

复合超声扭转振动变幅杆的简化设计

贺西平

程存弟 王树恩

(陕西省物理研究所 西安·710067)

(陕西师大应用声学研究所 西安·710062)

本文将组成复合超声扭转振动变幅杆的每一级都等效为一四端网络,应用矩阵相乘使多个网络得到简化。由此可求出复合超声扭转振动变幅杆的谐振频率或某一设计尺寸,两端角位移放大系数等性能参数。与传统设计法相比较,结果一致,但是简单了设计。

Simplified design of the compound ultrasonic torsional vibration horn

He Xiping

Cheng Cundi Wang Shuen

(Physics Institute, Shan Xi) (Applied Acoustics Institute, Shan Xi Teachers University)

Every part of the compound ultrasonic torsional vibration horn is equivalent to a four-terminal network in this paper. Simplify the networks by multi-plying the matrices. Therefore, we can get the amplification of rotary angular velocity, the resonance frequency or a design size and other performance parameter of the compound ultrasonic torsional vibration horn. The result from this method is in accord with that of usual method, thus, the design was simplified.

1 引言

在功率超声的应用中,例如超声焊接,超声疲劳试验及振动切削等都要用到扭转振动系统。同纵振动系统中一样,出于不同的实际目的和需要,扭转振动系统中的变幅杆通常是由多级不同形状函数的单级变幅杆组合而成的。传统的设计方法,同纵振型的一样,是按其形状函数的不同进行分段求解,并利用边界连续条件,再作组合计算加以设计。

这样的方法显得过于繁琐,如果复合扭转振杆的级数较多,则设计起来更加麻烦。而且,要改变复合杆中某一级的尺寸等参数时,又很难定量地估算出它对整个系统的性能参数的影响,不易优选出最佳值来。

在本文中,应用扭转振动方程,将组成复合扭转振动变幅杆的每一级都求解出其分布角速度和扭转力矩表达式,并将其等效为四端网络。在边界面上,角速度以及扭矩是连续的^[1],因而这些等效四端网络可按组合的顺序连接起来,通过矩阵相乘使多个网络得到简化,最后得到一个等效的、两端均为机械端的四端网络。当然,这个工作是由计

收稿日期: 93-3-15

声学技术

— 13 —

算机完成的。由此可求得该系统的扭转谐振频率、两端角位移放大系数、外表面切向速度放大系数等性能参数，也可以在知道整个系统的谐振频率的前提下，求解出系统中某一级的某一设计尺寸。推而广之，如果事先求出了每种形状函数的扭转振动变幅杆的四端网络各量，那么任意形式组合而成的复合变幅杆，都可以在计算机上方便地完成。

2 数学模型的建立

变截面杆谐和扭转振动的一般方程是^[2]：

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{I_p(x)} \frac{\partial I_p(x)}{\partial x} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} + k^2 \theta = 0 \quad (1)$$

式中 θ 为扭转角， $I_p = \int r^2 ds$ 为棒截面(围绕x轴旋转)的极惯性矩。

ω 为圆频率， $k = \omega/c_s$ ， $c_s = (G/\rho)^{1/2}$ 为杆中横波速度。G为切变模量。

对截面为圆形的扭振杆，上式又可表示为^[3]：

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + \frac{4}{D} \frac{dD}{dx} \frac{d\theta}{dx} + k^2 \theta = 0 \quad (2)$$

应用上面方程，可将如图1(a)所示的任意一种形状函数的扭振杆都能表示为如下形式：

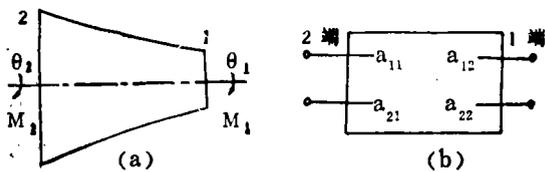


图1 任意形状函数的扭振杆等效为一四端网络

$$\dot{\theta}_1 = a_{11} \dot{\theta}_2 + a_{12} M_2 \quad (3)$$

$$M_1 = a_{21} \dot{\theta}_2 + a_{22} M_2$$

其等效的四端网络，如图1(b)所示。

由于在扭转振动中，没有圆锥形的杆件(此杆件的母线呈直线变化，对扭转振动来说效果不好^[4])，故不能象文献[5]中提出的方法一样，将所有形状函数的杆件分割成圆锥形的小段来趋近。

3 简化网络求解性能参数

图2是一个由多级不同形状函数的变幅杆组合而成的复合变幅杆的理论分析模型，每级可表示为一等效四端网络：

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_{i-1} \\ M_{i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11}^i & \alpha_{12}^i \\ \alpha_{21}^i & \alpha_{22}^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_i \\ M_i \end{pmatrix} \quad (4)$$

或写成： $\vec{Z}_{i-1} = \vec{D}_i \vec{Z}_i$ ，其中

$$\vec{D}_i = \begin{pmatrix} \alpha_{11}^i & \alpha_{12}^i \\ \alpha_{21}^i & \alpha_{22}^i \end{pmatrix}$$

不同形状函数的扭振杆

将组成不同形式的 \vec{D}_i 阵。

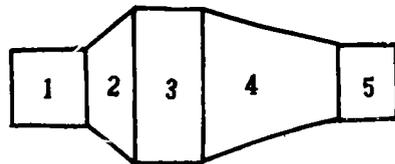


图2 复合扭振杆理论分析模型

根据连接界面处的角速度和扭矩连续条件，按其组合顺序，将各网络矩阵相乘，最终简化为一个四端网络。这样，由n级组合成的复合扭振杆可写成如下形式：

$$\vec{Z}_0 = \vec{A} \vec{Z}_n, \text{ 其中 } \vec{A} = \vec{D}_1 \cdot \vec{D}_2 \cdots \vec{D}_{n-1} \cdot \vec{D}_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

当复合杆两端为自由端时，两端角位移最大，而 $M_n = M_0 = 0$

$$\text{即: } \begin{pmatrix} \dot{\theta}_0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_n \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

由此得： $a_{21}\dot{\theta}_n=0$ ，式中 a_{21} 为一复合矩阵，满足 $|a_{21}|=0$ ，这样可求得复合杆的谐振频率（当然，若事先知道谐振频率，亦可求得某级杆的某一设计尺寸）。

$$\text{由(5)式得： } \dot{\theta}_0 = a_{11}\dot{\theta}_n \quad (6)$$

故复合矩阵 $|a_{11}|$ 之值即是复合扭振杆两端的角速度比值（即角位移放大系数）

M_θ 。

复合杆外表面切向速度放大系数为：

$$M_v = \frac{V_{s,0}}{V_{s,n}} = M_\theta N \quad (7)$$

其中 $N = (R_n/R_0)^{-1}$ ，为复合扭振杆两端的半径之比。

4 计算实例与一般方法的比较

为了同一般传统方法相比较，现按常规

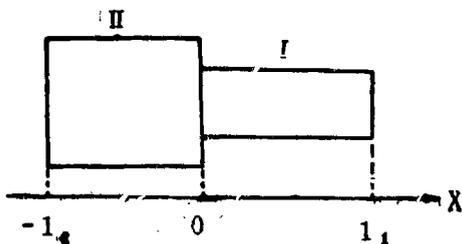


图3 阶梯形扭振杆

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k_1 l_1 & \frac{j \sin k_1 l_1}{\rho_1 I_{p1} c_{s1}} \\ j \rho_1 I_{p1} c_{s1} \sin k_1 l_1 & \cos k_1 l_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos k_2 l_2 & \frac{j \sin k_2 l_2}{\rho_2 I_{p2} c_{s2}} \\ j \rho_2 I_{p2} c_{s2} \sin k_2 l_2 & \cos k_2 l_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\text{化简后得到： } \frac{\dot{\theta}_1}{\dot{\theta}_2} = a_{11} = \frac{\cos k_2 l_2}{\cos k_1 l_1}$$

与(11)式相同。

令 $a_{21}=0$ ，得到频率方程，与(10)式相同。

方法推导出—阶梯形扭转振动变幅杆的频率方程，及其角位移振幅放大系数。如图3所示，由方程(2)求得：

$$\theta_I = A_1 \cos kx + B_1 \sin kx \quad (0 < x < l_1)$$

$$(8)$$

$$\theta_{II} = A_2 \cos kx + B_2 \sin kx \quad (-l_2 < x < 0)$$

边界条件为：

$$\dot{\theta}_{II} \Big|_{x=-l_2} = \dot{\theta}_2, \quad \frac{\partial \theta_{II}}{\partial x} \Big|_{x=-l_2} = 0$$

$$\dot{\theta}_I \Big|_{x=l_1} = \dot{\theta}_1, \quad \frac{\partial \theta_I}{\partial x} \Big|_{x=l_1} = 0$$

$$(9)$$

$$\dot{\theta}_{II} \Big|_{x=0} = \dot{\theta}_I \Big|_{x=0}, \quad M_{II} \Big|_{x=0} = M_I \Big|_{x=0}$$

由(8)、(9)式导出的频率方程是：

$$\operatorname{tg} k_2 l_2 = - \frac{G_1 I_{p1} k_1}{G_2 I_{p2} k_2} \operatorname{tg} k_1 l_1 \quad (10)$$

在此阶梯杆两端的角位移振幅放大系数为：

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\cos k_2 l_2}{\cos k_1 l_1} \quad (11)$$

用本文提出的方法求解，可在计算机上输入数据后，直接完成。为了与上面结果相比较，现将这两阶传输矩阵展开相乘：

5 小结

将单级扭转振动变幅杆等效为四端网络，多个矩阵相乘得到复合扭转振动变幅杆总的等效四端机械网络，其结果与传统设计

(下转46页)

新型吸声材料——特种聚氨酯软泡制品 开发验收会在山东蓬莱举行

国家科委委托山东省科委于1993年7月27日在山东蓬莱市主持召开了由山东蓬莱聚氨酯制品厂承担的国家级“星火计划”项目——“特种聚氨酯软泡制品开发”验收会。

该项目包括新型吸声材料——聚氨酯声学材料制品、防火阻燃聚氨酯高回弹制品和低密度高回弹泡沫制品等3大类。该厂从意大利和日本引进设备，采用垂直发泡工艺，已形成年产1千吨生产能力。从英国引进技术而生产的聚氨酯声学泡沫，具有吸声系数高，阻燃性能优良，质轻，施工安装方便，

装饰效果好等特点，已广泛应用于建筑声学 and 噪声控制领域，是一种颇受欢迎的新型声学材料。

验收会认为，上述3大类软泡制品填补了国内空白，居国内领先地位，达到了国际同类产品先进水平。该项目完成了星火计划合同规定的各项经济技术指标，在国内首家实现大批量生产，取得了显著的经济效益和社会效益，具有广泛的应用前景，同意通过验收。

中国船舶工业总公司第九设计研究院 吕玉恒

(上接第15页)

法所得的结果完全相同。如果事先将常用形状函数的扭振变幅杆的等效矩阵都编成子程序，为设计复合扭振变幅杆提供方便，这就简化了计算和设计工作。

参考文献

1 根本佐久良雄, 森荣司 **ボルト締め 电气ひずみねじり振動子**. 日本音响学会志, 1972; 28(3): 117~126.

2 林仲茂. 超声变幅杆的原理和设计. 科学出版社, 1987.

3 阮世勋. 扭振超声变幅杆截面函数的理论推导, 广西大学学报(自然科学版)1991; 16(4): 46~51.

4 阮世勋. 超声变幅杆设计用表的计算机编制(Ⅲ)——关于几种简单型扭振杆. 1986; 5(2): 22~28.

5 俞宏沛. 纵向振动换能器 工程设计理论(上). 水声通讯, 1984; 3: 17~58.