

# 聚焦声场中非线性声参量 $B/A$ 的测量

章 东 陈 曦 龚秀芬

(南京大学声学研究所 近代声学国家重点实验室 南京 · 210093)

## 1 引言

众所周知,有限振幅声波在媒质中传播时会发生一系列的非线性现象,如波形畸变、谐波滋生及声饱和等,这些非线性现象可以用非线性参量  $B/A$  来描述。有关非线性声参量  $B/A$  的研究表明它能够比线性声参量如声速、声阻抗等提供更多的组织组分及结构信息,且比线性声参量对生物组织的病变状态更加敏感<sup>[1]</sup>,因而非线性声参量  $B/A$  有可能成为超声医学诊断及生物组织定征的一个新参量<sup>[2]</sup>。

为了将聚焦声束应用于非线性声参量  $B/A$  成像,本文研究了 3.5MHz 活塞聚焦换能器产生的基波及二次谐波的分布规律,结合有限振幅声波的插入取代法,通过对参考媒质(除气蒸馏水)及样品中焦点处的基波及二次谐波声压值的测量,对若干液体样品(乙二醇、乙醇、丙醇、50%葡萄糖溶液)的非线性声参量  $B/A$  进行了实验研究,取得了较为满意的结果。

## 2 基本原理

### 2.1 活塞聚焦声场中基波及二次谐波分布

一列圆频率为  $\omega$  的有限振幅声波通过一活塞聚

焦换能器(半径为  $a$ , 焦距为  $D$ )发射,在柱坐标系  $(r, z)$  下设基波及二次谐波的速度势为  $\phi_1(r, z)$  及  $\phi_2(r, z)$ , 且满足:

$$\begin{cases} \phi_1(r, z) = q_1(r, z) e^{i(kz - \omega t)} \\ \phi_2(r, z) = q_2(r, z) e^{i(2kz - 2\omega t)} \end{cases} \quad (1)$$

在不考虑媒质中的声衰减及  $ka \gg 1$  条件下,  $q_1(r, z)$  及  $q_2(r, z)$  满足下述 Parabolic 近似下的非线性方程<sup>[3, 4]</sup>

$$\begin{cases} \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi \frac{\partial q_1}{\partial \xi} \right) + i4 \frac{\partial q_1}{\partial \eta} = 0 \\ \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi \frac{\partial q_2}{\partial \xi} \right) + i8 \frac{\partial q_2}{\partial \eta} = i \frac{\beta \omega^2 a^2}{c_0^3} q_1^2 \end{cases} \quad (2)$$

这里非线性方程采用的是无量纲坐标,  $\xi = r/a, \eta = 2z/ka^2$ , 利用边界条件

$$\begin{cases} q_1(\xi, 0) = (u_0/ik) \exp(-\xi^2/\delta) & \xi < 1 \\ q_1(\xi, 0) = 0 & \xi > 1 \\ q_2(\xi, 0) = 0 \end{cases}$$

式中  $\delta$  为无量纲的焦距  $\delta = 2D/ka^2$ , 解方程(2)可得到基波及二次谐波的分布

$$\begin{cases} q_1(\xi, \eta) = -\frac{2u_0}{k\eta} \exp\left(\frac{i\xi^2}{\eta}\right) \int_{x=0}^1 \exp\left[ix^2\left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\delta}\right)\right] J_0\left(\frac{2\xi x}{\eta}\right) x dx \\ q_2(\xi, \eta) = -2i\beta a^2 \omega \left(\frac{u_0}{c_0}\right)^2 \int_{\eta=0}^{\eta} \int_{\xi=0}^{\xi} \frac{\xi}{\eta^2(\eta-\eta')} \times \exp\left(\frac{i2\xi\xi'}{\eta}\right) \exp\left(\frac{i2(\xi\xi'+\xi'^2)}{(\eta-\eta')}\right) \\ \cdot J_0\left(\frac{4\xi\xi'}{\eta-\eta'}\right) \left\{ \int_{x=0}^1 \exp\left[ix^2\left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\delta}\right)\right] J_0\left(\frac{2x\xi}{\eta}\right) x dx \right\}^2 \times d\xi d\eta \end{cases} \quad (3)$$

从而可得到聚焦声场中基波及二次谐波的声压分布

$$\begin{cases} p_1(r, z) = -\rho_0 \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = i\rho_0 \omega q_1(r, z) e^{i(kz - \omega t)} \\ p_2(r, z) = -\rho_0 \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = i\rho_0 \omega q_2(r, z) e^{i(2kz - 2\omega t)} \end{cases} \quad (4)$$

谐波声压分布

$$\begin{cases} q_1(0, \eta) = \frac{\mu_0}{ik} \frac{\delta}{\delta-\eta} \left[ 1 - \exp\left[i\left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\delta}\right)\right] \right] \\ q_2(0, \eta) = \frac{\beta a^2 \omega}{2} \left(\frac{u_0}{c_0}\right)^2 \int_{x=0}^1 \int_{y=0}^1 xy \times \exp\left[i(x^2 + y^2)\left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\delta}\right)\right] \times \left[ \int_{t=0}^t \exp\left(it \frac{x^2 + y^2}{2}\right) J_0(xy t) \frac{dt}{\eta + 1} \right] dx dy \end{cases} \quad (5)$$

### 2.2 轴上的基波及二次谐波声压

公式(3)中令  $\xi = 0$ , 可以得到轴上的基波及二次

### 2.3 利用有限振幅插入取代法测量非线性声参量 $B/A$

设焦点处的基波及二次谐波声压幅度为  $p_{1f}$  及  $p_{2f}$ , 在焦区内不形成冲激波的前提下, 利用公式(5)可得

$$p_{2f} = \sigma_0 f(G) p_{1f} \quad (6)$$

其中  $\sigma_0 = \beta(u_0/c_0)kD$ ,  $G$  为线性聚焦增益, 定义为焦点处的基波声压与声源处的声压之比  $G = |p_1(0, \delta)/p_0| = 1/\delta = ka^2/2D$ ,  $f(G)$  为线性聚焦增益  $G$  的函数, 由下式决定

$$f(G) = \left| \int_0^G \frac{Gdt}{t(t+G)} [1 - J_0(t)e^{it} + J_1(t)e^{it}] \right| \quad (7)$$

当一样品放在焦平面上时, 样品的厚度与声波波长及线性聚焦增益有关, 如果参考媒质中产生的二次谐波声压与处于焦平面附近的样品中产生的二次谐波声压相比可以忽略不计, 由公式(6)可得到插入样品后的二次谐波声压幅度

$$p_{2fs} = \beta_s(u_0/c_s)k_s D f_s(G) p_{1fs} \quad (8)$$

未插入样品, 即全部为参考媒质(无气蒸馏水)时, 有

$$p_{2fw} = \beta_w(u_0/c_w)k_w D f_w(G) p_{1fw} \quad (9)$$

公式(8)及(9)中下标“s”和“w”分别代表样品及参考媒质(水), 由这两式可以得到样品的非线性参量

$$\beta_s = \left( \frac{c_s}{c_0} \right) \frac{f_w(G)}{f_s(G)} \frac{p_{1fw}}{p_{1fs}} \frac{p_{2fs}}{p_{2fw}} \beta_w \quad (10)$$

### 3 实验结果

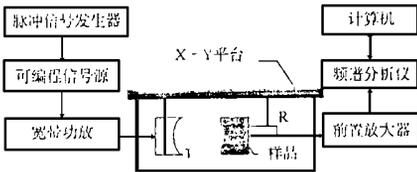


图1 实验系统方框图

#### 3.1 实验系统的描述

3.5M Hz 射频调制脉冲激活活塞聚焦换能器(半径  $a = 0.7\text{cm}$ , 焦距  $D = 6\text{cm}$ ), 由高频针状水听器接收后利用频谱分析仪进行采样及分析, 频谱分析仪的采样由微机通过 HP-IB 总线控制。

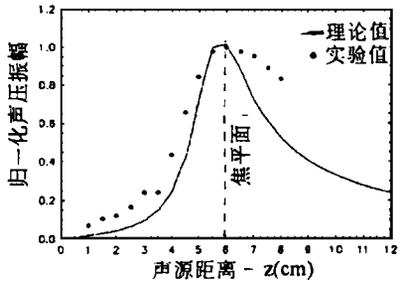
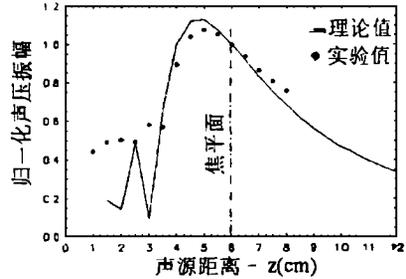
#### 3.2 基波及二次谐波轴向声场分布的测量

利用 X-Y 扫描平台可以实现接收水听器在传播声路径方向上移动, 从而可以测量基波及二次谐波轴向声场分布, 实验曲线及公式(5)(8)得到的理论曲线如图2所示。由图2可以看出基波声压分布在焦区附近与理论曲线比较符合, 且基波轴向声压最大值出现在焦点之前( $z = 5\text{cm}$ )。轴向二次谐波声压的最大值则基本出现在焦点处( $z = 6\text{cm}$ )。

### 3.3 利用插入取代法测量非线性声参量 $B/A$

表 1

样品	$c$	$G$	$f(G)$	$B/A$	$B/A^{1.5}$
水	1500	5.99	2.12753	5.2	
乙二醇	1670	5.37	2.33911	9.52	9.7
50% 葡萄糖	1650	5.44	2.23361	5.9	6.5
乙醇	1158	7.754	2.23912	10.86	9.5
丙酮	1159	7.748	2.23361	8.87	8.8



(a): 轴向基波声压分布 (b): 轴向二次谐波声压分布  
图2 轴向声场分布

在发射与接收器之间垂直于声传播的路径上放置两个样品盒, 分别放入除气蒸馏水和待测样品, 盒的长度  $L = 3\text{cm}$ , 盒的两端覆盖以聚四氟乙烯透声薄膜, 接收水听器置于焦平面上, 测量时利用 X-Y 扫描平台, 先对水测出  $p_{1fw}$  及  $p_{2fw}$ , 再对样品采集  $p_{1fs}$  和  $p_{2fs}$ , 再利用公式(14), 即可测出非线性参量  $B/A$ 。本文对四种流体样品, 即乙醇、乙二醇、丙酮及 50% 葡萄糖溶液进行了  $B/A$  研究, 表 1 列出了上述四种样品及标准除气蒸馏水的声速  $c$ 、线性聚焦增益  $G$ 、 $f(G)$  及非线性声参量  $B/A$ 。测量结果与其他作者在平面波声场中所得  $B/A$  值较接近。本文的工作将进一步推动聚焦声场中  $B/A$  成像的研究。

#### 参考文献

- 1 Xiufen Gong, Xiaozhou Liu and Dong Zhang. Chinese J. of Acoustics. 1993; Vol. 12, No. 3: 265 ~ 270
- 2 Ding Zhang, Xiufen Gong and Shigong Ye. J. Acoust. Soc. Am., 1996; 99(4)
- 3 B. G. Lucas and T. G. Muir. J. A. S. A., 1982; 72(4): 1289 ~ 1296
- 4 B. G. Lucas and T. G. Muir. J. A. S. A., 1983; 74(5): 1522 ~ 1528
- 5 Gong Xiufen, Fen Ruo, Zhu Chengya and Shi T. ao. J. A. S. A., 1984; 76(3): 950 ~ 852