室内扩散声场的Monte Carlo模拟方法

贺加添

（同济大学声学所　上海·200092）

本文介绍了Monte Carlo方法模拟室内扩散声场的原理，模拟计算了混响室声场中的能量密度衰减曲线、能量脉冲响应、平均自由程及吸声系数等。该方法原理简单，占用内存少，适应于模拟室内声场分布。

The Monte Carlo method for simulating diffuse sound field

HE Jiatian

(Institute of Acoustics, Tongji University Shanghai·200092)

This paper reviews the principles of the Monte Carlo method for simulating the diffuse sound field and presents some results of the diffuse sound field in reverberation room, such as energy density decay function, energy impulse response, mean free path and absorption coefficient. This method due to the advantage of simplicity in principle and less memory fits for computing the sound distribution in a room.

1　引言

室内声场的计算机模拟大多是以几何声学作为其理论基础，模拟方法主要有虚声源法和声线跟踪法[1][2]。根据几何声学原理，声波在墙面上发生反射时，在声源的对称点存在声源的“像”，即虚声源。若我们知道了房间的几何形状，就可以求出预先设定的到某一级的所有虚声源的位置和强度，把所有虚声源的贡献加起来，即可确定室内的声场分布，这就是虚声源法。声线跟踪法假定声源发出大量的声粒子(能量粒子)，计算机按几何声学规律逐个跟踪粒子的传播和反射。当粒子碰到墙面时，能量减少α倍（其中α为墙面的吸声系数），直到粒子的能量衰减到预先设定的值，本次跟踪才终止。在接收点置一计数器，记录粒子通过计数器时的时间、能量等参量，由此计算接收点的声强强度。若布置很多的计数器，即可确定室内的声场分布。虚声源法能精确模拟声波的镜面反射，但由于要鉴别大量虚声源的有效性，计算量很大，而且，虚声源法无法模拟声波的扩散反射。在大量的实际工程中，声波在室内的反射除镜面反射外，还存在相当比例的扩散反射，如厅堂中的扩散体、工厂车间中的

收稿日期：94-3-11；修回日期：94-5-3

机器设备等。为了描述声波的散射过程，作者在声线跟踪法的基础上引入Monte Carlo方法的某些基本概念，编制了计算机模拟程序。为了检验该方法的有效性，作者计算了混响声场的能量密度衰减曲线、能量脉冲响应、平均自由程吸声系数等参量，结果表明，该方法原理简单，占用内存少，计算精度满足工程要求。

Monte Carlo方法属于一种统计方法，它是以概率模型为基础的，按照概率模型所描绘的物理过程，通过部分模拟的结果，得到问题的近似解。Monte Carlo方法解题可归结为三个主要步骤：构造或描述概率过程；实现从已知概率分布抽样；建立各种估计量。

2 模拟方法[3][4]

2.1 随机数

Monte Carlo方法的中心是通过建立概率模型，由随机数决定每一步的计算过程。这个随机数要求在区间[0,1]内均匀分布。由于在计算机上产生随机数困难较大，且不具有重复性，通常的作法是产生一个好的伪随机数。伪随机数要求独立性好，相关性差，且在[0,1]上均匀分布。作者在程序中使用的是Kobayashi推荐的下列伪随机数序列：

$Z_i = 314,159,269 Z_{i-1} + 453,806,245$ (模2^{31})

换算为[0,1]区间的随机数，则为：

$R_i = Z_i / 2^{31}$

2.2 声源

声源发出声粒子，按Monte Carlo方法的基本原理，将粒子的传播方向转化为概率模型，对于各向同性的点声源，其累积概率为：

高度角θ变量的累积概率为：

$$\frac{1}{2}\int_0^{\theta} \sin\theta d\theta$$

方位角β变量的累积概率为：

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\beta} d\beta$$

取两随机数R_1，R_2，使得：

$$\frac{1}{2}\int_0^{\theta} \sin\theta d\theta = R_1$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\beta} d\beta = R_2$$

则θ和β可以唯一地由R_1，R_2确定。对于一般的点声源，需加入声强的空间分布函数。对于非点源，还需引入声源位置的空间分布概率。

2.3 墙面反射

对于墙面的模拟，将确定的吸声系数，转化为概率分布，由随机数的大小来决定粒子遇到墙面时是被反射、散射还是被吸收。若被吸收，则重新开始下一次从声源发出粒子的过程；若是作镜面反射，反射方向由反射定律决定；若是散射，则粒子新的运行方向按散射模型的概率分布同样由计算机发出的随机数决定。

具体模拟时，将声波在墙面上的反射分为镜面反射和扩散反射，如某墙面的散射系数为0.2，镜面反射系数为0.4，当粒子遇到该墙面时，若随机数R满足：

$0 \leqslant R < 0.2$，粒子被墙面散射，再由散射概率分布决定新的运行方向；

$0.2 \leqslant R < 0.2 + 0.4$，粒子作镜面反射，由反射定律决定新的运行方向；

$0.2 + 0.4 \leqslant R \leqslant 1$，粒子被墙面吸收。

2.4 计数器

计算室内某点的声场强度时，需在该点置一计数器。计数器常选取矩形平面、正立方体及球体等形状。平面最简单，费时最省，但计算结果精度不高；球体的精度较高，但很费机时；正立方体则介于两者之间，即使是采用球体计数器，当接收点离声源较近时，也应对直达声和前次反射声进行平面波修

正。接收体的尺寸愈大，接收到的粒子数愈多，精度就高，但所得结果实际上为接收体范围内的平均值；接收体小，接收到的粒子数少，受统计偏差的影响，精度就下降。一般来说，若声源发出1万到10万个粒子，1米尺度的计数器能满足精度的要求。对于好的PC机，运行一次的时间约在10小时以内。

2.5 粒子路径的模拟

若粒子运行的方位角和高度角分别为β和θ，则方向余弦为

$$C1=\sin\theta\cos\beta$$
$$C2=\sin\theta\sin\beta$$
$$C3=\cos\theta$$

粒子运行的直线方程，可通过一已知点和方向余弦来确定。

对于均匀辐射的点声源，若R_1、R_2为区间[0,1]上的两随机数，由前面的分析可知，其方向余弦为：

$$C1=\sin\theta\cos\beta$$
$$=\{4R_1(1-R_1)\}^{1/2}\cos(2\pi R_2)$$
$$C2=\sin\theta\sin\beta$$
$$=\{4R_1(1-R_1)\}^{1/2}\sin(2\pi R_2)$$
$$C3=\cos\theta=1-2R_1$$

再由声源坐标(x_0 y_0 z_0)可求出声源发出粒子的直线方程。

如果声波在平面上发生散射，建立一个Z′轴与平面垂直且指向室内一侧的新坐标系，对于理想的扩散反射，其声强按cosθ′分布，于是有

$$\sin\theta'=\sqrt{R_1}$$
$$\cos\theta'=\sqrt{1-R_1}$$
$$\beta'=2\pi R_2$$

进而可确定方向余弦的大小。不同坐标系中的方向余弦，需通过坐标变换矩阵进行变换。

图1为室内声场模拟的程序框图。

2.6 误差分析

假若我们的目的是求某点的声级的大小，则以该点为球心，作一小球面，该球面内接收到的粒子数为n，声源总粒子数为N，声源声功率为W，则该点的声强近似为：

$$I=nW/(N\triangle V)\qquad \triangle V\text{为球体积}$$

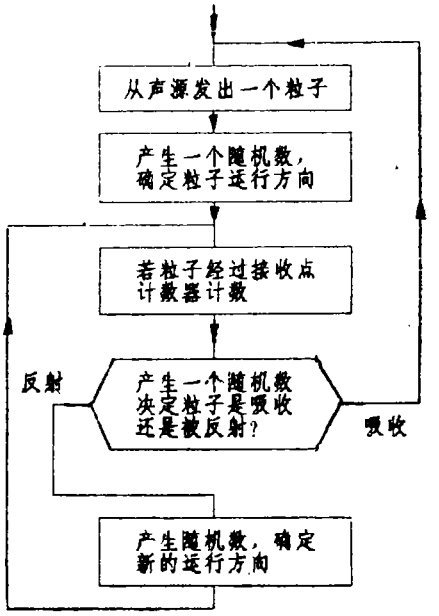


图1 声场模拟程序框图

很显然，不同的模拟过程，结果会略有不同。对于不同的总粒子数N，结果也会发生变化。但当$N\to\infty$时，误差肯定为0。若假定接收点粒子数的涨落服从波尔兹曼分布，那么标准偏差将为：

$$SE\propto 1/\sqrt{N}$$

即与粒子数的平方根成反比。

3 模拟计算

为了检验程序的有效性，作者在计算机上对同济大学声学所的混响室进行了模拟计算，混响室尺寸为8.6m×6.8m×5.4m。为了方便起见，假定混响室的六个面都为平面，声波在室内各平面上的扩散反射声波的能量按余弦定律分布，即：

$$I=I_0\cos\theta$$

其中，θ为反射方向与墙面内法线方向的夹

角。声源为各向同性的点声源。选取地面中点为坐标原点，垂直向上为Z轴，长边为X轴，短边为Y轴。

作者计算了混响室中声场的平均自由程、能量脉冲响应、衰减曲线及混响时间。

3.1 平均自由程

平均自由程是大量粒子长时间的自由路程的平均，理论上已经证明[5][6]，当声波在室内作镜面反射或在墙壁上作理想的扩散反射时(反射声能按余弦分布)，其平均自由程为$4V/S$，V为体积，S为室内总表面积。对于混响场，由于粒子是各态历经的，平均自由程也应等于大量粒子一次反射的自由程的平均或一个粒子多次反射的自由程的平均。

对于同济大学的混响室，平均自由程的理论值为4.46m，利用上述程序，可计算出镜面反射的平均自由程为4.44m，比理论值小0.5%，扩散反射的平均自由程为4.45m，比理论值小0.2%。作者同时计算了脉冲点声源(声源位置为2.15,0.2,7)在各次反射内的平均自由程(图2)。从图中可看出，对于镜面反射，同一次反射内的自由程的平均值大于理论值，说明镜面反射所形成的声场不满足混响场的要求；对于散射墙面，大致在理论值上下波动。

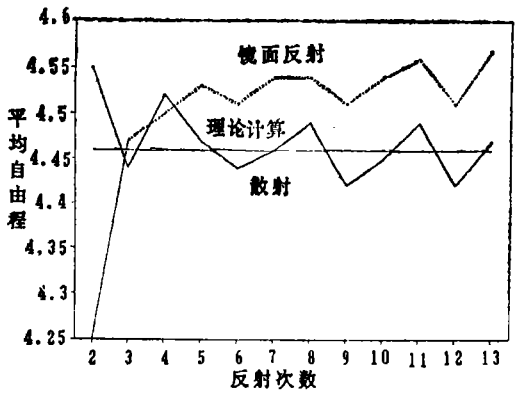


图2 脉冲点声源各次反射内自由程的平均值

3.2 脉冲响应

设点声源的位置坐标为(4.0,3.1,5.1)，测点的坐标为(0.0，0.0，1.5)在测点处设一计数器，该计数器为1m半径的球。当粒子穿过球体时，与球心有一最小距离，计数器记录下球半径与此最小距离的差值。考虑到直达声和前次反射声穿过球体时不是平面波，对它们需作平面波修正。计数器记录的数据按时间先后存放，时间间隔为1ms，最后对各时间段内的数据，相对于直达声进行归一，即可求出混响室的能量脉冲响应曲线。墙面吸声系数为0.01，声波作扩散反射时的能量脉冲响应曲线如图3所示。

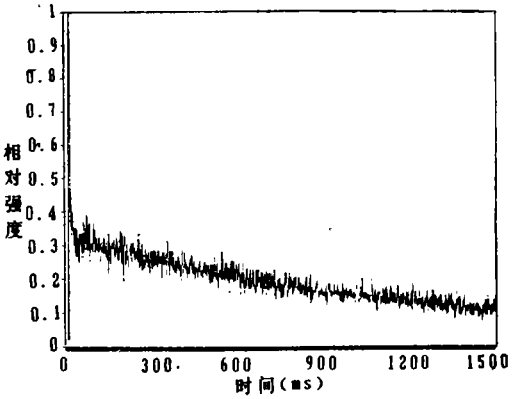


图3 能量脉冲分布曲线，表面吸声系数为0.01，时间间隔为1ms，声源发出的粒子数为10000个。

3.3 衰减曲线

若能量脉冲函数为$h(t)$，则声场的衰减曲线可通过下式求得：

$$E(t)=\int_t^{\infty} h(t)\mathrm{d}t$$

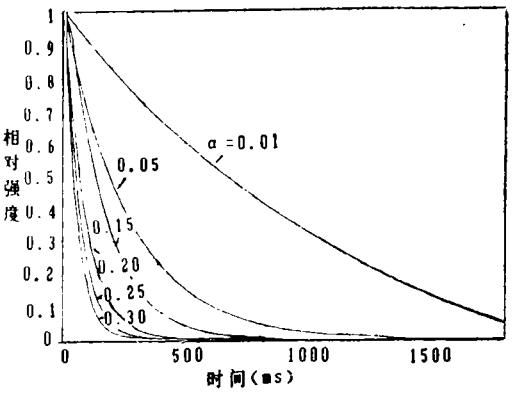


图4 声场衰减曲线。自上往下各条曲线分别对应吸声系数为：0.01，0.05，0.15，0.20，0.25，0.30。

图 4 为一组衰减曲线。将计算结果按指数衰减曲线$y(t)=e^{b-at}$进行回归，求出常数a和b，即可计算出混响时间和吸声系数，计算结果如表 1 。计算机模拟结果与理论值基本相符。

表 1 混响时间、吸声系数计算值

	混响时间计算值	吸声系数计算值	吸声系数设定值
曲线 1	17.9	0.01	0.01
曲线 2	3.6	0.05	0.05
曲线 3	1.12	0.16	0.15
曲线 4	0.85	0.21	0.20
曲线 5	0.66	0.27	0.25
曲线 6	0.56	0.32	0.30

4 结论

声线跟踪法与Monte Carlo方法相结合，不仅能模拟室内声场的镜面反射，还能模拟声波在墙面上的扩散反射，编制的计算机模拟程序，原理简单，占用内存少，计算精度满足工程要求，适合于模拟计算各类厅堂及工厂车间内的声场分布。

本文是在导师王季卿教授的指导下完成的，特此致谢！

参考文献

1.贺加添.可听声声场模拟技术. 声学技术，1993，12(4)：2～25

2.J.H.Rindel and G. Naylor. Computer modelling of sound fields in rooms——the state of the art and outlook to the future. ICA Bejing, 1992, paper F2-1

3.L. Shao. Generation of an arbitrary virtual auditory environment by use of a Monte Carlo method. ICA Beijing,1992, paper F6-8

4.Averill M. Law simulation modeling and analysis. McGraw-Hill comp. 1983.

5.H. Kuttruff. Letters to the editors Acoustica 1970, 23:238

6.C. W. Kosten The mean free path in room acoustics. Acoustica,1960, 10:245

（上接110页）

右，按分散棋格式（吸声体投影面积占治理面积的40%～50%）布置吸声效率最高。

2.角锥吸声体中，I 型方锥形吸声体(尺寸：底面600mm×600mm，高250mm)的吸声效果最好，尤其是在中高频时具有较高的吸声量，吸声系数可达2.97。

3.I 型方锥吸声体的吸声效率明显优于Ⅳ型矩形吸声体，用 I 型方锥吸声体比用Ⅳ型矩形吸声体可节省50%左右的材料和投资而取得基本相同的吸声降噪效果。

参考文献

1.赵松龄. 噪声的降低与隔离. 同济大学出版社，1985

2.章奎生. 空间吸声体降噪工程技术经济效益的综合评价与探讨. 噪声与振动控制，1987，1(1)：13

3.华东师范大学数学系. 概率论与数理统计教程. 高等教育出版社，1983：7～8