

以数论为基础的声学结构设计

盛胜我

(同济大学声学研究所 上海·200092)

在房间内听到的声音是由声源辐射的直达声与从房间边界而来的间接反射声综合而成的。在给定点不同时间内到达的间接反射声与它们各自的传播途径有关。这些反射声的振幅、到达的时间、瞬态分布以及指向性确定了我们所感觉到的实际声源如何。因此，房间反射的控制是声学设计中的一个中心问题。房间的反射取决于表面的处理，即表面对直达声的吸收、反射与扩散。声音将由于吸收而衰减，由于反射而改变方向，由于扩散而达到均匀的空间分布。图1画出了三种声学表面处理在空间与时间上对声波的影响。

而言。为了充分表征材料的空间响应，目前提出用指向性吸声系数的概念，它不仅与声波频率有关，而且与入射方向和观察者方向的夹角有关。图1的上面一行反映了吸收情况下的时间与空间响应。当平面或者曲面为刚性时，并且尺寸远大于入射声的波长，就会引起类似光学中镜面反射的情形，如图1中的中间一行。其反射声的方向与镜面反射一致，瞬时响应与入射声可比拟。反射面的形状在确定空间混响特性中至关重要，如果反射面是凹的，反射声实际上会聚集在一定位置，因此要尽量避免在声学设计中采用大的凹面，通常凸的反射面是较为有利的。

在声学设计中，特别是厅堂的音质设计中，扩散的问题是一个重要的题目。扩散能增加连续声空间分布的均匀性，能增加瞬态声上升与衰减的均匀性，改善房间的“活跃性”。扩散还能增强语言与音乐的自然质量。理想的扩散面既不吸收也不只是镜面反射。当达到完全扩散时，即散射声的方向性分布是均匀的，而且不依赖于入射声。通常有许多类型的扩散表面，一般所以称为局部扩散是因为它们的空间响应多少总是依赖于入射角与频率。有限带宽的扩散也可以通过非均匀阻抗的墙面来实现，在高中频可以采用非规则表面，在低频可采用薄膜板或共振结构。评价扩散的指标主要是空间响应、带宽（在此频率范围内空间响应为均匀）、频率响应

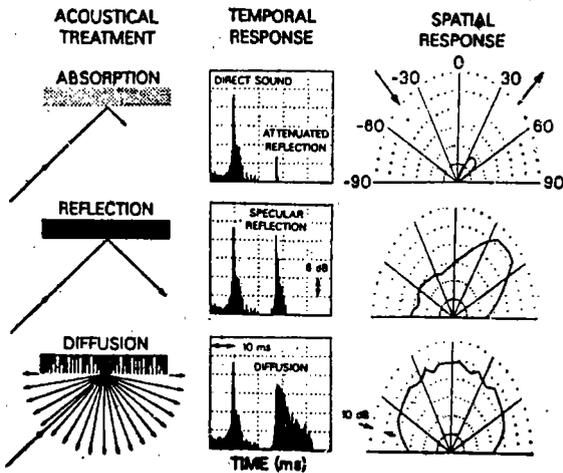


图1 不同声学处理后时空性质的比较

以往，声学材料几乎是吸声材料的代名词，包括玻璃棉板、岩棉板、泡沫层等。一般情况下，以无规入射条件下的吸声系数作为其表征量，这仅是从衰减声波能量的角度

及瞬态响应等。

墙面雕塑作为扩散体主要适用于高频，散射方向非常有限。直径大于半波长的曲面在正入射情况下具有良好的扩散特性，但仅在特定的频率范围内。不同直径的一组圆柱体，是扩展频带的有效方法，但实际上很难实现，通常只有几个尺寸可用，这就限制了频带宽度，也限制了瞬态响应密度。在掠入射情况下，多个柱体则趋向于镜面反射。实验指出，在空间响应的均匀性、扩散的频带、频率响应等方面都受到限制。近年来，由于建筑造价提高，厅堂剧场增加座位的需要，在建筑设计中往往偏向于采用最普通的平面墙面，混凝土干墙或砖块墙面，因此形成声学上极差的效果。通常只能靠电声来作某些弥补。

我们希望寻找一种基本上是平面的声学表面，却有最佳的扩散效果，答案是肯定的。以数论为基础设计的新一代声学结构能满足这些要求。这是在十多年前由德国施罗特教授首先提出，将数论与扩散联系起来，设计出一种平面的反射表面，它的局部阻抗沿表面按数论中二次剩余序列的规律变化，这样的结构表面能得到各个散射波幅值相等的扩散效果，在某种意义上，这种表面是一个最佳扩散体。图1中的下面一行表明了这种结构的瞬态响应以及空间分布。

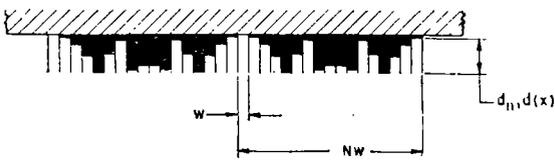


图2 按二次剩余序列规律组成的反射表面

图2画出了二次剩余序列表面的示意图，具有不同深度槽穴的墙面，其局部阻抗 $Z(x)$ 可由下式决定

$$Z(x) = \rho c / i \tan[2\pi d(x) / \lambda] \quad (1)$$

式中 ρc 为空气特性阻抗， λ 为波长， $d(x)$ 为槽穴的深度，当 $d(x)$ 在一段很小宽度 w 内为常数，并按二次剩余序列的数值变化时，可

写成下列形式：

$$d_n = (\lambda/2N) S_n \quad (2)$$

式中 S_n 即为二次剩余序列表达式，由 n^2 取模 N 后的最小非负余数， N 为奇素数，例如 $N = 7$ 时， S_n 序列为下列数字组成， $0, 1, 4, 2, 2, 4, 1, 0, 1, 4, \dots$ 。这个序列关于 $n=0$ 与 $n=(N-1)/2$ 为对称，并以 N 为周期。

当入射波为 $P_i(x)$ 时，在表面上的声压 $P(x)$ 可以写成

$$P(x) = P_i(x) + \sum_s P_s(x) \quad (3)$$

式中 $P_s(x)$ 为散射波，其形式为 $P_s(x) = a_s \exp(-ik_s x)$ ，由边界条件的连续，经简单运算，可得到在正入射条件下，

$$a_s = \frac{1}{Nw} \sum_n \exp \left[-\frac{\lambda}{i4\pi d_n} + \frac{Nw}{i2\pi s_n} \right] \quad (4)$$

将(2)式代入，根据 S_n 的性质容易得出

$$|a_s|^2 = \text{const} = 1/N \quad (5)$$

即对应于各个散射波，其幅值为均匀。

从施罗特开创性的工作开始，大量的设计师、工程师根据这个原理发展新的扩散体。几年前，又有人发现这种施罗特扩散体在低频能有效地吸收声能。因此，这一种声学结构更受到青睐，适合于不同场合的各种扩散体、吸声体以及可变的声学单元不断出现，不少已经形成产品，进入市场。

图3是一种叫做QRD(基于二次剩余序列的扩散体)的扩散体。它是由等宽度，不同深度的槽，周期性组合而成。中间由薄板隔离，槽的深度按二次剩余序列，这是一种一维形式。按二维序列规律组成的栅格形式也已形成商品。

另一种更为复杂的形状，有人曾杜撰了一个名词为Fractals，意为周而复始。它是由与总体相同形状不断重复形成，或者说是它本身的无穷次拷贝。这种Fractals所提供的形状非常接近于一些自然景象，诸如云，海岸线，树木等。图4是一种采用Fractals

形状组成的声学结构，由图可见，它实际上是QRD结构的演化。在不同的尺度下，在QRD结构中再重复形成QRD，组成一个综合结构。这种结构已经成功地运用在英国的—家广播电台。

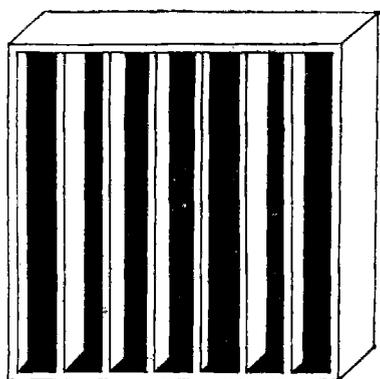


图3 QRD扩散体示意图

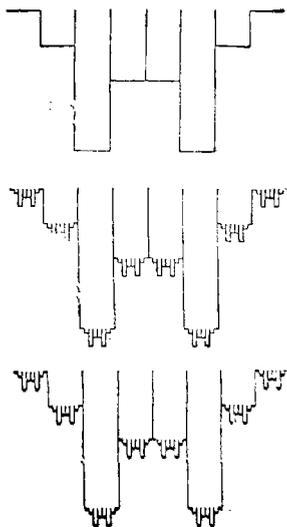


图4 Fractals结构示意图

为了在使用上更为经济，并且满足各种条件的声学环境，又出现一种可变的声学单元。例如可旋转的三棱柱体单元，其三个面分别是反射面，吸声面与QRD扩散面，根据各种声学要求，可以灵活调节。另一种适用于音乐厅舞台上的声学罩壳，其表面分别由反射、扩散、吸收各种功能的声学结构组成，有试验表明，采用了这种罩壳后使各种乐器

的演奏家大为满意，根据他们的评分，平均改善效果为83%，最满意的为144%。

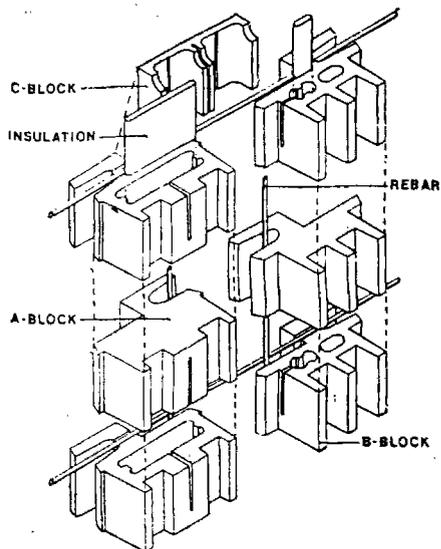


图5 基于二次剩余扩散技术的声学砖结构

在1990年，这种以数论为基础的声学设计被用于砖块结构。它是继本世纪初发明轻质中空混凝土砖块、60年代出现狭缝共振吸声砖块后的又一次重要发展。图5是这种砖块结构的示意图。它既有宽带的吸声效果，又有宽带广角的声扩散，而且还有高隔声量。整个结构包括三种不同的砖块形式啮合而成，每一种形式包含等宽度不同深度的槽穴，其深度即为二次剩余序列的局部数值，在水平方向相邻排列，构成连续周期的数论序列。另外，在结构中还包含腔体设计以及狭缝共振结构，因此还具有较好的吸声性能，图6画出了在混响室中测得的吸声系数，这种砖块结构的隔声量也相当理想，隔声等级STC达55。由于在美国和欧洲已采用自动制砖机械，可达到保质、经济与连续生产的要求，因此，这种砖块结构对于应用在高速公路声屏障、电站、录音棚等其他噪声控制的领域都具有很大的吸引力。

有效的声学设计需要适当综合吸收、反射与扩散表面，如何采用则依赖于环境要求

医学声学领域中的一本专著

生物医学声学是80年代以来形成的一门医学和声学交叉领域中的新生学科,是目前医学和声学研究领域前沿之一,它是利用声波来诊断疾病、治疗疾病和分析生物体内各种生物过程或开拓新的诊断和治疗途径的一门交叉性学科,它的蓬勃发展不仅引起国际医学界的极大关注,也引起了声学界的浓厚兴趣,国家自然科学基金会已把它列入重点资助项目。

上海交通大学出版社出版的“声学及医学超声应用——生物医学声学”一书系由王鸿樟教授编著,

是我国医学声学领域中一本系统论述的专著,全书共分12章从阐述振动理论开始(第1章到第4章)继而讨论声场的基本理论(第5章到第10章),11章专门论述声波对人体的生物效应,扼要地介绍了声波的治疗作用;最后一章则介绍超声对医学诊断的应用,全书共40余万字。

本书深入浅出,逻辑严密、体例分明、行文流畅,适合用作生物医学工程及医学声学等专业教材,也可供医学声学科研究和工程设计人员以及研究生和进修医师等作为有价值的参考书。

(冯绍松)

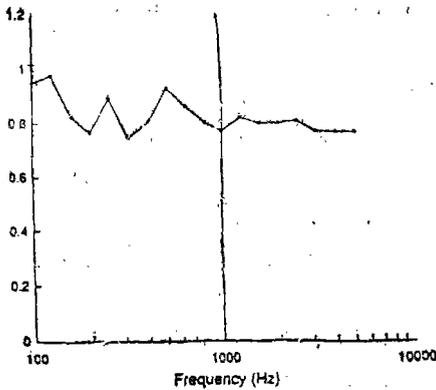


图6 声学砖的吸声系数

以及它的目的所在:是为了消除、降低不需要的噪声,还是为了调整声音,优化房间声学设计,增加音乐或语言的接受程度。在噪

声控制中,显然吸收是最有效的,而在厅堂设计中主要是反射与扩散,吸收是其次的。在要求高的录音棚,广播台等声学设计中,这三者同样重要。以数论为基础设计的新一代声学结构正是能提供一种综合的声学设计,不再是单纯的吸收,或者反射。可以预料,它将在今后的建筑声学、噪声控制领域内有着更为广阔的前景。

参考文献

1. Peter D'Antonio, Fractals and number theory are changing the shape of acoustics. *Sound and Vibration*, 1992; October
2. M. R. Schroeder. Binaural dissimilarity and optimum ceilings for concert halls. *J. Acoust. Soc. Am*, 1979; 65: 958—963