

图2 不同听力的 S-N 关系

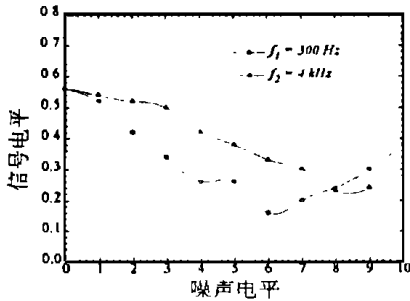


图3 不同信号频率的 S-N 关系

(2) 感知噪声中信号的能力与信号频率有关。图3为同一受检者, 设置相同阈值 ( $V_T = 5$ ) 时, 信号频率为  $f_1 = 300\text{Hz}$  和  $f_2 = 4\text{kHz}$  时的 S-N 关系。在相同噪声级  $N_M$  时, 低频 ( $f_1$ ) 信号比高频 ( $f_2$ ) 信号的信噪比  $S_M/N_M$  较小, 可见感知在噪声背景下的低频信号的能力较强。

## 4 讨论

该实验装置可模拟耳听觉阈检功能, 并可提供不同信噪比的音频信号, 用以测量脑对噪声中微弱

信号的感觉能力。实验结果表明, 这种能力与年龄、听力有关, 与信号频率关系更密切, 在有噪声时比无噪声时要强, 脑感知微弱信号有赖于噪声。

脑感知背景噪声中某频率信号时, 需要最佳的信噪比 (SNR) 和噪声级  $N$ 。听力较强者优先, 其合适的信噪比较低, 这与噪声和弱信号发生随机共振的 SNR-N 关系较一致<sup>[2]</sup>。

当噪声与信号发生随机共振时, 概率最大的是与信号频率较一致的谐波成分, 由于白噪声的功率谱 (PSD) 中, 低频分量比高频分量的密度高<sup>[2]</sup>, 因而由随机共振使信号达到听阈值, 低频比高频的信噪比低。可见上述结果与随机共振理论并不矛盾<sup>[3,4]</sup>。

该实验结果为若干个例测量所得, 可能存在一定的随机性, 脑在背景噪声中提取信号能力的特征规律, 还有待样本研究。虽然结果与随机共振理论有一致之处, 但有关这种作用机理尚待深入研究, 其研究结果可能成为一种新的应用基础。

南京半导体特种器件厂徐延陆高级工程师为本实验提供了特种器件, 对他的大力支持表示感谢。

### 参考文献

- 1 Wayne Garver and Frank Moss. Scientific American. 1995; Aug. 84 ~ 86
- 2 胡岗. 随机动力和非线性系统. 上海科技教育出版社, 上海, 1994: 220 ~ 254
- 3 K. Wiesenfeld & F. Moss. Nature, 1995; 373: 33 ~ 36
- 4 W. Wang and Z. D. Wang. Phys. Rev. 1997; E55 (6): 1 ~ 6

# 超声场的衍射和非衍射特性的研究

张宇 杜功煊

(南京大学声学研究所 近代声学国家重点实验室 南京 · 210093)

## 1 引言

众所周知, 超声应用的迅速发展对超声场提出不少要求, 无论是线性还是非线性超声场, 衍射是它们的主要特性。活塞式声源和 Gauss 型声源辐射的声场是典型的衍射声场, Gauss 型声场可用解析式表达, 给声场的分析带来很大方便, 因而受到重视<sup>[1]</sup>。近年来一种同样可以解析表达, 但具有非衍射特性的 Bessel 声场的出现和研究更引起超声工作者的兴趣<sup>[2]</sup>。有意义的是, 如果我们将 Gauss 函数与 Bessel 函数相乘而得到的 Gauss-Bessel 函数作为一

种声源分布时, 同样也可获得一种新的可解析的超声声场。因此研究这种特殊超声场对于了解声场的衍射和非衍射特性及它们之间的相互影响具有重要意义。

## 2 理论

考虑衍射和非线性效应的有限声束超声场可以用 KZK 方程来描述(为了简化分析, 这里忽略了媒质的吸收):

$$4\partial^2 p / \partial \omega \partial \tau - \overline{\tau}^{-2} \overline{p} = D_0 \partial^2 (\overline{p})^2 \partial \tau^2 \quad (1)$$

其中  $\tau = \omega(t - \frac{r}{c_0})$ ,  $\overline{p} = \frac{p}{\rho_0 c_0 U_0}$ ,  $\sigma = \frac{r}{r_0}$ ,  $r_0 = \alpha^2 \omega / 2c$ ,  $D_0$

$= 2r_0/l_D, U_0$  为参考质点振速,  $a$  是参考距离,  $r_0$  是 Rayleigh 距离,  $l_D$  为平面波间断距离,  $r$  为轴向距离,

$\xi$  为径向距离,  $\nabla^2 = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi \frac{\partial}{\partial \xi})$ .

应用逐级近似法, 即设  $\bar{p} = \bar{p}_1 + \bar{p}_2 + \dots$  这里  $\bar{p}_1, \bar{p}_2$  分别表示一阶, 二阶近似解, 代入(1)式得:

$$4\bar{\sigma} \bar{p}_1 / \partial \sigma \partial \sigma - \nabla^2 \bar{p}_1 = 0 \quad (2)$$

$$\text{和 } 4 \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial \sigma \partial \sigma} - \nabla^2 \bar{p}_2 = \frac{D_0}{2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \cdot \bar{p}_1^2 \quad (3)$$

对于声源分布为 Gauss-Bessel 函数, 即  $q(\xi) = \exp(-B\xi^2)J_0(a\xi)$ , 其超声场可解为:

一阶场:

$$\bar{p}_1 = \frac{1}{1 + \sigma^2 B^2} \exp\left[\frac{-a^2 B \sigma^2 - 4B\xi^2}{4(1 + \sigma^2 B^2)} + iQ\right] J_0\left(\frac{\xi a}{1 + i\sigma B}\right) \quad (4)$$

$$Q = \frac{\sigma B^2 \xi^2}{1 + \sigma^2 B^2} - \frac{a^2 \sigma}{4} + \lg^{-1}(-\sigma B)$$

二阶场:

$$\bar{p}_2 = \frac{D_0}{2\pi} \frac{\sigma}{0(\sigma-\sigma)(1 + i\sigma B)^2} \frac{\pi \exp[iQ]}{F} \int_0^{\theta} \frac{2\xi a}{F(\sigma-\sigma)} \frac{2(1 - \cos(\theta))}{d\sigma d\theta} \quad (5)$$

$$E = -\frac{a^2 B \sigma^2}{2(1 + \sigma^2 B^2)} - \frac{ia^2 \sigma}{2} + \frac{2i\xi^2}{\sigma - \sigma}$$

$$F = \frac{2B^2 \sigma}{1 + \sigma^2 B^2} + \frac{2iB}{1 + \sigma^2 B^2} + \frac{2}{\sigma - \sigma}$$

其中:  $a = a/(1 + i\sigma B)$

$$Q = -[2a^2(1 - \cos\theta) + 16\xi^2(\sigma - \sigma)^2]/4F$$

而当  $B, a$  分别为 0 时, (4), (5) 可以分别退化到 Bessel 和 Gauss 声场的一阶线性和二阶非线性解<sup>[1,2]</sup>。特别是当仅考虑声场的轴向分布时,  $\bar{p}_1, \bar{p}_2$  可以分别简化为:

$$\bar{p}_1 = \frac{1}{1 + \sigma^2 B^2} \exp\left[\frac{-a^2 B \sigma^2}{4(1 + \sigma^2 B^2)}\right] \exp\left[i\left[-\frac{a^2 \sigma}{4} + \lg^{-1}(-\sigma B)\right]\right] \quad (6)$$

$$\bar{p}_2 = \frac{D_0}{2\pi} \frac{\sigma}{0(\sigma-\sigma)(1 + i\sigma B)^2} \frac{\exp(-\frac{ia^2}{2F})}{F} J_0\left[\frac{a^2}{2F}\right] d\sigma \quad (7)$$

### 3 结果与讨论

由(6)得:  $\bar{p}_1/\bar{p}_{10} = \exp[-a^2 B \sigma^2 / 4(1 + \sigma^2 B^2)]$ , 其中  $\bar{p}_{10}$  表示 Gauss 声场的一阶线性解, 显然当  $B\sigma \gg 1$ , 有  $\bar{p}_1/\bar{p}_{10} = \exp[a^2/4B]$ , 即 Gauss-Bessel 一阶轴向声场在远场条件下与 Gauss 声场的比值为常数。同时从(6)、(7)式可以看出声源呈 Gauss-Bessel 分布的声场具有很宽的衍射特性, 其衍射程度可以遍历从非衍射到比 Gauss 声场还要强的衍射。而且 Gauss 及 Bessel 声场仅是它的两种特例。

图 1、2 给出 Gauss 声场 ( $B = 0.5$ ), Bessel 声场 ( $a = 5$ ), Gauss-Bessel 声场 ( $B = 0.5, a = 5$ ) 的一阶声场的径向 ( $\sigma = 0.5$ ) 轴向分布 ( $\xi = 0$ )。图 3 给出 Gauss 声场 ( $B = 0.5$ ), Bessel 声场 ( $a = 5$ ), Gauss-Bessel 声场 ( $B = 0.5, a = 5$ ) 的二阶声场的轴向 ( $\xi = 0$ ) 分布, 曲线 1、2、3 分别表示 Gauss、Bessel 和 Gauss-Bessel 三种声场。

我们知道, 一般衍射效应与非线性传播畸变是相互影响的, 衍射效应愈强, 声波的非线性畸变就增长得愈慢, 反之愈快, 从以上分析及图形也可反映一些这方面规律。

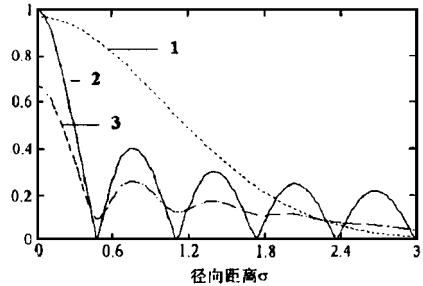


图 1 一阶声场在  $\sigma = 0.5$  的径向分布

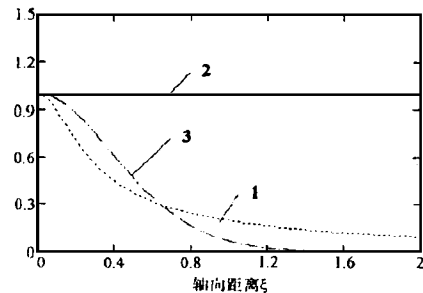


图 2 一阶声场的轴向分布

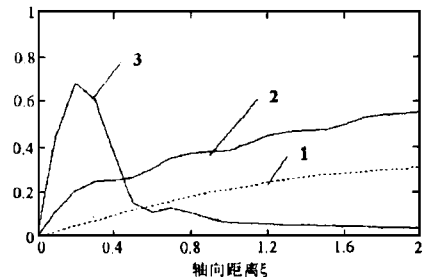


图 3 二阶声场轴向分布

#### 参考文献

1 Goghuan Du and M. A. Breazeale. J. Acoust. soc. Am, 1987; 81: 51 ~ 56  
2 Gonghuan, Yu Zhang and Zhemin Zhu. In nonlinear acoustics in perspective. Proceedings of the 14th ISNA, edited by R. J. Wei. Nanjing., 1996: 189