，根据换能器的边界条件和连续条件给出的方程组，解得了有负载情况下的频率方程一般形式，换能器的前后振速比和位移、振速、应变、纵向弹性力、应力的一般关系式，为今后半波长夹心式换能器设计提供了理论依据。从本文一系列换能器前后振速比的表示式中可以看到，为了提高换能器前后振速比采用增大 Z_0/Z_3 的比值是最有效的，所以一般换能器前盖选用声阻抗低的金属材料，后盖选用声阻抗高的金属材料，同时设法提高 S_0/S_3 的比值。

另外也可以注意提高 $\cos k_3 l_3 \cos k_4 l_4 / \cos k_5 l_5 \cos k_6 l_6$ 的比值。

(2) 本文中公式(6),(7)因考虑了外负载 Z_L ，所以结果比较精确，同时频率方程(6)(7)也表明了夹心式换能器在有负载情况下的共振频率要低于无负载情况下的共振频率。

参考文献

- 1 凌鸿烈. 声学技术, 1987; 6(1): 25~33
- 2 凌鸿烈. 声学技术, 1987; 6(2): 30~36
- 3 R. E. Horita, J. A. S. A., 1967; 41(1): 158~166