

用时域有限差分法计算透声目标的散射场*

王朔中 汪彤

(上海大学电子信息工程系 上海·200072)

在透声界面附近运用声学基本方程可导出边界条件的时域有限差分(FDTD)表达式。本文用FDTD计算透声物体的反射、透射和散射,并讨论全内反射和完全透射现象,所得到的结果与理论解相符合,从而验证了这一边界条件差分表达式的适用性。基于此边界条件的FDTD基本框架可望在解决各种非弹性体的散射问题中有广泛的应用。本文还给出一个有效的吸收边界条件

Computation of sound scattering from penetrable objects using finite-difference time-domain method

WANG Shuozhong WANG Tong

(Dept. E. E., Shanghai University, Shanghai · 200072)

From the basic equations in acoustics, boundary condition expressions on penetrable interfaces between media can be derived for the finite-difference time-domain (FDTD) method. In this work, FDTD is applied to compute sound reflection, transmission and scattering. The phenomena of total internal reflection and total transmission are discussed. The FDTD boundary expressions are verified by numerical results which conform to the well known theoretical solutions. The FDTD framework based on these boundary expressions is useful in solving problems involving scattering from various non-elastic objects. An effective absorbing boundary condition is also proposed.

1 引言

时域有限差分法(FDTD)^[1,2]的一个重要应用是求解复杂的散射问题,这些问题通常难以用解析方法或其他渐近方法处理。FDTD的基本思想是用中心差分代替场量对时间和空间的一阶偏微商,通过在时域的递推模拟波的传播过程,从而得出场分布。在不同介质的分界面上正确表达边界条件,是用FDTD解决目标散射问题的关键之一。文献[2]给出了水声学中的FDTD基本递推关系以及绝对软和绝对硬两种理想界面的处理方法,得出了满意的结果。

在透声界面两侧运用 Euler 方程和连续

性方程可导出与理想边界条件相容的非弹性体表面边界条件的FDTD形式^[3]。数值实验包括不同材料的介质层对正入射平面波的透射,以及片状目标和软性矩形柱体对声波的散射等,计算结果与理论解十分接近,并与以往得到的理想边界情况^[2]相衔接。本文应用FDTD计算平面波对介质层斜入射时的反射和折射,对满足全内反射和完全透射条件的情况下计算方法的适用性进行讨论。为了克服界面与截断边界相交的困难,给出了基于线性预测的吸收边界条件。

2 基本公式

为表达简洁仅考虑二维声场,所得结果

* 国家自然科学基金资助项目

第一作者:王朔中,男,1943年9月生,教授

收稿日期:1997-8-4,

不难推广到三维情况。选取包围所有散射体的矩形计算域,采用边长为 δ 的正方形非交叉均匀网格,以 $\Delta t (< \delta / \sqrt{2}c)$ 为时间步长,

$$u_x^{(n)}(i,j) = u_x^{(n-2)}(i,j) - \frac{1}{R} \frac{\Delta t}{\delta} [P^{(n-1)}(i+1,j) - p^{(n-1)}(i-1,j)] \quad (1)$$

$$u_y^{(n)}(i,j) = u_y^{(n-2)}(i,j) - \frac{1}{R} \frac{\Delta t}{\delta} [P^{(n-1)}(i,j+1) - p^{(n-1)}(i,j-1)] \quad (2)$$

$$p^{(n)}(i,j) = P^{(n-2)}(i,j) - \frac{1}{C} \frac{\Delta t}{\delta} [u_x^{(n-1)}(i+1,j) - u_x^{(n-1)}(i-1,j) + u_y^{(n-1)}(i,j+1) - u_y^{(n-1)}(i,j-1)] \quad (3)$$

式中 (i,j) 和上角标 (n) 分别为离散化的空间和时间指标,在均匀介质内部, $R = \rho, C = 1/\kappa = 1/\rho c^2$, 其中 ρ 为密度, c 为声速, κ 为体积弹性系数,其倒数 C 为顺性系数。在两种介质分界面上:

$$R = \frac{1}{2}(R_1 + R_2) = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2) \quad (4)$$

$$C = \frac{1}{2}(C_1 + C_2) = \frac{\rho_1 c_1^2 + \rho_2 c_2^2}{2\rho_1 c_1^2 \rho_2 c_2^2} \quad (5)$$

式(1)~(3)适用于从绝对软到绝对硬的各种非弹性体内和分界面上,可称为一致性 FDTD 表达式。

在计算域边缘,根据散射波只能向外传播的限制可导出各种吸收边界条件。采用基于线性预测和矩阵广义逆的最小二乘吸收边界条件^[4],与电磁学中多种常用方法相比有效地减小了空间截断效应的影响,对解决目标散射问题取得了良好结果。但在本文计算中改用以下线性估计法,以克服介质分界面延伸到计算域边缘的情况下可能引起的边界数值发散(以边界 $j=1$ 为例):

$$f^{(n)}(j,1) = \frac{2}{3}[f^{(n-1)}(i,1) + f^{(n-1)}(i,2) + f^{(n-1)}(i,3)] - \frac{1}{3}[f^{(n-2)}(i,2) + f^{(n-2)}(i,3) + f^{(n-2)}(i,4)] \quad (6)$$

f 为任意场分量。这一吸收边界条件因包含边界以内较深入的场值,其精度高于一般二阶方法。

3 数值计算

声学技术

则空间各点在各时刻的声压和质点速度分量可根据下列公式由初始条件出发递推得到:

考虑平面声波入射到介质分界面上,入射波与界面法线夹角为 θ 。采用文献[5]的符号,以不带下标的字母表示水中参数,下标 1 表示介质。若折射率 $n = c/c_1$ 小于 1,则当 $\theta > \theta_c = \sin^{-1} n$ 时发生全内反射。当 $m > n > 1$ 或 $m < n < 1$,并满足条件

$$\theta = \theta_0 = \sin^{-1} \frac{m^2 - n^2}{m^2 - 1} \quad (7)$$

则反射系数为 0,发生完全透射 $m = \rho_1/\rho_0$ 。

实际上很难找到能满足上述完全透射条件的材料。为了检验 FDTD 边界条件表达式的正确性,考虑两种假想介质,它们相对于水可分别称为“声疏”和“声密”材料,所用参数列于表 1(取水的参数为: $\rho = 1.0 \text{ t/m}^3, c = 1500 \text{ m/s}$)。

表 1 几种介质的声学参数

	$\rho_1(\text{t/m}^3)$	$c_1(\text{m/s})$	n	m	$\theta_c(^\circ)$	$\theta_0(^\circ)$
材料 1	3.00	600	2.500	3.00	-	35.90
材料 2	0.70	1765	0.850	0.70	58.20	42.44
钢	7.70	6100	0.246	7.70	14.24	-

图 1(a)和(b)分别为用 FDTD 计算得到的平面波在介质表面发生完全透射时的瞬时声压分布情况。平面入射波从左侧(水中)入射到界面上。由于不存在反射,界面左侧的平面波未受到扰动,这与图 1(c)中界面左侧有入射波和反射波迭加的情况形成鲜明对照。界面右侧平面波部分为透射波,其传播方向与 Snell 定律计算结果相符。以界面端点为

中心的柱面波则是因计算域范围有限, 界面末端质点振动引起数值传播所致, 是一种非物理的数值辐射, 应不予考虑。

$$\theta_0 = 42.44^\circ (\delta = \lambda/12)$$

(a) 材料 2 (声密材料), 完全透射

$$\theta_0 = 35.90^\circ (\delta = \lambda/15)$$

(b) 材料 1 (声疏材料), 完全透射

$$\theta = 57.44^\circ (\delta = \lambda/10)$$

(c) 材料 2, 非完全透射的情况

图 1 波在界面上的完全透射现象

利用上述数值实验观察声波的全内反射现象比较困难, 这是由于界面端点在透射区内产生了较强的非物理数值辐射。为避免界面和计算域边界相交形成这种辐射源, 考虑平面波场中的钢质矩形柱体, 使矩形尺寸与波长相比足够大, 用 FDTD 计算其内部和四周的声场分布, 观察受入射波照射面两侧的声压分布。计算所用矩形尺寸为 $4.0 \times 4.5 \text{ m}^2$, 声波波长为 1 m 。

图 2(a) ~ (c) 给出声波对矩形一个表面的入射角分别等于 10° 、 20° 和 45° 时的声压分

布。本文仅考虑钢柱体内的纵波。在 (b)、(c) 两种情况下矩形目标受入射波照射的两个表面均满足全反射条件。由图 2(a) 可见, 当 $\theta = 10^\circ$ 时, 透入钢柱体内的波强度甚大, 波长约为水中的 4 倍。在满足全内反射条件时, 尽管仍有少量声能量透入, 但透入的场随入射角的增大而明显减小, 而且声波能量愈来愈集中于界面附近。将入射波声压从矩形柱体外的声压分布中减去即可得到反射波的声压分布, 如图 2(d) 所示, 不难验证计算结果与 Snell 定律相符。

全反射时 FDTD 结果与严格理论解的差异主要原因是: ①矩形尺寸不够大, 顶点对内外声场有较大影响; ②矩形表面网格化使边界的局部取向与光滑表面有显著差异。

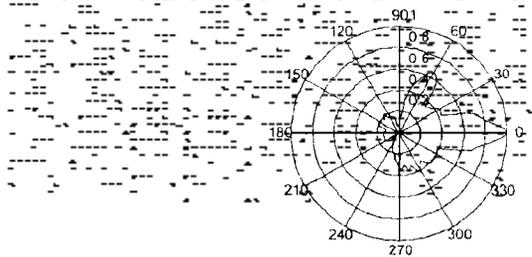
(a) $\theta = 10^\circ (\delta = \lambda/10)$ (b) $\theta = 20^\circ (\delta = \lambda/15)$

(c) $\theta = 45^\circ (\delta = \lambda/10)$ (d) $\theta = 20^\circ$ 散射声压分布 ($\delta = \lambda/15$)

图 2 矩形钢柱的散射和透射

应用非弹性体 FDTD 公式的一个例子是计算鱼类和其他海洋生物对声波的散射及透射。例如近年来在国外引起社会广泛关注的多国合作项目 ATOC 中声辐射对海洋哺乳动物的影响^[6], 以及海洋动物反过来对声道中低频声传播可能产生的影响等, 其物理方面的问题可望应用 FDTD 进行计算分析。图 3(a) 模拟一条鱼对声波的散射。取鱼体的

密度 $\rho_1 = 1.5 \text{ t/m}^3$, 声速 $c_1 = 2000 \text{ m/s}$ 。鱼体内有一充气体的鳔, 可作绝对软目标处理。图 3(b) 给出散射波在远场的方向图, 由近场的 FDTD 数据通过离散 Fourier 变换求得^[2]。



(a) 瞬时声压分布 (b) 散射波远场方向图

图 3 模拟鱼对平面声波的散射

4 结束语

在电磁学中已有 30 年发展历史的 FDTD 方法可望在水声学中得到广泛的应用, 特别是用于解决各种目标散射问题。由于目标几何形状和材料声学性质的复杂性, 许多实际问题常难以用解析方法或渐近方法求解。在小波数情况下, 这正是 FDTD 方法的特长所在。FDTD 方法的实质是在时域的递推过程中自然求解波动方程并满足边界条件, 因此边界条件的正确表示成为其成功应用的一个关键。本文的数值计算结果表明, 基

于 Euler 方程和连续性方程的一致性有限差分边界条件在处理非弹性的透声界面时能给出可靠的结果。

进一步的研究课题包括有耗介质和弹性体内部及其界面上的 FDTD 表达形式, 有限波束情况, 以及如何提高计算效率以适应较大波数的情况等。

参考文献

1 Taflov, A. and Umashankar, K.R. Review of FD-TD numerical modeling of electromagnetic wave scattering and radar cross section. Proc. IEEE, 1989; 77: 682 ~ 699

2 Wang, S. Finite-difference time-domain approach to underwater acoustic scattering problems. J. A. S. A., 1996; 99(4), pt. 1: 1924 ~ 1931

3 Wang, S., Wang, T. and Wang, R. FDTD boundary treatment for scattering from penetrable objects. (submitted to the 134th ASA Meeting)

4 Wang, S. An efficient absorbing boundary for finite-difference time-domain field modeling in acoustics. Chin. J. Acoust., 1997; 16(2): 121 ~ 134

5 布列霍夫斯基赫. 分层介质中的波. 北京: 科学出版社, 1960; 12 ~ 17

6 Birdsall, T. G. Marine mammal preamble proposed by UM. unpublished communication, 1994

勘 误

本刊 1997 年第 3 期所刊论文“平面分层不均匀介质中声场方程组的级数解”, 因校对疏漏及原稿错误等原因致几处公式有误, 现更正如下, 并向读者致以歉意。

页	行	错	正
109	右 7	$\exp[-i \int_0^z \beta(z) dz]$	$\exp[i \int_0^z \beta(z) dz]$
109	右 12, 13	$\begin{cases} x_1 = x_1^{(0)} + \epsilon x_1^{(1)} + \epsilon x_1^{(2)} + \dots \\ x_2 = x_2^{(0)} + \epsilon x_2^{(1)} + \epsilon x_2^{(2)} + \dots \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = x_1^{(0)} + \epsilon x_1^{(1)} + \epsilon^2 x_1^{(2)} + \dots \\ x_2 = x_2^{(0)} + \epsilon x_2^{(1)} + \epsilon^2 x_2^{(2)} + \dots \end{cases}$
109	右倒 8	$x_2^{(l)}(z) = \int_{-}^z s(z) x_1^{(l)}(z) dz$	$x_2^{(l)}(z) = \int_{-}^z s(z) x_1^{(l)}(z) dz$
109	右倒 7	$x_2^{(l+1)}(z) = \int_{-}^z s(z) x_1^{(l)}(z) dz$	$x_2^{(l+1)}(z) = \int_{-}^z s(z) x_1^{(l)}(z) dz$
110	左 14	$x_2^{(l)}(z) = \int_{-}^z \left[\frac{1}{2\epsilon\beta(z)} \right]^{-1} \frac{d\beta(z)}{dz}$	$x_2^{(l)}(z) = \int_{-}^z \left[\frac{1}{2\epsilon\beta(z)} \right] \frac{d\beta(z)}{dz}$