

纵坐标为气体密度, 单位为  $\text{kg}/\text{m}^3$ ,

横坐标为离气泡中心的距离, 单位为  $\mu\text{m}$

图4 气泡到最小半径附近不同时刻气泡内质量径向分布生激波。图4显示了气泡在压缩至最小半径附近  $0.96\text{ns}$  间期内气体质量分布随时间的变化过程。图a所在时间为  $t = t_d - 0.48\text{ns}$ , 图b所在时间为  $t = t_d - 0.0384\text{ns}$ , 图c所在时间为  $t = t_d - 0.0192\text{ns}$ , 此时我们可看到有一激波形成并向气泡中心传播, 至图d所在时间  $t = t_d$  时, 激波到达气泡中心, 在图e所在时间  $t = t_d + 0.0192\text{ns}$  时, 激波反弹后向气泡壁传播, 在图f所在时间  $t = t_d + 0.48\text{ns}$  时, 激波进一步向气泡壁处传播。在整个气泡收缩过程中, 由于会聚激波的作用, 气泡中心温度可高达  $10^5 \sim 10^6\text{K}$ , 中心附近平均温度高达  $10^4 \sim 10^5\text{K}$ , 发光间期小于  $38.4\text{ps}$ , 和实验数据符合较好。

## 5 结论

# 振动激励下的颗粒物质的有效隆起力<sup>①</sup>

陈伟中 魏荣爵

(南京大学声学研究所 近代声学国家重点实验室 南京·210093)

直到80年代末, 有关颗粒物质的研究才引起人们的高度重视, 发现了许多令人感兴趣的现象<sup>[1]</sup>, 如

本文利用非均匀非绝热模型对声致发光进行了数值模拟, 模拟过程中成功地解决了激波捕捉和中心奇点的问题, 得到了和实验较一致的结果, 证实了声致发光气泡内确实产生了激波会聚, 并因此造成了气泡中心处极高的温度和皮秒级的发光间期。

因计算机速度所限, 目前模型仅将网格划分为101点, 故模拟时激波无法进一步向气泡中心会聚, 未来可以将网格进一步细分而得到更高的气泡中心温度, 不过这并不影响中心附近的平均温度值, 而模拟中发现正是这一部分对发光有主要影响。

另外可作改进的是我们可以将分子作用力、原子电离能和可能发生的化学反应等因素进一步考虑进模型, 从而对气泡内气体状态能更精确地描述, 这些都还等待我们进一步完善。

## 参考文献

- 1 H. Frenzel, and H. Schultes, Z. Phys. Chem. 1934; 27B: 421
- 2 D. F. Gaitan, L. A. Crum, in Frontiers of Nonlinear Acoustics, Proc. 12th Int. Symp. on Nonlinear Acoustics, M. Hamilton, D. T. Blackstock, eds., Elsevier, New York 1990: 459. D. F. Gaitan, L. A. Crum, R. A. Roy, C. C. Church, J. Acoust. Soc. Am. 1992; 91: 3166
- 3 B. P. Barber, and S. J. Putterman. Nature, 1991; 352: 318
- 4 L. A. Crum. Physics Today, 1994; 47: 22
- 5 Lord Rayleigh, Philos. Mag., 1917; 34: 94
- 6 B. E. Noltingk, and E. A. Neppiras, Proc. Phys. Soc. London, 1950; 63B: 674
- 7 M. S. Plesset and D. Y. Heith, Phys. Fluids, 1960; 3: 882
- 8 R. L. ofstedt, B. P. Barber, and S. J. Putterman, Phys. Fluids, 1993; 5A: 2911

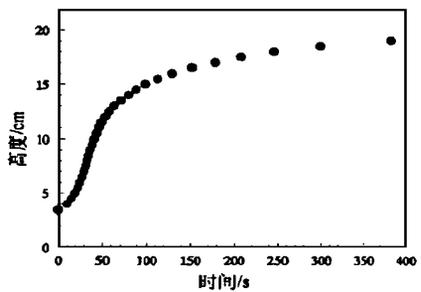
颗粒大小分离, 声传播反常, 隆起和对流<sup>[2-8]</sup>等等, 所谓隆起和对流指的是盛在容器中的颗粒物质, 当

① 攀登计划和浙江省自然科学基金资助项目

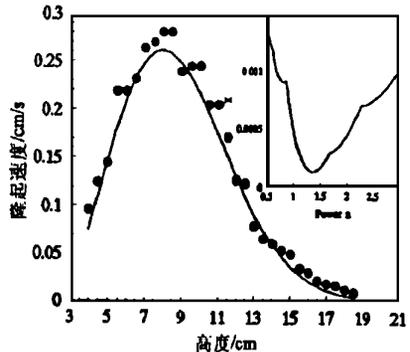
容器作幅值超过重力加速度的垂直振动时,其表面局部向上堆起,及与此同时在其内部所形成的闭合的粒子运输的现象。同时,人们还发现许多因素可导致隆起和对流,如摩擦作用<sup>[6]</sup>、弹性作用<sup>[4,5,7]</sup>及环境空气作用<sup>[8]</sup>等,而在作者看来,基于实验测量的有明显自放大行为的弹性作用诱发隆起和对流的动力学机制<sup>[4,5]</sup>似乎更适于解释各种隆起和对流现象,尤其是孤子形隆起和对流<sup>[3]</sup>。这里“自放大”一词意指,形成隆起的原因正是隆起自身<sup>[3]</sup>,然而由于在对颗粒物质的隆起和对流强度(速度)的测量方面存在着严重的技术问题,尽管人们已经使用过各种光学的测量方法,其中包括X-射线成像及磁共振成像技术,然而,有关隆起速度与隆起高度的定量关系至今没有得到。本文采用插入探管的方法,测量了探管内颗粒柱的高度随时间的演化关系,从而得到颗粒柱的速度与高度的关系。结果不仅定量地证实隆起的自放大特性,而且允许我们进一步推断出,形成隆起的单位粒子有效力正比例于隆起高度的平方。

所用的实验装置和文献[5]相似,颗粒物质为 $\phi$ .18~0.22mm的球形二氧化硅颗粒,所用探管为内径 $D=8.5\text{mm}$ ,壁厚0.75mm的透明玻璃管,插入颗粒物质深度约为25mm,玻璃管底部与容器底部有1mm的间隙,这样既容许颗粒物质的管内外流动,又能反映隆起和对流的初始动力。因为人们认为隆起和对流是由于容器底部的颗粒物质的垂直向上流动所诱发的<sup>[5,7]</sup>,细管中的颗粒高度随时间变化的数据利用光电传感器和数据采集系统得到,从根本上消除了由于人工测量所带来的偏差。相邻两传感器的高度间隔为2.5mm,时间采样间隔为2ms,我们的实验范围分为2组,一组为固定激励加速度,变化激励频率;另一组反之。具体讲,在前者,我们对4个固定加速度值: $A=17, 18, 19$ 和 $20\text{m/s}^2$ ,频率覆盖了 $f=15\sim 75\text{Hz}$ ,间隔是2.5Hz;而在后者,频率被固定在15、20、25和30Hz,而 $A=15\sim 22\text{m/s}^2$ ,间隔为 $1\text{m/s}^2$ ,并且我们还使用了另外3根内径 $D=7.5, 12$ 和 $16\text{mm}$ 的玻璃管作探管进行了比较测量,结果没有明显的区别,图1给出了一组典型的测量结果,其中 $f=30\text{Hz}, A=20\text{m/s}^2, D=8.5\text{mm}$ 。图2是相应的隆起强度(向上速度)与隆起高度的关系曲线。

从图1和图2,不难看出,在颗粒柱的发展成长过程中存在开始的随高度的增加而加速上升的自放大阶段和最后的饱和(衰减)阶段。我们认为衰减阶段是当颗粒柱与探管壁间的摩擦阻尼起主导作用后



实线为(2)式吻合曲线,实验参数  
 $f=30\text{Hz}, A=2.0\text{g}, D=8.5\text{mm}$   
图1 颗粒柱高度发展曲线



实线为(2)式吻合曲线,内图为拟合偏差与幂次 $n$ 的关系,实验参数同图1

图2 隆起速度与隆起高度的关系的结果。我们用

$$V \frac{dH}{dt} = V_{\max} \left( \frac{H - h_0}{H_c - h_0} \right)^n \exp \left( -n \frac{H - H_c}{H_c - h_0} \right) \quad (1)$$

去拟合实验数据,其中最大速度 $V_{\max}$ 和特征高度 $H_c$ 是2个拟合参数,它们是激励参数的函数。 $H$ 和 $h_0$ 是颗粒柱高度和起始高度, $t$ 是时间,而幂次 $n > 0$ 是另一个拟合参数,它是激励参数的弱相关函数,令人感兴趣的是对具有明显衰减尾巴,即形同图2曲线的所有实验数据,我们得到的 $n$ 值都非常靠近 $3/2$ ,如对 $f=30\text{Hz}$ 的各种激励加速度下所得到的数据: $n = 1.428 \pm 0.452$ ,其中对 $f=30\text{Hz}, A=18\text{m/s}^2, n=1.38$ (见图2内图)。因此,应将(1)式改写成

$$V = V_{\max} h^{3/2} e^{-3(h-h_0)/2} \quad (2)$$

其中 $h = (H - h_0) / (H_c - h_0)$

由于在一般的(无探管)隆起和对流系统中存在着颗粒物质的表面滑坡及内部水平运输,高度差非常有限,因此衰减阶段不会出现在一般的系统中,基于这种考虑,我们将(2)式在小 $h$ 下展开至 $O(h^1)$ ,然后,利用熟知的动力学方程式可以得到作用于整个颗粒柱上的平均有效隆起力,考虑到Pak等人<sup>[8]</sup>已

在他们的环境气体形成隆起及对流的机制中得到了一个正比例于平均高度的平方的平均单粒子向上有效力,为了便于比较,我们将作用于颗粒柱的有效隆起力对柱内颗粒作平均,最后我们得到这个单位粒子平均有效隆起力为:

$$f_{eff} = \frac{\rho d^3 V_{max}^2 e^3}{(H_c - h_0)^3} \left( \frac{5}{2} H^2 - 6h_0 H \right) \quad (3)$$

$(h_0 < H \ll H_c)$

其中  $d$  是粒子直径,由于  $H$  总是大于  $h_0$ ,因此  $f_{eff}$  近似正比例于隆起高度  $H$ 。这与 Pak 等人的结果相似,但并不完全一样,因为我们的  $H$  是一个局域量,它不同于他们的平均高度。也正因为是正比例于局域高度  $H$  的平方,才反映出了隆起的自放大特性。

值得指出的是,隆起强度与高度的关系并不总是具有图 2 曲线(即(1)式)的形式。在有些激励条件下,隆起速度可以在较大的高度范围内既不衰减也不增加,而是呈跳跃状变化。这可能涉及颗粒柱对容器激励的响应问题,它应该与隆起和对流的频率阈值现象<sup>[5]</sup>有关,关于该方面的阐述已超出本文讨论的范围。此外,尽管插入探管之后的系统不存在水平输

运,这一点明显不同于实际的隆起系统,但我们仍然相象其垂直向上隆起的机制和作用力是相同的。实际上,本实验所得到的最大隆起速度与激励参量之间的关系完全相同于文献<sup>[5]</sup>中的类似结果,有关拟合参数  $V_{max}$  及  $H_c$  与激励参数的具体关系,我们将另文报导。

#### 参考文献

- 1 Jeager H M, Nagel S R, Behringer R P. Phys Today, 1996; 49(4)
- 2 Evesque P, Rajchenbach J. Phys Rev Lett, 1989; 62: 44 ~ 46
- 3 Chen Weizhong. Phys Lett A, 1995; 196: 321 ~ 325
- 4 陈伟中,魏荣爵,王本仁.科学通报,41: 980 ~ 982
- 5 Chen Weizhong, Wei Rongjue, Wang Benren. Phys Lett A, 1997; 228: 321 ~ 328
- 6 Gallas J A C, Herrmann H J, Sokolowski S. Phys Rev Lett, 1992; 69: 1371 ~ 1374
- 7 Taguchi Y H. Phys Rev Lett, 1992; 69: 1367 ~ 1370
- 8 Pak H K, Doorn E V, Behringer R P. Phys Rev Lett, 1995; 74: 4643 ~ 4646

## 不均匀性对 NLS 孤子的影响

段文山 (南京大学声学研究所,西北师范大学,兰州·730070)

王本仁 魏荣爵 (南京大学声学研究所 南京·210093)

近年来,在物理学的各个领域里对孤子与准孤子进行了大量的研究<sup>[1-6]</sup>,在均匀的充满流体的弹性管道中存在有 KdV 孤子和 NLS 孤子<sup>[6,7]</sup>,本文将研究当弹性管道的半径、壁厚和杨氏模量在波的传播方向上有缓慢变化时的 NLS 型的孤子。

同文献<sup>[7]</sup>一样,我们假设管道中的流体是不可压的和无粘性的。弹性管道是一维无限长的,所不同的是管道的半径、壁厚和杨氏模量不再是常数。此时其无量纲化的运动方程为<sup>[4]</sup>

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial (A u)}{\partial x} + A u \frac{T}{L A_0} \frac{\partial (L A_0 / T)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{T}{L} u^2 \frac{\partial (L / T)}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left( \frac{T}{L} \right)^2 \frac{\rho}{\rho} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\left[ 1 - \frac{1}{2}(A - 1) \right] \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = p - (A - 1) \left[ 1 + \alpha \frac{A - 1}{2} \right] (2 - A) \quad (3)$$

与前不同,这里我们考虑了慢变函数  $\alpha = \alpha(X)$ ,  $h_0 = h_0(X)$ ,  $E = E(X)$ ,  $X = \epsilon^2 x$  的效应,  $\epsilon$  是个小量。

跟前面的方法类似,我们作下面的变换

$$\zeta = \epsilon(x - Vt) \quad (4)$$

$$\tau = \epsilon^2 t \quad (5)$$

$$A = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \sum_{l=-n}^n A^{(n,l)}(\zeta, \tau) e^{i l k x - \omega t} \quad (6)$$

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \sum_{l=-n}^n u^{(n,l)}(\zeta, \tau) e^{i l (kx - \omega t)} \quad (7)$$

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \sum_{l=-n}^n p^{(n,l)}(\zeta, \tau) e^{i l (kx - \omega t)} \quad (8)$$

代进运动方程中,然后再比较各阶  $\epsilon$  的大小。我们可以得到