

# 抗性消声器中含穿孔管时的声传递矩阵<sup>\*</sup>

赵松龄, 盛胜我

(同济大学声学研究所, 上海 200092)

摘要: 本文在前文的基础上进一步分析穿孔管与主管道垂直交叉时的声传播特性, 导出了相应结构声传递矩阵的精确计算公式。文中以一种含穿孔管元件的典型结构为例, 阐明了抗性消声器总的声传递矩阵分析计算方法, 并作了讨论。

关键词: 抗性消声器; 穿孔管; 声传递矩阵

中图分类号: T B535; O 515 文献标识码: A

## Acoustic transmission matrix of reactive muffler containing units made of perforated pipe

ZHAO Song-ling SHENG Sheng-wo

(Institute of Acoustics, Tongji Univ. Shanghai, 200092)

**Abstract:** Further analysis about acoustical property of the tubular structure containing perforated pipe is investigated based upon author's previous works. In this paper, the perforated pipe is assumed to be perpendicular to the axis of main tube. The rigorous formulas to calculate the acoustic transmission matrix of the structure are derived. For an example to determine the resultant transmission matrix, a practical design of reactive muffler containing units of perforated pipe is demonstrated and discussed.

**Key words:** reactive muffler; perforated pipe; acoustic transmission matrix

### 1 引言

抗性消声器是控制内燃机排气噪声的必备部件, 它的结构设计以及相应的分析计算已被广泛深入地加以研究<sup>[1,2]</sup>。目前在高效抗性消声器的设计中, 往往采用管壁穿孔的元件。不论在改善消声器流体动力性能方面还是在提高消声器消声性能方面, 穿孔管结构都具有明显的优越性。首先, 可供穿孔的管壁范围较大, 穿孔总面积不受管道截面面积的限制, 可以有较大的选择余地来适应流体动力的和声学的设计要求; 其次, 穿孔管是分布

元件, 许多小孔均布在较大面积上, 与穿孔总面积相同的集总元件相比较, 消声器内的流场和声场都较均匀, 可使流体阻力降低声学性能较平稳; 特别是, 当声波通过穿孔管不同部位传播时, 有一定的声程差, 会产生附加的干涉抵消效应, 从而可以提高消声效果。

穿孔管与主管道同轴(或相互平行)的情况是较常见的, M. L. Munjal<sup>[2]</sup>对这类设计有较全面的论述。作者在前文<sup>[3]</sup>对含同轴穿孔管的一些典型结构作了严格的定量分析, 导出了进口界面上声阻抗的精确计算公式。本文将进一步分析穿孔管与主管道垂直交叉时

\* 收稿日期: 99-06-23

作者简介: 赵松龄(1927-), 男, 教授

的声传播特性, 导出了相应结构声传递矩阵的精确计算公式。文中以一种含穿孔管元件的典型结构为例, 阐明了抗性消声器总的声传递矩阵分析计算方法, 并作了讨论。

## 2 穿孔管与主管道垂直交叉时的声传播

如图 1 所示, 设在主管道中与管轴垂直方向插入一端封闭的穿孔管, 使主管道中的声波经穿孔管管壁, 并在管内转过 90 后再向下游传播。设穿孔管壁厚为  $b$ , 内径为  $d$ , 相应截面积为  $S = \pi d^2 / 4$ 。在长度为  $L$  的管壁上, 设均匀分布了  $N$  个直径为  $d_s$  的穿孔, 可得穿孔率  $\sigma$  为:  $\sigma = N d_s^2 / 4 d L$  (1)

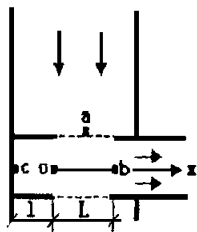


图 1 垂直交叉穿孔管结构

穿孔有效长度  $\delta$  为:

$$\delta = b + 0.85 d_s (1 - 1.25 \sigma + 0.25 \sigma^2) \quad (2)$$

忽略穿孔的声阻, 可得壁面声阻抗率  $Z_s$  为:

$$Z_s = j \rho c k \delta \sigma \quad (3)$$

当声波波长远大于管道截面尺寸时, 可设穿孔管外管道中传播的声波为平面波, 沿穿孔管管壁外侧面的声压  $p_a$  为均布。在穿孔管内取  $x$  轴与管轴平行, 原点 0 取在穿孔段端面上。记管内声压为  $p$ , 轴向质点振速为  $v$ , 可得运动方程为:

$$\rho (\partial / \partial t) v = - (\partial / \partial x) p \quad (4)$$

连续性方程为:

$$\begin{aligned} (S / \rho c^2) (\partial / \partial t) p + \\ S (\partial / \partial x) v - (p_a - p) \pi d / Z_s = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $\rho$  为空气密度,  $c$  为声速, 记声波角频率

为  $\omega$ , 波数为  $k = \omega / c$  参数  $E^2$  和  $K^2$  分别为:

$$E^2 = 4 \sigma / d \delta \quad (6)$$

$$K^2 = k^2 - E^2 \quad (7)$$

消去轴向质点振速  $v$ , 可得波动方程为

$$(\partial^2 / \partial x^2) p + k^2 p - E^2 p = - E^2 p_a \quad (8)$$

其普遍解为:

$$\begin{aligned} p = - (E^2 / K^2) [1 - \cos(Kx)] p_a + \\ A \cos(Kx) + B \sin(Kx) \end{aligned} \quad (9a)$$

设穿孔管封闭端  $c$  处的声压为  $p_c$ , 由  $x = 0$  处声压和轴向质点振速的连续条件上式简化为:

$$\begin{aligned} p = - (E^2 / K^2) [1 - \cos(Kx)] p_a + \\ [\cos(kl) \cos(Kx) - \\ (k / K) \sin(kl) \sin(Kx)] p_c \end{aligned} \quad (9b)$$

在穿孔管出口界面  $b$  处,  $x = L$ , 记声压为  $p_b$ , 体积振速与参数  $(\rho c / S)$  的乘积为  $U_b$ , 并引入参数如下:

$$a_1 = - (E^2 / K^2) [1 - \cos(KL)] \quad (10a)$$

$$a_2 = - (E^2 / K k) \sin(KL) \quad (10b)$$

$$\begin{aligned} c_1 = \cos(kl) \cos(KL) - \\ (k / K) \sin(kl) \sin(KL) \end{aligned} \quad (10c)$$

$$\begin{aligned} c_2 = - (K / k) \cos(kl) \sin(KL) - \\ \sin(kl) \cos(KL) \end{aligned} \quad (10d)$$

可得:

$$p_b = a_1 p_a + c_1 p_c \quad (11a)$$

$$U_b = j a_2 p_a + j c_2 p_c \quad (11b)$$

在穿孔管侧面上, 经穿孔管壁进入管内的体积振速与参数  $(\rho c / S)$  的乘积为  $U_a$ , 得

$$U_a = (\pi d / Z_s) \int_0^L (p_a - p) dx \quad (12)$$

引入参数如下:

$$\begin{aligned} a_3 = - (E^2 / K k) \{ KL + \\ (E^2 / K^2) [(KL) - \sin(KL)] \} \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} c_3 = (E^2 / K k) \{ \cos(kl) \sin(KL) - \\ (k / K) \sin(kl) [1 - \cos(KL)] \} \end{aligned} \quad (13b)$$

经运算化简后得:  $U_a = j a_3 p_a + j c_3 p_c$  (14)

以矩阵形式表示进出口界面  $a, b$  间的声传递关系, 得

$$\begin{bmatrix} P_a \\ U_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_A & T_B \\ T_C & T_D \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P_b \\ U_b \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中  $T_A, T_B, T_C, T_D$  为矩阵的 4 个元素。对于垂直交叉穿孔管结构, 四个传递矩阵元素可分别由下列各式计算:

$$T_A = c_2 l / (a_1 c_2 - a_2 c_1) \quad (16a)$$

$$T_B = j c_1 / (a_1 c_2 - a_2 c_1) \quad (16b)$$

$$T_C = j (a_3 c_2 - a_2 c_3) / (a_1 c_2 - a_2 c_1) \quad (16c)$$

$$T_D = (a_1 c_3 - a_3 c_1) / (a_1 c_2 - a_2 c_1) \quad (16d)$$

### 3 抗性消声器的声传递矩阵

抗性消声器中的声传播特性已有成熟的普遍分析方法, 我们把它推广应用到含穿孔管元件的消声结构中。如图 2 所示, 为一含两种类型穿孔管元件的典型抗性消声器设计。

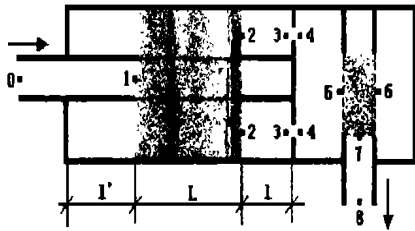


图 2 典型抗性消声器结构

首先, 选择  $n = 0, 1, 2 \dots N$  等  $N$  个界面, 把消声器分隔成  $N$  个基本单元约定在  $(n-1)$  与  $n$  两界面间的单元为第  $n$  单元。如在本例中  $N = 8$ , 第 1 单元为输入管, 第 2 单元为含同轴穿孔管的结构, 第 4 单元为穿孔隔板。

其次, 在第  $n$  界面上的声学状态以两个参量表征: 一为声压  $p_n$  另一为体积振速与  $(\rho c / S)$  的乘积  $U_n$ 。相应第  $n$  个单元的声传播特性以 4 元素声传递矩阵  $[T_n]$  表征, 其两端界面上声学参量间的关系如式 (15) 所示。

最后, 抗性消声器总的声传递矩阵  $[T]$  可由各单元传递矩阵  $[T_n]$  连乘而得, 即

$$[T] = [T_1] * [T_2] * \dots * [T_N] \quad (17)$$

由上分析, 问题关键归结为确定各单元

的声传递矩阵, 特别是穿孔管结构的声传递矩阵。扼要阐述如下:

#### (1) 串接管道

如本例中  $n = 1, 3, 4, 5, 8$  等单元都是一段串接管道结构, 其特性主要由有效长度  $l_n$  及面积比  $m_n = S_n / S$  表征, 式中面积参考值  $S$  可取进口管截面积。

声传递矩阵的四个元素  $T_A, T_B, T_C, T_D$  分别为:  $\cos(kl_n), j(1/m_n) \sin(kl_n), jm_n \sin(kl_n), \cos(kl_n)$

#### (2) 旁接结构

如本例中标有  $n = 6$  的单元为旁接的闭管。在一般情况, 设接口界面上旁接结构的相对声阻抗为  $Z$ , 4 个矩阵元素分别为:  $1, 0, 1/Z, 1$ , 在本例中  $(1/Z) = jm_6 \tan(kl_6)$

#### (3) 交叉穿孔管结构

如本例中标有  $n = 7$  的单元, 它包括长为  $L$  的穿孔部分和长为  $l$  的封闭管, 设截面积与进口管截面积相同。其声传递矩阵已在上一节求出。

#### (4) 同轴穿孔管结构

如本例中标有  $n = 2$  的单元, 它分外区和内区, 其面积比为  $m$ , 它主要包括长度为  $L$  的穿孔部分, 及在两端长度分别为  $l$  和  $l$  的封闭管。在本例中, 进口界面在内区左端, 出口界面在外区右端。对于声传递矩阵的 4 个元素, 引入参数组  $\alpha_{i,j} (i, j = 1, 2, 3, 4)$ , 相应的计算公式给出如下:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1,1} &= \sin(kl); & \alpha_{1,2} &= -(1/m) \sin(kl); \\ \alpha_{1,3} &= \cos(kl); & \alpha_{1,4} &= -(1/m) \cos(kl); \\ \alpha_{2,1} &= \sin[k(L+1)]; \\ \alpha_{2,2} &= \cos(KL) \sin(kl) + (K/k) \sin(KL) \cos(kl); \\ \alpha_{2,3} &= -\cos[k(L+1)]; \\ \alpha_{2,4} &= (k/K) \sin(KL) \sin(kl) - \cos(KL) \cos(kl); \\ \alpha_{3,1} &= \cos(kL); & \alpha_{3,2} &= -(1/m) \cos(KL); \\ \alpha_{3,3} &= \sin(kL); & \alpha_{3,4} &= -(k/mK) \sin(KL); \\ \alpha_{4,1} &= -m \sin(kL); & \alpha_{4,2} &= (K/k) \sin(KL); \\ \alpha_{4,3} &= m \cos(KL); & \alpha_{4,4} &= -\cos(KL); \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

记参数组  $\alpha_{i,j}$  所组成行列式之值为  $\Delta$ , 即

论依据。

## 4 讨论与结论

我们知道,抗性消声器的消声性能,通常可采用两种评价指标:即传递损失( $TL$ )与插入损失( $IL$ )。传递损失由入射声与透射声的声功率级之差定义,它完全决定于消声器总的声传递矩阵,是消声器的固有属性。实践表明,在实验室严格控制条件下,传递损失理论预测值与实测值基本一致。本文对含穿孔管结构的抗性消声器作了论述,提供了总的声传递矩阵的计算程序,对不同消声器结构的传递损失,就可以借助微机进行仿真试验,发掘穿孔管结构的潜力,为设计高效抗性消声器提供理论基础。

值得指出,目前在现场测量时一般采用插入损失,它由装卸消声器前后系统辐射声功率级的降低量来定义。插入损失并不是消声器的固有属性,它不但与出口的辐射条件有关而且与噪声源(包括连接管)的特性密切相关。由于在装卸消声器前后,这些特性很难定量掌握,因此要较准确地预测插入损失尚需进一步分析研究。本文暂不作深入讨论。

### 参考文献:

- [1] 赵松龄. 噪声的降低与隔离[M]. 第三篇. 同济大学出版社, 1989.
- [2] M. L. Munjal, Theoretical and experimental methods in acoustics of ducts and mufflers—a critical review[C]. J. Inter-noise90, 1990.
- [3] 赵松龄, 盛胜我. 管道结构中含同轴穿孔管时的声传播特性[J]. 声学技术, 1999; 18(3): 103.

$$\Delta = |\alpha_{i,j}| \quad (18)$$

可行声传递矩阵的 4 个元素分别为

$$T_A = \Delta_A / \Delta \quad (19a)$$

$$T_B = j\Delta_B / \Delta \quad (19b)$$

$$T_C = j\Delta_C / \Delta \quad (19c)$$

$$T_D = \Delta_D / \Delta \quad (19d)$$

各式中分子分别为行列式,

$$\Delta_A = \begin{vmatrix} (\alpha_{1,2} - \alpha_{1,1}) & \alpha_{1,3} & \alpha_{1,4} \\ (\alpha_{2,2} - \alpha_{2,1}) & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} \\ (\alpha_{4,2} - \alpha_{4,1}) & \alpha_{4,3} & \alpha_{4,4} \end{vmatrix} \quad (20a)$$

$$\Delta_B = \begin{vmatrix} (\alpha_{1,2} - \alpha_{1,1}) & \alpha_{1,3} & \alpha_{1,4} \\ (\alpha_{2,2} - \alpha_{2,1}) & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} \\ (\alpha_{3,2} - \alpha_{3,1}) & \alpha_{3,3} & \alpha_{3,4} \end{vmatrix} \quad (20b)$$

$$\Delta_C = \begin{vmatrix} \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} & (\alpha_{1,4} - \alpha_{1,3}) \\ \alpha_{2,1} & \alpha_{2,2} & (\alpha_{2,4} - \alpha_{2,3}) \\ \alpha_{4,1} & \alpha_{4,2} & (\alpha_{4,4} - \alpha_{4,3}) \end{vmatrix} \quad (20c)$$

$$\Delta_D = \begin{vmatrix} \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} & (\alpha_{1,4} - \alpha_{1,3}) \\ \alpha_{2,1} & \alpha_{2,2} & (\alpha_{2,4} - \alpha_{2,3}) \\ \alpha_{3,1} & \alpha_{3,2} & (\alpha_{3,4} - \alpha_{3,3}) \end{vmatrix} \quad (20d)$$

对于同轴穿孔管结构,进出口界面可以有不同的选择,但矩阵元素的计算公式型式保持相同,只是参数组  $\alpha_{i,j}$  要作相应调整。

上述声传递矩阵的求法具有普遍性,计算过程虽较冗长但并没有原则性的困难,借助微机技术分析抗性消声器总的声传递矩阵,不难得出系统化的数值结果,这对进一步预测抗性消声器的消声性能可提供严格的理