

余弦型和类余弦型超声变幅杆的研究

阮世勋

(佛山大学 广东佛山 · 528000)

本文导出了余弦型纵振变幅杆和扭振类余弦型变幅杆的频率方程及参数的计算式和曲线,对简单型杆及由其与圆柱型段和双曲正割型段组成的复合杆件进行了谐振频率和放大系数测试,实验结果与理论值基本吻合。

关键词: 超声变幅杆, 纵振余弦型, 扭振类余弦型

Study on ultrasonic transformers of longitudinal cosine type and torsional similar-cosine type

RUAN Shixun

(Foshan University · Guangdong Foshan · 528000)

Two new types of ultrasonic transformers—longitudinal cosine type and torsional similar-cosine type are studied. The frequency equations and formulae for calculating the performance parameters and the dimensions of the horns are given. The resonant frequency and amplification of some simple horns of the new types and some complex horns composed by the new tapers and cylinder, or hyperbolic secant taper have been measured. The experimental results basically agreed with theoretical values.

Key words: ultrasonic transformers, longitudinal cosine type, torsional similar-cosine type.

1 引言

指数型、圆锥型、悬链线型和阶梯型纵向振动变幅杆提出和应用已久^[1,2,3],还有不存在拉压应力极大点而有较大形状因数的高斯型以及由反推法得到的同时顾及形状因数和放大系数的傅里叶型杆^[3,5,6]。近年,笔者在前人工作基础上,比较系统地讨论了指数型、类圆锥型、类悬链线型、阶梯型扭振杆(其中类圆锥型和类悬链线型为笔者根据其母线函数特征所命名),推导并提出了双曲正割型扭振杆^[7-12]。本文讨论两种新型变幅杆——余弦型纵振杆和类余弦型扭振杆。

2.1 余弦型纵振杆母线的推导

图1所示纵振变截面杆沿 x 轴的位移 $u(x)$ 的振动方程为。

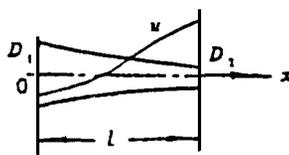


图1 纵振变幅杆

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{2}{D} \frac{dD}{dx} \cdot \frac{du}{dx} + k^2 u = 0 \quad (1)$$

其中 $D(x)$ 为杆件母线函数, $k = 2\pi f / c_l$, f 为

2 理论推导

* 收稿日期: 1996-4-8

频率, c_l 为材料的纵振声速。

$$\text{令 } u = Y e^{\frac{1}{2} \int D \cdot dD / dx dx} = C Y / D \quad (2)$$

其中 C 为常数。则方程(1)变成

$$Y + k^* Y = 0 \quad (3)$$

$$\text{其中 } k^{*2} = k^2 - \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{D} \frac{dD}{dx} \right) + \left(\frac{1}{D} \frac{dD}{dx} \right)^2 \right] \quad (4)$$

当 k^* 为非零常数时, 方程(3)的解可写成函数形式: $Y = A \cos(k^* x + \alpha)$ (5)

方程(1)的解则为

$$u = (A/D) \cos(k^* x + \alpha) \quad (6)$$

其中 A 及下文的 C, C_1, C_2, C_3 均为常数, α 为相角。因此, 能保证 k^* 为非零常数的 $D(x)$ 函数均可作为纵振杆的母线函数。记 $\xi = (1/D)$

$\cdot \frac{dD}{dx}, \eta = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{D} \frac{dD}{dx} \right) + \left(\frac{1}{D} \frac{dD}{dx} \right)^2$, 则 ξ 或 η 为常数均可满足要求, 由 $\zeta = 0, \zeta$ 为非零常数, $\eta = 0$ 以及 η 为正常数, 我们分别可得到阶梯型、指数型、圆锥型、悬链线型变幅杆。当 η 为负常数时, 可得到一种新杆型:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{D} \frac{dD}{dx} \right) + \left(\frac{1}{D} \frac{dD}{dx} \right)^2 = C, \quad (C < 0) \quad (7)$$

$$\text{令 } (1/D) dD/dx = Z \quad (8)$$

方程(7)变成 $dz/dx = C - Z^2 = -(|C| + Z^2)$ 分离变量并整理, 得

$$\frac{1/\sqrt{|C|}}{1 + (Z/\sqrt{|C|})^2} d(Z/\sqrt{|C|}) = -dx$$

积分得: $Z = \sqrt{|C|} \cdot \text{tg}(-x/\sqrt{|C|} + C_1)$ (9)

将(9)代入(8), 积分得

$$\ln D = \ln \left| \cos \left(-x/\sqrt{|C|} + C_1 \right) \right| + C_2$$

$$D = e^{C_2} \cos \left(x/\sqrt{|C|} + C_1 \right) \quad (10)$$

令 $\sqrt{|C|} = \delta, C_1 = 0, e^{C_2} = D_1$, 即得到新型变幅杆母线函数

$$D = D_1 \cos \delta x \quad (11)$$

我们称之为余弦型纵振杆方程(1)的解为

$$u(x) = (A/\cos \delta x) \cos(k^* x + \alpha) \quad (12)$$

其中 $\delta = (1/l) \arccos(1/N)$; $A_1 = A/D_1$ (13)

$$k^* = \sqrt{k^2 + \delta^2} = \sqrt{k^2 + [(1/l) \arccos(1/N)]^2} \quad (14)$$

l 为杆长, $N = D_1/D_2$ 为直径比。

以下讨论余弦型纵振杆和类余弦型扭振杆, 并统称为余弦类变幅杆。

2.2 余弦类变幅杆频率方程和参数计算式

由边界条件和振动方程的解, 容易得到余弦类杆的频率方程和参数计算通式如下:

$$\text{频率方程: } \frac{\delta l}{k^* l} - \text{tg} \delta l \cdot \text{ctg} k^* l - 1 = 0 \quad (15)$$

谐振长度系数:

$$H = kl/\pi = \sqrt{(k^* l)^2 - (\delta l)^2}/\pi \quad (16)$$

$$\text{节点长度系数: } G = (\pi/2) \cdot (H/k^* l) \quad (17)$$

$$\text{放大系数: } M = |\cos k^* l / \cos \delta l| \quad (18)$$

对余弦型杆, M_L 为纵向位移放大系数, 对类余弦型杆, M_θ 为扭角放大系数。

关于应力极大点长度系数 E 的方程为:

$$\text{tg}(k^* l \cdot \frac{E}{H}) = \frac{\delta l}{k^* l} \cdot \text{tg}(\delta l \cdot \frac{E}{H}) + K_E \cdot \left(\frac{\delta l}{k^* l} - \frac{k^* l}{\delta l} \right) \cdot \text{ctg}(\delta l \cdot \frac{E}{H}) \quad (19)$$

对余弦型杆 $K_E = 1/2, E$ 为拉压应力极大点长度系数; 对类余弦型杆 $K_E = 2/3, E$ 为杆外缘剪应力极大点长度系数。形状因数如下余弦型杆: $\varphi_L = 2N_L \cdot \delta l / kl \left[\cos k^* l / \cos(\delta l \cdot E/H) \right] \cdot \sin(\delta l \cdot E/H)$ (20)

类余弦型杆: $\varphi_T = (3/2N_T) \cdot \delta l / kl \left[\cos k^* l / \cos(\delta l \cdot E/H) \right] \cdot \sin(\delta l \cdot E/H)$ (21)

其中 N_L 和 N_T 分别为纵振杆和扭振杆直径比。输入阻抗:

$$\frac{Z_i}{Z_0} = i \frac{k^* l}{kl} \cdot \text{tg} \left[\arccos \left(\frac{\delta l}{k^* l} \cdot \text{tg} \delta l \right) - k^* l \right] \quad (22)$$

3 计算结果

分别以 $\delta l = \arccos(1/N_L)$ 或 $\delta l = \arccos(1/N_T)$ 代入(15)~(22)式, 我们分别得到只含自变量 N_L 或 N_T 的纵、扭振变幅杆的频率方程和参数计算式, 在计算机运算后, 描绘的参数曲线如图2所示。

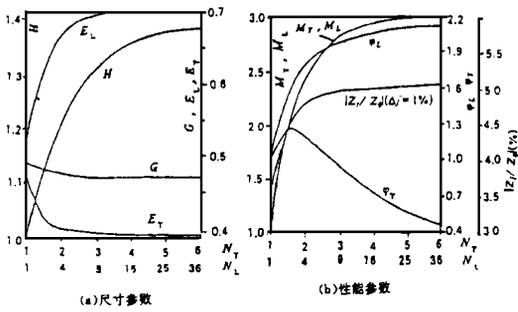


图2 余弦类变幅杆理论参数曲线

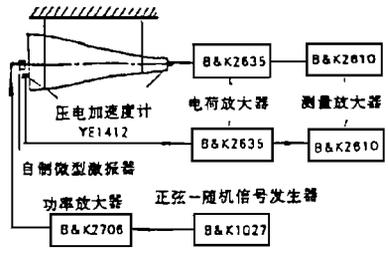
4 实验及结果

用图3所示测试系统,以小信号正弦激励测试以45号钢制成的杆件的谐振频率 f 和放大系数 M_L 和 M_θ 以验证理论推导结果。纵振余弦型杆以两条细棉线水平吊挂,以自制微型电磁激振器在大端面进行非接触激励。微型压电加速度计YE1412水平粘贴于两端面。扭振类余弦型杆以橡皮垂直悬挂,在大端外缘切向安装微型激振器,测放大系数时分别在上下端面外缘切向各安装一只微型加速度计,加速度计中心线分别与杆件两端面相平。测试谐振频率,纵、扭振杆均在大端面靠近中心轴处安装一只加速度计。

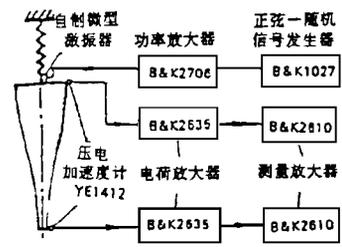
正弦-随机信号发生器B&K1027和功率放大器B&K2706输出正弦电信号给激振器进行电磁激励, YE1412加速度计测得的振动信号经电荷放大器B&K2635放大后,送给测量放大器B&K2610计量输出。杆件谐振时, B&K2610的读数最大,这时可从B&K1027读取其谐振频率,放大系数则由两端的B&K2610输出电压值算出。

表2 简单型杆实验结果

序号	谐振频率(Hz)			放大系数		
	理论值 f_t	实验结果 f_e	$\frac{f_e - f_t}{f_t}$ (%)	理论值 M_d	实验结果 M_t	$\frac{M_e - M_t}{M_t}$ (%)
1	28000	27660	- 1.21	2.48	2.25	- 9.27
2	20000	19573	- 2.13	2.48	2.33	- 6.05
3	20000	20369	+ 1.85	2.96	2.88	- 2.70



(a)纵振杆测试系统



(b)扭振杆测试系统

图3 谐振参数测试系统

表1 被测简单型杆尺寸

序号	纵或扭振杆	D_1 (mm)	N	I
1	纵	$\Phi 2$	4	112.96
2	扭	$\Phi 2$	2	98.23
3	扭	$\Phi 2$	4	109.70

表1和表2为余弦类简单型杆试件尺寸及实验结果,表3和表4则为由余弦类杆和双曲正割型、圆柱型等杆组成的复合杆的尺寸及实验结果。实验结果与理论值基本一致。

实验数据相对误差,谐振频率不大于2%,放大系数不大于13%,计及由于附加加速度计质量的影响,对于谐振频率测试误差估计不大于6%,对于放大系数测量误差估计不大于15%。实验装置安装、实验方法及分析细节可参看文献[13]。

表3 被测复合杆尺寸

序号	图示	纵或扭振杆	D_1 (mm)	N	l_1 (mm)	l_2 (mm)	l_3 (mm)
1**		扭	$\phi 4$	$N_1 = D_1/D_2 = 1.5$ $N_2 = D_2/D_3 = 2.5$	28.56	69.76	14.44
2		扭	$\phi 4$	$N_1 = 1.5$ $N_2 = 2.5$	31.14	67.51	16.05
3		纵	$\phi 3$	4	30	78.78	30
4		纵	$\phi 8$	6.76	37.14	67.34	37.14
5		扭	$\phi 3$	2.6	35.87	65.07	35.89
6		纵	$\phi 2$	4	0	62.18	58.50
7		扭	$\phi 2$	2	0	38.62	36.34
8		扭	$\phi 3$	4	0	55.05	40.38

* * 对于 1, 2 号杆, l_2 为类余弦型, l_1 为双曲正割型杆; 3 ~ 8 号杆, l_1 和 l_3 为圆柱型, l_2 为余弦型或类余弦型杆。

表4 复合杆实验结果

序号	谐振频率(Hz)			放大系数		
	理论值 f_t	实验结果 f_e	$\frac{f_e - f_t}{f_t}$ (%)	理论值 M_t	实验结果 M_e	$\frac{M_e - M_t}{M_t}$ (%)
1	20000	19733	- 1.33	10.55	10.31	- 2.27
2	18000	17883	- 0.65	10.55	10.13	- 3.98
3	26000	25688	- 1.20	5.38	5.26	- 2.20
4	28000	27573	- 1.50	13.84	13.20	- 4.60
5	18000	17898	- 0.57	13.84	13.87	+ 0.27
6	20000	19837	- 0.80	10.61	10.85	+ 2.30
7	20000	19796	- 1.02	10.61	10.25	- 3.40
8	19000	19014	+ 0.07	167.27	147.44	- 12.31

143 ~ 160

3 林仲茂, 超声变幅杆的原理和设计, 科学出版社, 1987

4 E. Eisner and J. S. Seager, Ultrasonics, 1965; 3, 88 ~ 98

5 E. Eisner, J. A. S. A. 1963; 35: 1367 ~ 1377

6 C. W. Draper and G. M. Rosenlatt, Ultrasonics, 1981; 19: 42 ~ 43

7, 8 阮世勋, 广西大学学报, 1984, 9(1), 55-64; 1991; 16(4): 46 ~ 51

9, 10, 11 阮世勋, 应用声学, 1982, 1(4), 23-28; 1986; 5(2): 22 ~ 28; 1989; 8(3): 25 ~ 33

12 阮世勋, 声学学报, 1994; 19(6): 444 ~ 449 (中文版) 或 1994; 13(2): 141 ~ 147(英文版)

5 结 语

总的说来, 简单余弦型纵振杆适合于形状因数要求非常大的场合。但简单类余弦型扭振杆因为形状因数和放大系数均不比其它杆大, 故不推荐作为简单型杆使用。但余弦类杆在与其它形状杆件组成复合杆时允许的直径比范围大, 与圆柱型、双曲正割型等杆可组成许多性能很好的复合杆。因此, 余弦类杆是一种有用的变幅杆。

参考文献

1 Л. Г. Меркулов, Акуст. ж. 1957; 3, 230 ~ 238

2 E. Eisner, Brit. J. Appl. phys. 1960; 11,