面的平均,两者会给出十分不同的结果。实验表明,在相同的频率和激励电压下,由电容换能器测得的沿振动面平均的振幅往往比激光探针测得的某一点的最大振幅小 1～2 个数量级。

参考文献

1 D. A. Berlicourt, D. R. Curan and H. Jaffe in Physical Acoustics, Edited by M. P. Mason, Vol. 1 part A: 170

2 X. H. Li, W. H. Jiang and Y. Mao. Progress in Natural Science, 1996; Vol. 6. (Suppl.): S～743～S～746

3 A. Moreau. J. A. S. A., 1995; 98: 2745～2752

4 R. Perez and A. Albareda. J. Acoust. Sco. Am., 1996; 100: 3561～3569

Faraday 振动水波中的临界分岔

王本仁

(南京大学声学研究所　近代声学国家重点实验室　南京 · 210093)

在许多水波参量振动的文献中[1,2],都有关于超临界和亚临界分岔的叙述。有的指出,超临界是连续光滑过渡,是二阶的过程。而在亚临界区,则会出现不连续的过渡和滞迴现象,且是一阶的过程。在进行槽中水波孤立子的研究时[3],激励的频率正好应落在亚临界的区域。而在实验上,在超临界的区域观察不到驻孤立子的出现。

对这种水波过渡的描述,开始都基于含阻尼的 Mathieu 方程,形如

$$\ddot{\zeta} + 2\lambda\dot{\zeta} + (\delta^2 + \epsilon\cos 2Q)\zeta = 0$$

这是典型的参量驱动的情形。就是上述运动方程,它的一个参数代表的是一种激励,作用是对系统供能。且它是随时间周期变化的。上述方程的解有多个舌形区,其特性是在舌之外,则是平衡解(零解)。在舌的边界上出现周期运动。而在舌之内,则有不稳解。方程本身是线性的,但是对它的求解,特别是舌形区的结构需要用一些特殊的微扰方法。

再则,通过某种非线性变换[4]和关于对称性的考虑[1],可以将它和下述大量线性方程联系起来。

$$\mathrm{d}A/\mathrm{d}t = \chi A + \nu\bar{A} + \beta |A|^2 A$$

此处 χ, ν, β 是复常数,且 χ, ν 不必共轭。这样在分岔区何以会出现亚、超临界的情形就比较清楚了。用最简单的单模参量激励,超临界是相当于叉形分岔。而亚临界是三定态的叉形分岔。

从对称性的论述,它是具有很广泛意义的。如考虑非稳定波模的振幅变率比之其它特征时间(如 Farday 振动频率)要慢得多,则振幅它演化的弛豫方程可表成

$$\mathrm{d}A/\mathrm{d}t = \chi A + \beta |A|^2 A$$

这时有时间对称性的要求。但是,当出现外激励时,弛豫方程中必然要出现 $\bar{A}$, $|A|^2\bar{A}$ 等项。而添加入的最低阶项是 $\bar{A}$。这也是带有外激的运动方程中出现共轭项的原因。

虽则用单模的讨论,可以阐明 2 个过渡区的现象。但在实际水波中,可能出现的波模式较多。而上述分析,只能是种简化的考虑。出现模式多,相互间出现耦合和竞争,对状态的判定带来困难。此外波模的多少还和容器条件、激励本身的稳定性有关。因此在讨论到具体实验问题时,往往将处于 '非共振 '的项略去,以使系统简化。

驻孤子在水槽中,不是由单频驻波组成。它有谐波,还应有合适的相位条件,这是波形分析早就清楚的[3]。因此在直接过渡到单模波式的超临界区,应该不易产生驻孤立波。因为竞争中单模波出现会优先(当然还和 NLS 方程中项的符号有关)。从驻孤子本身的激频和激励幅的存在域来看,各种实验得到的形状,参差有异。这种结果的参差可能关系到另一重要事实,即所谓条件的规范问题。对于灵敏于参数条件的结果,条件的规范更为重要。

参考文献

1 S. Douady, J. Fluid Mech, 1990; 221: 383

2 Makoto Umeki, J. Phys. Soc. Japan, 1991; 60: 146

3 R. J. Wei et al. J. A. S. A, 1987; 35: 4892

4 Ehud Meron, Phy. Rev. A, 1987; 35: 4892

5 缪国庆、王本仁. 物理学进展, 1996; 16: 273