

# 用高频近似计算结构体辐射声场\*

汪鸿振 冯革楠

(上海交通大学振动冲击噪声研究所·200030)

本文对高频段( $ka > 5$ )结构体辐射声场用高频近似即所谓平面波近似方法来计算。该方法不但避免了通常所用的边界元法(Boundary Element Method, 简称 BEM 法)计算结构体辐射声场出现的 3 个问题: (1) 不光滑点处的  $C(P)$  因子计算, (2) 奇异积分, (3) 特征频率处解的非唯一性, 而且该方法精度较高, 计算量小, 便于微机计算。

关键词: 高频近似, 辐射声场

## Calculating structural radiation sound field by using high frequency approximation

WANG Hongzhen FENG Genan

(The Institute of Vibration, Shock and Noise Research

Shanghai Jiao Tong University · 200030)

In this paper, the structural radiation sound field in the high frequency band( $ka > 5$ ) is calculated by using high frequency approximation i. e., surface wave approximation. This method avoids three problems associated with the use of Boundary Element Method. They are (1) The calculation of  $C(p)$  factor at the non-smooth point, (2) Singular integration, (3) nonuniqueness of solution at the characteristic frequency. This method also has the advantages of high accuracy, small calculation amount and easy calculation at the personal computer.

**Key word:** high frequency approximation, radiation sound field

### 1 引言

近 10 年来结构体辐射声场的计算, 大多采用 BEM 法<sup>[1-4]</sup>。尽管 BEM 较其它数值计算方法(如有限元法, 边界配置法等)有其独特优点, 但用 BEM 不可避免要碰到如下 3 个问题: (1) 不光滑点处的  $C(P)$  因子计算, (2) 奇异积分, (3) 特征频率处解的非唯一性。这些问题处理得好坏直接影响计算精度, A. F. Seyber, L. W. Mayer 给出不光滑点处

$C(P)$  因子的计算公式<sup>[1,2]</sup>, L. W. Mayer 提出一种降低奇异积分阶数的方法<sup>[2]</sup>, Burron 和 Schenck 分别提出 CHIEF 法(Combined Helmholtz Integral Equation Method)<sup>[3]</sup>和 GHIEF 法(Gradient Helmholtz Integral Equation)法<sup>[4]</sup>处理特征频率问题。以上处理方法也只是部分地解决了 BEM 法计算出现的问题, 特别是当计算的频率较高时, 无论用 CHIEF 法或 GHIEF 法处理都额外增加许多计算量, 这样一般微机(如 IBM-PC 机)受容量限制而无法计算。

\* 收稿日期: 1995-11

本文对高频段( $ka \gg 5$ ) 结构体辐射声场计算用高频近似方法, 在已知结构体表面速度场的情况下近似地直接计算出结构体表面声场, 然后用边界积分方程计算外场点处的声场, 从而避免了  $C(P)$  因子的计算、奇异积分和特征频率的处理。

## 2 高频近似计算

结构体辐射声场的计算一般基于 Helmholtz 积分方程<sup>[1]</sup>:

$$C(P)\phi(P) = \int_S [\phi(Q) \frac{\partial \psi}{\partial Y}(P, Q) - \psi(P, Q) \frac{\partial \phi}{\partial Y}(Q)] ds(Q) \quad (1)$$

其中  $S$  为结构体表面,  $Y$  为面  $S$  的外法线方向。  $\phi$  为速度势,  $P$  为参考点,  $Q$  为结构体表面上的点。  $\psi = e^{-ikR(P, Q)} / R(P, Q)$

$$C(P) = \begin{cases} 4\pi & \\ 0 & \\ 4\pi + \int_S \frac{\partial (1/R)}{\partial Y} dS & \end{cases} \quad (2)$$

用 BEM 计算结构体辐射声场时需引入三角形六节点或四边形八节点等参单元形函数, 令:

$$H_{m\alpha}(i) = \int_S N_{\alpha}(\xi) \frac{\partial \psi}{\partial Y} J d\xi \quad (3)$$

$$G_{m\alpha}(i) = \int_S N_{\alpha}(\xi) \psi J d\xi$$

下标  $m\alpha$  表示第  $m$  个单元中的  $\alpha$  节点,  $J$  为变换雅可比行列式。经过变换可将表面边界积分方程(1)化成 1 维线性方程组, 1 为结构体表面节点总数(变换的详细过程参见[1])

$$[H][\phi]^T = [G][\partial\phi/\partial Y]^T \quad (4)$$

其中  $[H][G]$  为  $H_{m\alpha}^{(i)}$  及  $G_{m\alpha}^{(i)}$  组成的系数矩阵。

当参考点  $P$  在结构表面且  $P \rightarrow 0$  时,  $R(P, Q) \rightarrow 0$ ,  $G_{m\alpha}(i)$ ,  $H_{m\alpha}(i)$  中就会出现一阶或二阶奇异积分, 在特征频率附近用方程(4)计算的表面声场解误差较大。

在用 BEM 计算时, 频率高, 结构体表面需划分的单元增多, 参考点  $P$  与高斯积分点

之间距离趋近于零的情况增加很多, 因而奇异积分出现次数也增加很多。另外, 高频段特征频率出现的几率增多, 当结构体为任意形状时特征频率很难确定, 也给处理带来一定困难。奇异积分及特征频率问题都出现在表面边界积分方程中, 为了克服这两个问题现采用高频近似处理代替表面积分方程。

当声波波长比结构体表面上  $P$  点处的曲率半径小很多时,  $P$  点处声压近似等于半径为曲率半径的脉动球表面上的声压, 这样

$$P(P) \cong \rho_0 CV(P) / (1 - i/ka) \quad (5)$$

其中  $P(P)$ ,  $V(P)$  分别为表面  $S$  上  $P$  点处的声压与法向振速值,  $a$  为  $P$  点曲率半径。

这里所说的高频近似, 也就是平面波近似, 它基于如下假设: 当频率足够高时, 结构体的辐射阻抗等于声介质的特性阻抗。

$$P(P) / V(P) = Z_0 = \rho_0 c \quad (6)$$

(6) 式实际上就是(5)式在  $ka \gg 1$  时的近似表达式。根据法向速度定义:

$$V = -(\partial\phi/\partial Y) \quad (7)$$

对谐和波有:

$$P = \rho_0(\partial\phi/\partial t) = i\omega\rho_0\phi \quad (8)$$

结合(6) ~ (8) 式可得到:

$$\phi = (i/K)(\partial\phi/\partial Y) \quad (9)$$

用(9)式来代替表面边界积分方程(1) 直接由结构体表面速度  $(\partial\phi/\partial Y)$  求出表面速度势  $\psi$  或声压  $P$ , 计算结构体外场点时, 只需将(9)式直接代入(1)式即可求得。

对  $ka \gg 1$  这种情况, 按(9)式直接近似求出结构体表面所有节点处的未知值  $\psi$  或计算外场点  $P$  处声场时, 参考点  $P$  与结构体表面任一点都不重合, 计算  $[H]$ 、 $[G]$  矩阵中各元素时, 不可能出现  $R \rightarrow 0$  情况, 不会产生奇异积分, 无需对它进行处理。由于采用高频近似, 直接由表面法向速度计算出表面声场, 不需要采用表面 Helmholtz 积分方程, 在特征频率及特征频率附近, 不会出现“病态”方程组, 无需对特征频率进行处理, 由此可见采用高频近似大大方便了计算。

### 3 理论算例验证及结论

现对脉动球模型用高频近似进行计算,理论上脉动球辐射计算公式为:

$$P = (A/R) e^{i(\omega - kR)} \quad (10)$$

其中:  $A = k \rho c \omega a^2 e^{i(ka + \theta)} / \sqrt{1 + (ka)^2}$ ;

$\theta = \arctg(1/ka)$ ,

$a$  为脉动球的半径,  $k$  为声波波数。

现将脉动球表面划分 16 个单元, 42 节点, 如图 1 所示。

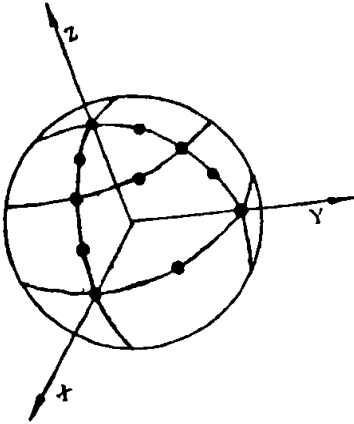


图 1 脉动球节点、单元图

当  $ka = 5$  时, 用高频近似计算结果见图 2, 外场点声压计算最大相对误差为 2.1%。

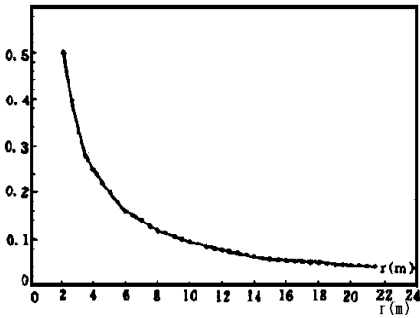


图 2 高频近似法计算  $ka=5$  时的结果

另外, 对  $ka = 5 \sim 11$  情况进行计算, 用表面速度场近似计算表面声压场的误差曲线如图 3。采用 42 节点和 79 节点高频近似计算误差比较如图 4。图中  $ka > 8$  时误差较大是由于脉动球表面划分的节点太少, 当节点增多时计算误差将减小。所有计算在 IBM -

PC/XT 微机上进行。

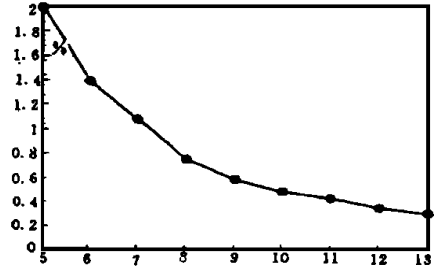


图 3 用高频近似法计算表面声场

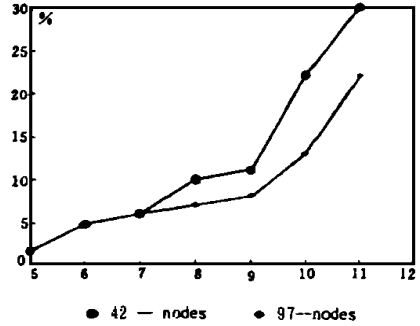


图 4 用高频近似计算  $ka=5 \sim 11$  时的结果

从以上计算结果可以看出本文采用高频近似方法有较高精度, 计算量小, 而且避免 BEM 法计算出现的 3 个问题。

#### 参考文献

1 A. F. Seybert, B. Soenarko, F. J. Rizzo and D. J. Shippy. An advanced computational method for radiation and scattering of acoustic waves in three-dimensions. JASA 1985; 77(2): 362 ~ 368

2 L. W. Mayer, W. A. Bell and B. T. Zinn. Boundary integral solution of three-dimensional acoustic radiation problems. J. S. V. 1978; 59(2): 245 ~ 282

3 H. A. Scheuck Improved integral formulation for acoustic radiation problems JASA 1968; 44(1): 41 ~ 58

4 A. J. Burton and G. F. Miller. The application of integral equation method to the solution of some exterior boundary-value problems Proc. R. Soc. Lond. Ser. A 323, 207 ~ 210, 1970

5 冯革楠. 半无限域中结构体声辐射研究. 上海交通大学硕士论文 1991.