

扭转振动压电超声换能器的研究

林书玉

(陕西师范大学应用声学研究所,西安·710062)

本文对夹心式复合结构压电超声扭转振动换能器进行了系统的理论研究,该换能器由两段金属直圆棒及切向极化的压电陶瓷圆片堆复合而成,文中首先研究了切向极化压电陶瓷细长管的扭转振动特性,推出了其机电等效电路,并提出了压电陶瓷细长管截面扭转系数的概念。在此基础上,利用网络理论研究了切向极化压电陶瓷圆片堆的扭转振动,并导出了陶瓷晶堆中等效扭转声速的具体表达式。最后,推出了由两段金属圆棒及陶瓷晶堆组成的复合式扭转振动压电超声换能器的共振频率方程,为此类换能器的设计及计算提供了理论依据。

关键词: 复合结构换能器,扭转振动,切向极化,共振频率,机电等效电路,截面扭转系数。

Study on the piezoelectric torsional transducer

LIN Shuyu

(Applied Acoustics Institute, Shanxi Teachers University, Xian · 710062)

In this paper, I studied the composite torsional transducer which consists of the piezoelectric ceramic pile of circular pipes, the front and the back metal cylinders. First, the torsional vibration of the tangentially polarized piezoelectric ceramic slender pipe is analyzed, the electromechanical equivalent circuit is derived and the concept of the cross sectional torsional coefficient is proposed. Then, based on the equivalent circuit, the torsional vibration of the tangentially polarized piezoelectric ceramic pile is studied by means of the network theory and the equivalent torsional sound speed in the pile is obtained. At last the resonance frequency equation of the composite torsional transducer is derived, which can be used to design the torsional transducer for different applications.

Key words: composite transducer, torsional vibration, tangential polarization, resonance frequency, electromechanical equivalent circuit, cross sectional torsional coefficient

1 引言

换能器的性能特性研究,是超声技术中至关重要的问题。在不同的超声应用技术中,换能器的种类及振动模式是不相同的。在现

有的关于超声换能器的设计理论中,^[1-4]纵向振动换能器、径向振动换能器以及弯曲振动模式换能器的设计理论基本成熟,并已在超声清洗,超声加工以及超声检测和探伤等技术中获得了广泛的应用,随着超声技术的

不断发展,一些新的超声应用领域得到了越来越多的重视,例如超声电机以及超声旋转加工。在这些超声应用技术中,超声换能器的振动模式是扭转振动或者是纵扭复合振动,关于扭转振动,传统的产生方式是利用振动模式的转换,即把纵振动换能器的能量通过一定的方式转变为扭转振动^[5],但由于此种结构形式的换能器不但体积大,而且振动能量的转换效率太低,因此至今尚未得到广泛的应用,本文从一维扭转振动理论出发,对于由切向极化压电陶瓷晶堆与金属直棒组成的复合结构扭转振动换能器进行了研究,所得结论对于此类换能器的优化设计,以及振动特性研究具有理论指导意义。

2 切向极化压电陶瓷细长管和扭转振动

令压电陶瓷细长管的高度及内外半径分别为 h, b 和 a , 在圆柱坐标系下, 利用平面波近似理论, 管中的切向应变 $\epsilon_{\theta z}$ 与扭转角位移 φ 的关系为

$$\epsilon_{\theta z} = r(\partial\varphi/\partial z) \quad (1)$$

此时, 压电方程可化为以下形式

$$\epsilon_{\theta z} = S_{\theta z}^D T_{\theta z} + g_{11} D_z \quad (2)$$

$$E_z = -g_{11} T_{\theta z} + \beta_{11}^T D_z \quad (3)$$

式中, E_z 和 D_z 为电声强度及电位移, $T_{\theta z}$ 为切向应力, $S_{\theta z}^D, g_{11}$ 及 β_{11}^T 分别为弹性柔顺常数, 压电电压常数及自由介电隔离率。压电陶瓷圆管中的扭转力矩 M 为

$$M = \iint_S r T_{\theta z} dS \quad (4)$$

式中 $S = \pi(a^2 - b^2)$ 为管的截面积, 把(2)式代入(4)式可得

$$M = I_p (\partial\varphi/\partial z) / S_{\theta z}^D - g_{11} D_z W / S_{\theta z}^D \quad (5)$$

式中, $W = \iint_S r dS, I_p = \iint_S r^2 dS$ 。利用力矩平衡方程, 可得以下运动方程

$$\partial^2 \varphi / \partial z^2 = c_t (\partial^2 \varphi / \partial z^2) \quad (6)$$

式中 $c_t = [1 / (S_{\theta z}^D \rho)]^{1/2}$ 称为细管中的扭转声速。 ρ 为陶瓷体密度。令 $\varphi = \Phi(z) \exp(j\omega t)$, (6)式可化为

$$\frac{d\Phi(z)}{dz^2} + k_t^2 \Phi(z) = 0 \quad (7)$$

式中 $k_t = \omega / c_t$ 称为波数, 利用(7)式的解, 角位移 φ 可表示为,

$$\varphi = \frac{\varphi_1 \sin[k_t(h-z)] + \varphi_2 \sin(k_t Z)}{\sin(k_t h)} \quad (8)$$

式中 φ_1 及 φ_2 分别为压电陶瓷细管两端的扭转角位移, 即 $\varphi|_{z=0} = \varphi_1; \varphi|_{z=h} = \varphi_2$ 。令细管两端的外加力矩分别为 M_1 及 M_2 , 即 $M|_{z=0} = -M_1, M|_{z=h} = -M_2$, 利用(5)及(8)式可得,

$$M_1 = Z_1 [\dot{\varphi}_1 \cos(k_t h) - \dot{\varphi}_2] / [j \sin(k_t h)] + g_{11} D_z W / S_{\theta z}^D \quad (9)$$

$$M_2 = Z_1 [\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 \cos(k_t h)] / [j \sin(k_t h)] + g_{11} D_z W / S_{\theta z}^D \quad (10)$$

式中 $\dot{\varphi}_1 = j\omega\varphi_1, \dot{\varphi}_2 = j\omega\varphi_2, \dot{\varphi}_1$ 及 $\dot{\varphi}_2$ 分别为陶瓷管两端的扭转角速度, $Z_i = \rho c_t I_p$, 另外, 由(2)和(3)式可得

$$E_z = -(g_{11} / S_{\theta z}^D) \epsilon_{\theta z} + \bar{\beta}_{11}^T D_z \quad (11)$$

式中, $\bar{\beta}_{11}^T = \beta_{11}^T + g_{11}^2 / S_{\theta z}^D$ 。利用(1)式并积分(11)式可得

$$E_z = -[g_{11} W / (S_{\theta z}^D S)] (\partial\varphi/\partial z) + \bar{\beta}_{11}^T D_z \quad (12)$$

令压电陶瓷管两端的电压为 v , 由(12)式可得

$$v = \int_0^h E_z dz = -[g_{11} W / (S_{\theta z}^D S)] (\varphi_2 - \varphi_1) + \bar{\beta}_{11}^T D_z h \quad (13)$$

令流过振子的电流为 I , 由 $I = j\omega D_z S$ 及(13)式可得,

$$I = j\omega C_0 v - n (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \quad (14)$$

式中, $C_0 = S / (\bar{\beta}_{11}^T h)$ 称为钳定电容, $n = g_{11} \cdot W / (S_{\theta z}^D \beta_{11}^{-T} h)$ 称为机电转换系数, 利用(13)及(14)二式, (9), (10)二式可化为以下形式

$$M_1 = \left[\frac{Z_1}{j \sin(k_t h)} - \frac{n^2}{j \omega C_0} \right] (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + j Z_1 \operatorname{tg}(k_t h / 2) \dot{\varphi}_1 + n v \quad (15)$$

$$M_2 = \left[\frac{Z_1}{j \sin(k_t h)} - \frac{n^2}{j \omega C_0} \right] (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - j Z_1 \operatorname{tg}(k_t h / 2) \dot{\varphi}_1 + n v \quad (16)$$

利用(14)~(16)3式可得切向极化压电陶瓷

细管扭转振动的等效电路如图 1, 图中 $Z_1 = jZ_i/\text{tg}(k, h/2)$, $Z_2 = Z_i/\text{jsin}(k, h)$

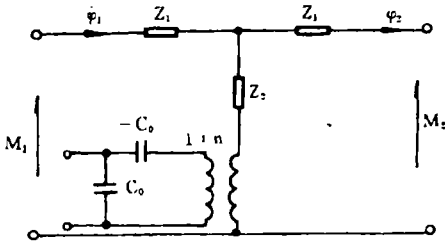


图 1 切向极化压电陶瓷细管扭转振动的等效电路

3 切向极化压电陶瓷晶堆的扭转振动

在复合结构扭转振动换能器中, 陶瓷晶堆是由偶数个相同的陶瓷圆管组成, 它们在机械上是串联的, 而在电端却是并联的。由图 1, 令 $M_1' = M_1 - n\nu$, $M_2' = M_2 - n\nu$, 其机械端的四端网络方程为

$$\begin{bmatrix} M_1' \\ \dot{\varphi}_1 \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} M_2' \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中 $[M] = \begin{bmatrix} \text{chr} & Z_0 \text{shr} \\ \text{shr}/Z_0 & \text{chr} \end{bmatrix}$ 称为传输矩阵, $r = \text{ch}^{-1}(1 + Z_1/Z_2)$ 称为传播常数, $Z_0 = [Z_1 Z_2 (2 + Z_1/Z_2)]^{1/2}$ 称为特性阻抗。令晶堆由 p 块晶片组成, 其两端的外力矩及角速度分别为 $M_0, \dot{\varphi}_0$ 及 $M_p, \dot{\varphi}_p$, 晶堆的网络方程为

$$\begin{bmatrix} M_0' \\ \dot{\varphi}_0 \end{bmatrix} = [M]^p \begin{bmatrix} M_p' \\ \dot{\varphi}_p \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中 $M_0' = M_0 - n\nu$, $M_p' = M_p - n\nu$, $[M]^p = \begin{bmatrix} \text{ch}pr & Z_0 \text{sh}pr \\ \text{sh}pr/Z_0 & \text{ch}pr \end{bmatrix}$, 令晶堆网络的串联及并联阻抗分别为 Z_{1p} 及 Z_{2p} , 因此 $[M]^p$ 可表示为

$$[M]^p = \begin{bmatrix} 1 + Z_{1p}/Z_{2p} & Z_{1p}(2 + Z_{1p}/Z_{2p}) \\ 1/Z_{2p} & 1 + Z_{1p}/Z_{2p} \end{bmatrix} \quad (19)$$

由此可得

$$Z_{1p} = Z_0 \text{th}(pr/2) \quad (20)$$

$$Z_{2p} = Z_0 / \text{sh}(pr) \quad (21)$$

利用 Z_1 及 Z_2 的表达式, 可得以下二式,

$$\text{sh}(r/2) = j \left[\frac{\sin^2(k, h/2)}{1 - (k_{11}^t)^2 \sin^2(k, h)/(k, h)} \right]^{1/2} \quad (22)$$

$$Z_0 = \rho C_i I_p [1 - k_{11}^t]^2 \frac{\text{tg}(k, h/2)}{(k, h/2)^{1/2}} \quad (23)$$

式中 $k_{11}^t = g_{11} W / (S_{55}^0 \beta_{11}^T S I_p)^{1/2}$ 称为机电耦合系数。令 $\tau = (S I_p / W^2)^{1/2}$, 可得 $\tau = \{9(a^2 + b^2)(a+b)^2 / [8(a^2 + ab + b^2)^2]\}^{1/2}$, τ 称为截面扭转系数, 很显然, 截面扭转系数仅仅与振子的截面形状及尺寸有关。如果 h 远小于扭转波长, 由 (22)、(23) 二式可得,

$$r = jk, h \quad (24)$$

$$Z_0 = \rho c_e I_p \quad (25)$$

式中 $k_e = \omega / c_e$ 称为等效波数, $c_e = c_e [1 - (k_{11}^t)^2]^{1/2}$ 称为扭转振动的等效声速, 把 (24)、(25) 代入 (20)、(21) 二式可得

$$Z_{1p} = jZ_0 \text{tg}(pk, h/2) \quad (26)$$

$$Z_{2p} = Z_0 / \text{jsin}(pk, h) \quad (27)$$

由此可得压电陶瓷晶堆扭转振动的等效电路如图 2 所示。

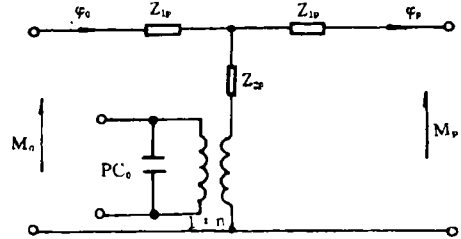


图 2 压电陶瓷晶堆扭转振动的等效电路

4 复合结构扭转振动换能器的频率方程

对于由两段金属圆棒及晶堆组成的扭转振动换能器, 其等效电路如图 3 所示, 其中 Z_{u1} 及 Z_{f1} 为换能器的前后负载阻抗, $Z_{b1} = jZ_b \text{tg}(k_b L_b/2)$, $Z_{b2} = Z_b / [\text{jsin}(k_b L_b/2)]$, $Z_{f1} = jZ_f \text{tg}(k_f L_f/2)$, $Z_{f2} = Z_f / [\text{jsin}(k_f L_f/2)]$, $k_b = \omega / c_b$, $k_f = \omega / c_f$, c_b 及 c_f 为前后金属棒中的扭转声速, L_b 及 L_f 为其长度, $Z_b = \rho_b c_b I_{pb}$, $Z_f = \rho_f c_f I_{pf}$, 如果换能器空载, 则 $Z_{u1} = Z_{f1} = 0$, 此时换能器自由振动。下面针对几种具体的换

能器结构,分别给出自由振动情况下换能器的扭转振动共振频率方程。

其中 $L_{b1} + L_{b2} = L_b$ 。

4.3 扭转角位移节点位于陶瓷晶堆中

在这种情况下,节点把晶堆分为长为 L_{cf} 及 L_{cb} 的两部分,很显然, $L_{cb} + L_{cf} = ph$, 此时,换能器可看为两个 1/4 波长振子,共振频率方程分别为

$$\operatorname{tg}(k_r L_{cf}) \operatorname{tg}(K_f L_f) = \rho c_e I_p / (\rho_f c_f I_{pf}) \quad (32)$$

$$\operatorname{tg}(k_r L_{cb}) \operatorname{tg}(k_b L_b) = \rho c_e I_p / (\rho_b c_b I_{pb}) \quad (33)$$

5 结论

本文研究了由两段金属圆棒与切向极化晶堆构成的复合结构扭转振动换能器的振动特性,推出了换能器的共振频率方程,得出了换能器各部分的等效电路,以及机电耦合系数和截面扭转系数的具体表达式,当换能器的频率给定后,就可以得出其长度,因此就可以对换能器进行不同频率及不同尺寸的设计,以适合各种不同的应用场合。为此类换能器的工程设计提供了理论依据。

参考文献

- 1 陈桂生. 超声换能器设计. 北京:海洋出版社,1984.
- 2 栾桂冬等. 压电换能器和换能器阵. 北京:北京出版社,1990
- 3 袁易全. 超声换能器. 南京:南京大学出版社. 1992.
- 4 姜健等译. 超声波焊接. 北京:国防工业出版社,1963.
- 5 L. D. Rozenberg. Sources of high-intensity ultrasound. New York: Plenum Press, 1969.

35 (12):1661~1669

3. 袁易全、雷家煜、姚治国. 近代声学基阵原理及其应用. 南京大学出版社,1994
4. G. L. Carter. Passive ranging errors due to receiving hydrophone position uncertainty. J. Acoust. Soc. Am. 1979, 65(2):528~530

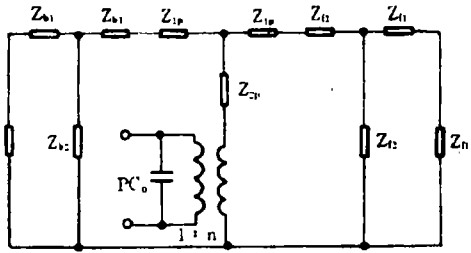


图3 复合结构扭转振动换能器的等效电路

4.1 扭转角位移节点位于金属直棒与陶瓷晶堆的交界面处。

此时,换能器由一个 1/4 波长的金属直棒与一个 1/4 波长的换能器振子组成,对于扭转振动的 1/4 波长金属直棒,其共振频率方程为

$$L_b = \lambda_b / 4 \quad (28)$$

式中 λ_b 为金属直棒中扭转波的波长。对于另外 1/4 波长的扭转振子,其共振频率方程为,

$$\operatorname{tg}(k_r ph) \cdot \operatorname{tg}(k_f L_f) = \rho c_e I_p / (\rho_f c_f I_{pf}) \quad (29)$$

4.2 扭转角位移节点位于金属直棒中

此时,半波扭转变换器也可看成两个 1/4 波长振子,其一是 1/4 波长的金属直棒,另一个是由两段金属棒及陶瓷晶堆组成的 1/4 波长振子。其共振频率方程分别为

$$L_{b1} = \lambda_b / 4 \quad (30)$$

$$\frac{Z_f}{Z_b} \operatorname{tg}(k_f L_f) \cdot \operatorname{tg}(k_b L_{b2}) + \frac{Z_f}{Z_0} \operatorname{tg}(k_f L_f) \cdot \operatorname{tg}(k_r ph) \frac{Z_0}{Z_b} \operatorname{tg}(k_r ph) \cdot \operatorname{tg}(k_b L_{b2}) = 1 \quad (31)$$

(上接第 104 页)

参考文献

1. 郑兆宁、向大威. 水声信号被动检测与参数估计理论. 科学出版社,1983
2. J. O. Smith and J. S. Abel. Closed-form least - squares source location estimation from range-difference measurements IEEE Tran. ASSP