

井间声波场有限差分模拟

杜光升¹, 叶夏根², 乔文孝¹

(1. 石油大学应用物理系, 山东省东营市 257061; 2. 山东省盐务局, 济南 250012)

中图分类号: O422.2 文献标识码: A

FDM simulation of cross borehole acoustic field

DU Guang-sheng¹, YE Xia-gen², QIAO Wen-xiao¹

(Department of Applied Physics, University of Petroleum, Dongying 257061, China)

1 引言

声波场的数值模拟是研究地下层分布的基础工作, 通过对模拟声波场分析, 以识别声波的性质, 分辨一次波与层间多次反射波。本文用四阶有限差分格式对二维声波方程进行数值模拟, 分析了吸收边界条件和界面反射波。

2 理论

2.1 声波方程及吸收边界条件

设井间介质是非均匀介质, 二维声波方程用下式描述^[1]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2(x, z) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + f_s(x_s, z_s) \quad (1)$$

式中, $u(x, z)$ 和 $v(x, z)$ 为点 (x, z) 处介质的位移和速度, $f_s(x_s, z_s)$ 为震源函数。

二维井间波场的模拟是在井间有限区域内进行的, 采用自动校正吸收边界条件^[2]:

$$\text{左边界: } -\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\cos}{v(1+\cos)} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{v}{1+\cos} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

$$\text{右边界: } \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\cos}{v(1+\cos)} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{v}{1+\cos} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (3)$$

$$\text{顶边界: } -\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\cos}{v(1+\cos)} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{v}{1+\cos} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

$$\text{底边界: } \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\cos}{v(1+\cos)} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{v}{1+\cos} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (5)$$

式中: θ 为声波的入射角。

2.2 声波方程及吸收边界条件的差分格式

进行数值模拟时, 必须将式(1)-(5)离散化, 即

收稿日期: 2000-01-21; 修订日期: 2000-05-15

CNPC 测井重点实验室资助课题

作者简介: 杜光升(1968-), 男, 讲师, 从事检测声学研究。

用有限差分来逼近导数, 为此先把空间区域网格化, 设 x 和 z 方向的网格间隔长度分别为 Δx 和 Δz , 时间间隔为 Δt , 则有 $x = i \Delta x, z = j \Delta z, t = n \Delta t$ 。容易得到声波方程的四阶有限差分分解:

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{n+1} = & 2u_{i,j}^n - u_{i,j}^{n-1} + \frac{v^2(i,j) \Delta t^2}{x^2} \left[-\frac{1}{12} \right. \\ & (u_{i-2,j}^n + u_{i+2,j}^n) + \frac{4}{3}(u_{i-1,j}^n + u_{i+1,j}^n) - \frac{5}{2}u_{i,j}^n \left. + \right. \\ & \left. \frac{v^2(i,j) \Delta t^2}{z^2} \left[-\frac{1}{12}(u_{i,j-2}^n + u_{i,j+2}^n) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{4}{3}(u_{i,j-1}^n + u_{i,j+1}^n) - \frac{5}{2}u_{i,j}^n \right] \right] \quad (6) \end{aligned}$$

由于中心波场计算采用式(6)的四阶有限差分格式, 因此, 在计算次边界波场值时, 若仍用此格式, 就要用到边界外的波场, 所以采用二阶有限差分格式计算次边界的波场值, 其计算格式如下:

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{n+1} = & 2u_{i,j}^n - u_{i,j}^{n-1} + \left(\frac{v(i,j) \Delta t}{x} \right)^2 [u_{i-1,j}^n - 2u_{i,j}^n + \\ & u_{i+1,j}^n] + \left(\frac{v(i,j) \Delta t}{z} \right)^2 [u_{i,j-1}^n - 2u_{i,j}^n + \\ & u_{i,j+1}^n] \quad (7) \end{aligned}$$

同理可得边界条件的差分格式:

左边界:

$$\begin{aligned} \left[1 + \frac{x \cos}{v \Delta t (1 + \cos)} \right] u_{i,j}^{n+1} = & [(u_{i+1,j}^{n-1} - u_{i-1,j}^n) + u_{i,j}^n] - \\ & \frac{x \cos}{v \Delta t (1 + \cos)} [(-2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n)] - \\ & \frac{v \Delta t}{x(1 + \cos)} [u_{i+2,j}^n - 2u_{i+1,j}^n + u_{i,j}^n] \quad (8) \end{aligned}$$

右边界:

$$\begin{aligned} \left[1 + \frac{x \cos}{v \Delta t (1 + \cos)} \right] u_{i,j}^{n+1} = & [(u_{i-1,j}^{n-1} - u_{i+1,j}^n) + u_{i,j}^n] - \\ & \frac{x \cos}{v \Delta t (1 + \cos)} [(-2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n)] - \\ & \frac{v \Delta t}{x(1 + \cos)} [u_{i-2,j}^n - 2u_{i-1,j}^n + u_{i,j}^n] \quad (9) \end{aligned}$$

顶边界:

$$\left[1 + \frac{z \cos}{v t (1 + \cos)} \right] u_{i,j}^{n+1} = [(u_{i,j-1}^n - u_{i,j+1}^n) + u_{i,j}^n] - \frac{z \cos}{v t (1 + \cos)} [(-2u_{i,j}^n + u_{i,j}^{n-1})] - \frac{v t}{z (1 + \cos)} [u_{i,j-2}^n - 2u_{i,j-1}^n + u_{i,j}^n] \quad (10)$$

底边界:

$$\left[1 + \frac{z \cos}{v t (1 + \cos)} \right] u_{i,j}^{n+1} = [(u_{i,j-1}^n - u_{i,j-1}^n) + u_{i,j}^n] - \frac{z \cos}{v t (1 + \cos)} [(-2u_{i,j}^n + u_{i,j}^{n-1})] - \frac{v t}{z (1 + \cos)} [u_{i,j-2}^n - 2u_{i,j-1}^n + u_{i,j}^n] \quad (11)$$

3 数值计算结果

3.1 均匀介质中井间声波场

设均匀介质中声速为 1500m/s、中心频率为 1kHz 的点声源坐标为 (30m, 50m), 数值模拟在 100m × 100m 的区域内进行, 设四周均为吸收边界。井间距离为 70m, 两个相邻接收器间隔为 2m。在接收井中接收器所接收的波形如图 1 所示。

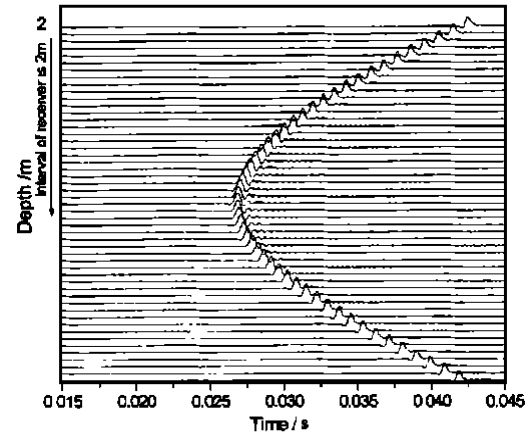


图 1 均匀介质中井间声场

3.2 水平分层介质中井间声波场

设井间介质为水平分层介质, 上层介质的厚度为 120m, 其中声速为 2000m/s, 下层介质厚度为 80m, 其中声速为 3500m/s。中心频率为 1kHz 的点声源位于上层介质中, 其坐标为 (50m, 80m), 数值模拟在 200m × 200m 的区域内进行, 设四周均为吸收边界。井间距离为 150m, 两个相邻接收器间隔为 5m。在接收井中接收器所接收的波形如图 2 所示。

3.3 介质中存在异常体时井间声波场

设在均匀背景介质中心存在异常体 (大小为

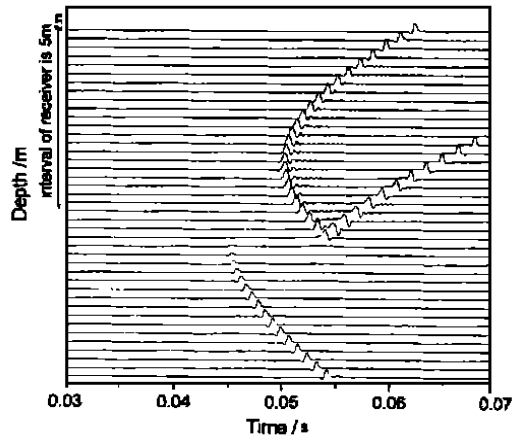


图 2 水平分层介质中井间声场

40m × 40m), 其中背景介质的声速为 3500m/s, 异常体的声速为 2500m/s。中心频率为 1kHz 的点声源坐标为 (50m, 200m), 数值模拟在 400m × 400m 的区域内进行, 设四周均为吸收边界。井间距离为 350m, 两个相邻接收器间隔为 5m。在接收井中接收器所接收的波形如图 3 所示。

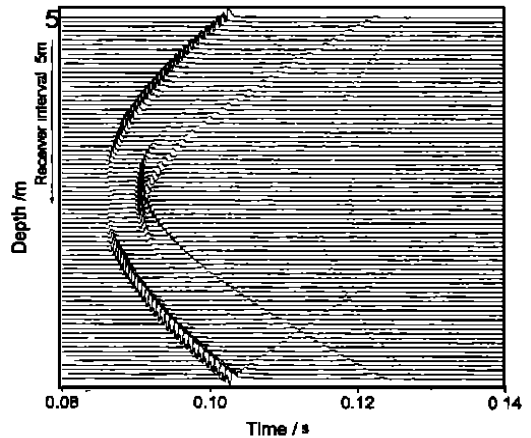


图 3 介质中存在异常体时井间声场

4 结束语

本文利用有限差分法数值研究了井间声波场, 井间直达波、反射波和透射波均得到了很好的模拟, 引入吸收边界后, 界面反射波得到有效的抑制。

参考文献:

- [1] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础(上册)[M]. 上海科学技术出版社, 1981.
- [2] 范祯祥, 郑仙种. 地震波数值模拟与偏移成像[M]. 河南科学技术出版社, 1994.