

一种被动 TMA 的可测性问题分析

胡友峰¹, 景 博², 张建平²

(1. 西北工业大学航海工程学院, 西安 710072; 2. 空军工程大学工程学院, 西安 710038)

摘要 本文讨论了声纳被动定位中, 一种非线性动态系统在基于目标方位(包括方位角, 仰角及频率)测量情形下 TMA 的可测性问题。虽然这是个非线性系统, 结果证明它是一个可测的动态系统。

关键词 目标运动分析(TMA); 可测性; 被动定位

中图分类号: TB56; 文献标识码: A

Investigation of the observability in one of passive TMA

HU You-feng¹, JING Bo², ZHANG Jian-ping²

(1. College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072; 2. College of Engineering, The Air Force University of Engineering, Xi'an 710038)

Abstract: This paper present the observability of one nonlinear system in passive target motion analysis (TMA) which is based on the gain of bearing and frequency. We can cite that it can be observed although it is one nonlinear system.

Key words: passive target motion analysis (TMA); observability; passive location

1 引言

在水下被动定位研究中, TMA(目标运动分析)作为一种规范技术的方法研究已备受关注。TMA 方法主要是以声纳工作平台的水听器阵列所获得的一系列数据测量为依据来建立声源的运动轨迹或时间历程。这些测量数据通常是工作平台收集到的谱线、方位角或传感器之间的时延等等。在研究过程中我们必须根据不同的物理环境, 来建立不同的物理模型。然而在进行 TMA 估计之前, 所建立的物理模型作为一个系统是否具有可测性, 是首先考虑的问题。

从水听器阵列的工作过程, 我们看到的是一个水下动态系统。大多数情形下水下的动态系统都属于非线性性质, 它的可测性是一个非常重要而有难度的问题。文献[1]中论

述了一种非线性情形可测性问题的标准。本文在[1]所论述的标准下对水下被动情形下一种物理环境的可测性问题进行了分析, 并得出了相应的结论。

2 被动 TMA 的可测性问题标准

在水下被动观测中, 如果把运动的目标和观测的水听器阵列模拟为一个动态的系统, 我们即可以用状态空间方法来描述。与主动系统不同的是被动观测仪与目标之间的距离一般说是未知的。这使得动态系统的可测性问题成为 TMA 中的一个难点。按照线性系统的有关理论, 线性系统的可测性问题有着明确的定义, 非线性系统的可测性即不尽相同。首先考虑无噪时变线性系统的基本方

收稿日期: 99-01-29, 修订日期: 99-12-30

作者简介: 胡友峰(1967-), 男, 博士研究生

程式。

根据线性理论有如下定义^[3]: 系统(1)

(2)在 $[t_0, t_1]$ 是可测的, 当且仅当 $A(t), B(t), C(t)$ 和 $Z(t)$ 在 $[t_0, t_1]$ 上的值可以计算出以 $X(t)$ 或任何其它的等价向量为初始状态的方程组(1)的唯一解。其中

$$\dot{X}(t) = A(t) \cdot X(t) + B(t) \cdot V(t) \quad (1)$$

$$Z(t) = C(t) \cdot X(t) \quad (2)$$

其中, $X(t)$ 是 $n \times 1$ 维状态向量, $A(t)$ 是 $n \times n$ 维状态矩阵, $B(t)$ 是 $n \times p$ 维目标矩阵, $U(t)$ 是 $p \times 1$ 维目标向量, $C(t)$ 是 $m \times n$ 维测量矩阵。而 $Z(t)$ 是 $m \times 1$ 维测量向量。微分方程(1)的解为:

$$X(t) = \Phi(t, t_0) X(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B(\tau) U(\tau) d\tau \quad (3)$$

其中, $\Phi(t, t_0)$ 为转移矩阵, 它满足如下等式:

$$\frac{\partial \Phi(t, t_0)}{\partial t} = A(t) \cdot \Phi(t, t_0)$$

$$\text{和 } \Phi(t_0, t_0) = I_n \quad (4)$$

则有 $Z(t) - C(t) \cdot R(t) = C(t) \cdot \Phi(t, t_0) \cdot X(t_0)$ (5)

定理^[1]: 系统(1) (2)在 $[t_0, t_1]$ 是可测的, 当且仅当对于任意一个非零向量 Y , 总存在着 $t \in [t_0, t_1]$, 使得

$$C(t) \cdot \Phi(t, t_0) \cdot Y \neq 0 \quad (6)$$

所以此定量的逆命题可以表达为: 系统(1) (2)在 $[t_0, t_1]$ 是可测的, 当且仅当下式成立时: 若

$$C(t) \cdot \Phi(t, t_0) \cdot Y = 0 \quad (7)$$

取 $t \in [t_0, t_1]$ 可得出 $Y = 0$ 。

也就是说, 当(6)式为零时, Y 只能是零向量,

$$C(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{IS} \cdot \cos(\theta) \\ f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ (1/2)\sin(\theta) \cdot \cos(\theta) & (1/2)\sec(\theta) \cdot \sin(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(f_0/c)\sin(\theta) & -(f_0/c)\cos(\theta) & f_0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

则原定理仍然成立。

3 模型分析

现考虑如下问题: 有一目标源发射的声源频率为 f_0 , 在观察的时间内, 目标源与水听器阵列保持在两个不同的水平面上沿各自固定的方向作匀速运动。并假设深度固定, 同时水听器可不断地测量到一系列目标的方位角 $\theta(t)$, 仰角 $\phi(t)$ 和产生多普勒频移后的 $f(t)$ 的数据。取状态向量为:

$$X(t) = [r_x(t), r_y(t), r_x(t), r_y(t), 1] \quad (8)$$

其中, r_x, r_y 分别表示目标相对水听器的东西、南北向距离, r_x, r_y 表示相应的速度, 从水听器阵列所测定的 $\theta(t), \phi(t)$, 和 $f(t)$, 由下式定义:

$$\theta(t) = \tan^{-1} r_x / r_y \quad (9)$$

$$\phi(t) = \tan^{-1} [(Z_{IS}) / \sqrt{r_x^2 + r_y^2}] \quad (10)$$

$$f(t) =$$

$$\left[1 - \frac{r_x^2 \cdot \sin^2(\theta) + r_y^2 \cdot \cos^2(\theta)}{C} \right] f_0 \quad (11)$$

其中 f_0 为目标发射声波的未知恒定频率, Z_{IS} 为目标与水听器在平面间的距离且假定已知。由(10)式得状态微分方程和测量方程:

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X(t) \quad (12)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

和 $B = 0$ (14)

$$C(t) = \begin{bmatrix} \cos(t) & -\sin(t) & 0 & 0 & 0 \\ (1/2)\sin(t) \cdot \csc(t) & (1/2)\sin(t) \cdot \sec(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(f_0/c)\sin(t) & -(f_0/c)\cos(t) & f_0 \end{bmatrix}$$
 (15)

根据定理 1, 我们寻找一个常向量 $Y = (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$, 如使得等式 (7) 成立时, 有 $Y = (0, 0, 0, 0, 0)$, 即可证明此系统是可测的。

由式(12)、(13)有时变系数 $A(t)$ 、 $B(t)$ 、 $C(t)$ 分别见式(14)、(15):

所以可以转移矩阵为:

$$(t, t_0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t-t_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t-t_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (16)

代入(7) 式得:

$$[y_1 + (t-t_0) \cdot y_3] \cdot \cos(t) - [y_2 + (t-t_0) \cdot y_4] \cdot \sin(t) = 0$$
 (17)

$$[y_1 + (t-t_0) \cdot y_3] \cdot \sin(t) \cdot \csc(t) + [y_2 + (t-t_0) \cdot y_4] \cdot \sin(t) \cdot \sec(t) = 0$$
 (18)

$$-\sin(t) \cdot y_3 - \cos(t) \cdot y_4 + c \cdot y_5 = 0$$
 (19)

将(19) 式微分有

$$-\cos(t) \cdot y_3 \cdot (t) + \sin(t) \cdot y_4 \cdot (t) = 0$$
 (20)

由于函数 \cos 和 \sin 线性独立, 则有:

$$y_3 = y_4 = 0$$
 (21)

将(21) 式代入(19) 式有 $y_5 = 0$ (22)

所以

$$y_1 \cdot \cos(t) - y_2 \cdot \sin(t) = 0$$
 (23)

$$y_1 \cdot \csc(t) \cdot \sin(t) + y_2 \cdot \sec(t) \cdot \sin(t) = 0$$
 (24)

由所假定的目标与水听器阵列位于两平面,

则 $(t) \quad k$.

设 0 (若为 0 , 目标即在基阵的垂直上下方向, 这种情况不多见), (24) 式变为:

$$y_1 \cdot \cos(t) + y_2 \cdot \sin(t) = 0$$
 (25)

由(23)、(25) 式有: $y_1 = y_2 = 0$ (26)

所以

$$Y = (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) = (0, 0, 0, 0, 0)$$
 (27)

4 结论

根据以上的推证, 由逆定理的有关条件, 我们可以得出以下结论: 当目标与工作平台的水听器阵列在两个不同的平行平面上运动, 假设目标在观察时间 $[t-T, t]$ 内作固定航向的匀速运动, 且两平行平面间距已知, 则目标的运动轨迹基于方位(方位角, 仰角) 及频率是可测的。

参考文献:

[1] Claude Jaufferet and Denis pillon. Observability in passive target motion analysis [J]. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. at. 1996; 32(4).

[2] Klaus beeker. A general approach to TMA observability from angle and frequency measurements [J]. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. Jan. 1996; 32 (1).

[3] 索洛尼科夫著, 张东韩译. 线性自动控制系统统计动力学[M]. 科学出版社, 1996.

[4] 张有为编著. 维纳与卡尔曼滤波[M]. 国防工业出版社, 1979.