文章编号: 1000-3630(2001)01-0004-03

液体-压电晶片界面上电边界条件对兰姆波激发的影响

马伟方[1], 侯　毅[1], 施文康[2], 邓明晰[2]
(1. 上海交通大学, 上海 200030;　2. 后勤工程学院, 重庆 400016)

摘　要: 本文对液体-压电晶片结构中, 不同电边界条件下叉指换能器所激发的兰姆波传播特性进行了分析研究, 给出了不同电边界条件下兰姆波的相速度、叉指换能器激发兰姆波的机电耦合系数与压电晶片的归一化厚度、晶体切向之间的关系曲线, 为实际设计中电边界条件的正确选择提供了理论基础。
关键词:　电边界条件; 兰姆波; 有效介电常数
中图分类号: O421^{+}.5　　文献标识码: A

Influence of electrical boundary conditions on lamb wave excitation at the interface of liquid and piezoelectric substrate

MA Wei-fang[1], HOU Yi[1], SHI Wen-kang[1], DENG Ming-xi[2]
(1. Dept. of Instrumentation Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China;
2. Logistical Engineering Institute, Chongqing 400016, China)

Abstract: This paper analyzes the influence of electrical boundary conditions on the propagation of Lamb waves generated by the interdigital transducer (IDT) at the interface of liquid and piezoelectric substrate. The curves of the phase velocities and the IDT electromechanical coupling coefficients as a function of normalized thickness of the piezoelectric substrate and crystal orientation on different electrical boundary conditions are presented too. It provides the theoretical basis for the selection of electrical boundary conditions in practice.
Key words: electrical boundary condition; Lamb wave; effective permittivity

1　前　言

兰姆波是压电晶片内传播的一种弹性波。它已广泛应用于无损评估(non destructive evalution, 缩写NDE)和机电参数的测量中。但兰姆波激发时, 不同的边界条件下激发出的兰姆波对被测参数的敏感程度也不同。尤其是电边界条件, 即在压电晶片的表面进行金属化和不进行金属化, 其激发出的兰姆波的相速度、IDT(叉指换能器, 下同)激发兰姆波的机电耦合系数等都不尽相同, 对参数的敏感性也就不一样。这样如何正确选择其边界条件, 以提高敏感性和稳定性成为兰姆波器件设计的主要问题。本文拟从声的波动理论出发, 考虑晶体的压电性和各向异性, 对IDT在液体-压电晶片界面激发的兰姆波的性质进行理论研究, 为实际中边界条件的选择提供理论依据。

收稿日期: 2000-05-29; 修回日期: 2000-08-04
本课题受上海市科技发展基金资助
作者简介: 马伟方(1972-), 男, 浙江人, 博士研究生, 从事机电一体化, 新型检测技术及声传感器开发研究。

2　激发原理

对半无限大液体介质和有限厚压电晶片建立如图1所示的坐标系。压电晶片的材料取常用的$LiNbO_3$为例, 晶轴X与x坐标轴重合, 晶轴Y、Z可绕x轴旋转。叉指换能器置于$y=0$处。这里仅讨论声振动在yz面内的情形。在$LiNbO_3$压电晶片内$(0<y<d)$, 基本波动方程为:

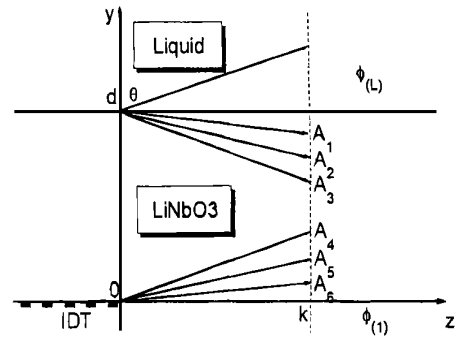


图1　液体-压电晶片界面兰姆波激发原理图

$$\begin{cases} u_j - C_{ijkl}u_{k,il} = e_{ijk}\ _{ik} \\ _{ij}\ _{ij} - e_{ijk}u_{j,ik} = 0 \end{cases} \tag{1}$$

其中 C_{ijkl}、e_{ijk}和 $_{ij}$ 分别为压电晶片的弹性常数、压电常数和介电常数。方程中 $j=1,2,3$ 分别对应于三个坐标轴(x,y,z)的取向。根据式(1)的形式, 其解可设为(略去因子 $\exp(j\ t)$项, 下同):

$$\begin{cases} u_j \exp[-\mathrm{j}(\ ky+\ kz)] \\ \exp[-\mathrm{j}(\ ky+\ kz)] \end{cases} \quad (2)$$

其中 k 为压电晶片内传播声波的波矢量沿着 z 轴的分量。将式(2)代入式(1), 一般可解得 8 个 根。由于 $LiNbO_3$ 晶体 X 晶轴与 x 轴重合, 仅在 yz 面内存在电声耦合, 沿着 x 轴向的声振动与 yz 面内的声振动解耦, 故可不考虑沿 x 轴向的声振动, 因此只有 6 个根, 将其表示为 $^{(i)}(i=1\sim6)$。对于每个 $^{(i)}$, 由式(1)可得到相应的特征解$[u_y^{(i)}u_z^{(i)}\ ^{(i)}]$, 在压电晶片内的位移分量和电势可表示为:

$$\begin{cases} u_y = \sum_{i=1}^{6} A_i u_y^{(i)} \exp[-\mathrm{j}(\ ^{(i)}ky+\ kz)] \\ u_z = \sum_{i=1}^{6} A_i u_z^{(i)} \exp[-\mathrm{j}(\ ^{(i)}ky+\ kz)] \\ \quad = \sum_{i=1}^{6} A_i\ ^{(i)} \exp[-\mathrm{j}(\ ^{(i)}ky+\ kz)] \end{cases} \quad (3)$$

式中: $A_i(i=1,2,\ ,6)$为待定常数。根据压电本构关系, 可确定出压电晶片内应力及电位移沿 y 轴的分量:

$$\begin{cases} T_{yy}^{(i)} = -\ jk[(C_{24}+\ ^{(i)}C_{22})u_y^{(i)}+(C_{23}+\ ^{(i)}C_{24}) \\ u_z^{(i)}+(e_{32}+\ ^{(i)}e_{22})\ ^{(i)}]\exp(-\mathrm{j}k\ ^{(i)}y-\mathrm{j}kz) \\ T_{yz}^{(i)} = -\ jk[(C_{44}+\ ^{(i)}C_{24})u_y^{(i)}+(C_{34}+\ ^{(i)}C_{44}) \\ u_z^{(i)}+(e_{34}+\ ^{(i)}e_{24})\ ^{(i)}]\exp(-\mathrm{j}k\ ^{(i)}y-\mathrm{j}kz) \\ D_y^{(i)} = -\ jk[(e_{24}+\ ^{(i)}e_{22})u_y^{(i)}+(e_{23}+\ ^{(i)}e_{24}) \\ u_z^{(i)}+(\ _{32}+\ ^{(i)}\ _{22})\ ^{(i)}]\exp(-\mathrm{j}k\ ^{(i)}y-\mathrm{j}kz) \end{cases} \quad (4)$$

其中 T_{yy}、T_{yz}为应力; D_y 是电位移沿着 y 轴方向的分量; C_{ij}、e_{ij}、$_{ij}$分别为弹性常数C_{ijkl}、压电常数 e_{ijk}和介电常数 $_{ij}$的简单表示法。

为简化分析的问题, 不考虑液体介质的导电性。在液体内存在的声纵波形式可表示为:

$$u_L = u\ _L K_0 \exp(-\mathrm{j}K\ \ r) = u\ _L K_0 \exp(-\mathrm{j}\ _L ky-\ jkz) \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{K}_0$ 是沿波矢 $\boldsymbol{K}_L$ 的单位矢量; $_L=\sqrt{(K_L/k)^2-1}$, 波矢 $\boldsymbol{K}_L$ 对应的波数 $K_L=\ /c_L$, c_L 为液体介质中的声速。将 u_L 沿着 y、z 坐标轴分解, 由胡克定律可得到液体层内的应力分量:

$$\begin{cases} T_{Lyz} = 0 \\ T_{Lyy} = -\ \mathrm{j}k\ c_L^2(1+\ _L^2)u\ _L \sin\ \exp(-\mathrm{j}\ _L ky-\mathrm{j}kz) \end{cases} \quad (6)$$

且有如下关系:

$$1+\ _L^2 = c^2/c_L^2,\ \sin\ = c_L/c,\ \cos\ =\ _L \sin$$

式中: c 为相速度。

2.1 液体-压电晶片界面的晶片表面自由

当表面自由时, 在液体层内还需引入电势(根据方程 $^2=0$), 以满足电边界条件, 可设为

$$_L = \ _L \exp(-\mathrm{j}kz-\ ky)$$

同时在 $y<0$ 空气区域也需引入电势, 其解可设为:

$$_1 = \ _1 \exp(-\mathrm{j}kz+\ ky)$$

此时对于如图 1 所示的结构, 共有 9 个未知参数 $A_i(i=1\sim6)$, u_L, $_L$ 和 $_1$。在 $y=0$ 和 $y=d$ 两个边界处, 必须满足如下边界条件:

$y=0$ 界面:

$$\begin{cases} T_{yy}=0; & T_{yz}=0; \\ -\ _1=0; & D_y-D_{1y}=\ (k) \end{cases}$$

$y=d$ 界面:

$$\begin{cases} T_{yy}-T_{Lyy}=0; & T_{yz}-T_{Lyz}=0; \\ -\ _L=0; & D_y-D_{Ly}=0; \\ u_y-u_{Ly}=0 \end{cases}$$

式中: (k)为 $y=0$ 处 IDT 面电荷密度的空间傅立叶变换值; D_{Ly}和D_{1y}分别为液体内和空气内的电位移矢量沿y 轴方向的分量。利用上面给出的 9 个方程, 9 个未知参数 $A_i(i=1\sim6)$、u_L, $_L$ 和 $_1$ 恰好可用 (k)表示。

2.2 液体-压电晶片界面的晶片表面金属化

当界面上晶片表面被金属化时, 在液体层区域内将不存在电势, 故不用引入液体层内电势。但在 $y<0$ 空气区域也需引入电势, 其解仍可设为:

$$_1 = \ _1 \exp(-\mathrm{j}kz+\ ky)$$

此时对于如图 1 所示的结构, 共有 8 个未知参数 $A_i(i=1\sim6)$, u_L, 和 $_1$。在 $y=0$ 和 $y=d$ 两个边界处, 必须满足如下边界条件:

$y=0$ 界面:

$$\begin{cases} T_{yy}=0; & T_{yz}=0; \\ -\ _1=0; & D_y-D_{1y}=\ (k) \end{cases}$$

$y=d$ 界面:

$$\begin{cases} T_{yy}-T_{Lyy}=0; & T_{yz}-T_{Lyz}=0; \\ =0; & u_y-u_{Ly}=0 \end{cases}$$

8 个未知数恰好可由 (k)来表示。

在研究液体-压电晶片结构中压电晶片内兰姆波的传播特性时, 一般可从计算界面有效介电常数入手。定义 IDT 所在界面($y=0$)的有效介电常

数[1]为:

$$\varepsilon_{eff}(k) = \left.\frac{\varepsilon(k)}{|k|}\right|_{y=0} \qquad (6)$$

根据边界条件 $_1$ 可用 (k) 表示, 所以当液体和压电晶片的结构参数确定后, $_{eff}(k)$ 之值就完全确定下来。因存在关系 $k = /v = s$, 介电常数也可表示为 $_{eff}(s)$。在计算时, 使 $_{eff}(s)$ 实部为零和 的 s_f、s_m 的倒数分别为 $y = 0$ 界面自由化和金属化时, 兰姆波的相速度 c_f 和 c_m。IDT 激发兰姆波的机电耦合系数(该系数用于表征电-声耦合效率) 为:

$$k_s^2 = 2(c_f - c_m)/c_f$$

3 数值分析

从上面分析可知, 通过计算有效介电常数 $_{eff}(s)$ 可得到半无穷大液体和压电晶片界面激发的兰姆波的相速度和机电耦合系数。在作数值计算时 $LiNbO_3$ 的参数取自文献[2]。液体以水为例, 其声速 $c_L = 1480\,m/s$, 密度为 $1000\,kg/m^3$, 介电常数为 78 $_0$, $_0$ 为真空中的介电常数。为计算液体-压电晶片兰姆波的相速度, 只需求得使有效介电常数为 0 或无穷大的 s_f 和 s_m 即可。

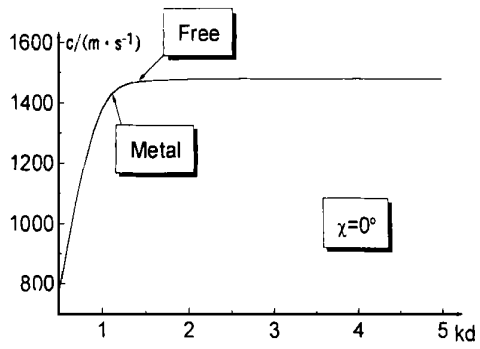


图 2 $x = 0$ 时自由表面和金属化表面相速度与 kd 关系曲线图

图 2 给出了绕 x 轴旋转角 $x = 0$ 时, 不同电边界条件下在 $y = 0$ 处 IDT 激发的兰姆波的相速度与压电晶片归一化厚度的关系曲线图。从中可以看出在 $x = 0$ 时两者的相速度相差很小, 尤其随着 kd 的增加而趋向一致。同时相应的机电耦合系数 k_s^2 与 kd 的关系曲线如图 3 所示。在不同的电边界条件下, 机电耦合系数的大小就不一样。金属化表面时的机电耦合系数明显比自由化表面时的要大。图中 $kd = 0.9$ 时, 两者相差两倍以上。但当 kd 增加到一定值后, 两者无明显差别。

图 4 和图 5 给出的是当 $kd = 0.9$ 时, 兰姆波相速度、IDT 激发兰姆波的机电耦合系数与 x 的关系曲线。从图中可以看出两者相速度随 x 的变化相差不大。而相应的机电耦合系数就大为不同。金属化表面时的机电耦合系数的波动相对比较明显, 同时大致比自由化表面时的机电耦合系数要大。这样有利于边界条件和特性参数的选取, 便于提高兰姆波器件的灵敏度和稳定性。

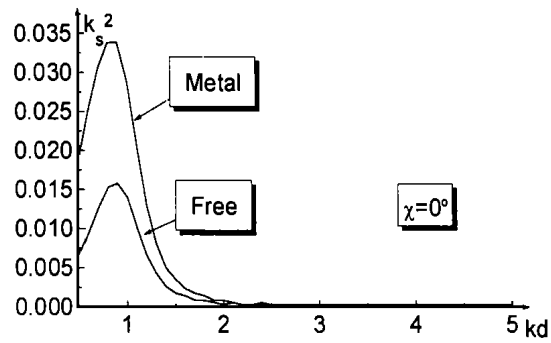


图 3 $x = 0$ 时自由表面和金属化表面机电耦合系数与 kd 关系曲线图

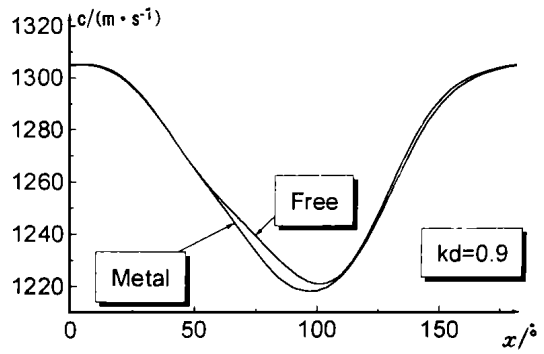


图 4 $kd = 0.9$ 时自由表面和金属化表面相速度与 x 关系曲线图

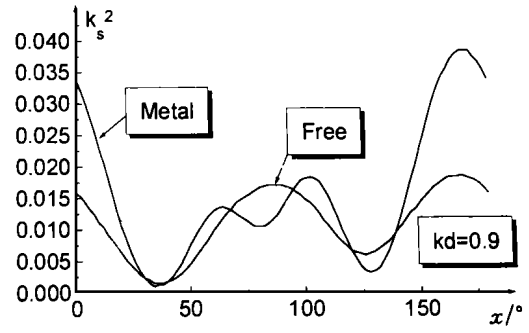
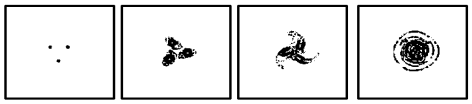


图 5 $kd = 0.9$ 时自由表面和金属化表面机电耦合系数与 x 关系曲线图

为检验本文数值计算结果的正确性, 当半无限大液体介质的参数换成空气介质的参数, 压电晶片认为半无穷时, 计算出 $x = 0$ 时的有效介电常数 $_{eff}(s)$ 与文献[1]给出的结果完全一致, 表明本文数值计算结果是正确的。

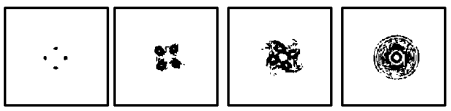
(下转第 12 页)



t= 0s　　t= 8s　　t= 12s　　t= 20s

(a)　　(b)　　(c)　　(d)

图 2　三涡斑的运动随时间的变化(相邻涡斑的初始距离为 0.1m)



t= 0s　　t= 8s　　t= 12s　　t= 15s

(a)　　(b)　　(c)　　(d)

图 3　四涡斑的运动随时间的变化(相邻涡斑的初始距离为 0.1m)

4.2　涡斑声辐射

图 4 为图 1 情况下在纵向正方向离对称中心 1.0m 处声压随时间的变化, 在 t= 0s~ 8s, 两涡斑开始互相旋转, 逐渐靠近, 但没有融合, 虽有一定的声压, 但振幅较小; 在 t　8s 两涡开始融合, 此时声压振幅明显开始增加, 在 8s~ 13s 这段时间内声压振幅较大, 说明此时的两涡间的相互作用明显; 到 t　13s 后声波振幅又开始减小了, 这是因为融合已经完成, 两个涡斑基本上已经成为一个涡斑了。通过分析, 可知声压主要是四极子的贡献。另外通过对 3 涡斑系统和 4 涡斑系统的声辐射的计算, 可知 3 涡斑系统和 4 涡斑系统的声压同 2 涡斑系统一样主要决定于四极子项; 3 涡斑系统和 4 涡斑系统在融合阶段声辐射都较大, 4 个涡斑融合所需的时间较长, 对应于较大声压的时间也较长。值得注意的是虽然 3 涡斑系统和 4 涡斑系统的初始总涡量比两个涡斑系统的大, 但 3 涡斑系统和 4 涡斑系统的最大声压振幅明显比 2 涡斑系统的最大声压小, 声辐射的大小主要决定于积分核 $\frac{x_i x_j}{R^2}$　$_{ij}(t^*)$, 3 涡斑系统和 4 涡斑系统之间的相互作用使得此核的值在融合阶段较两涡斑系统小。

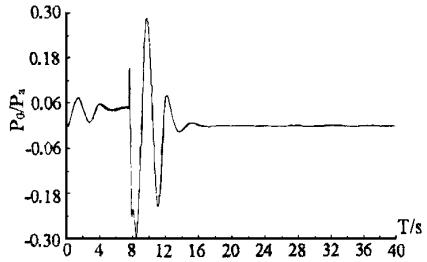


图 4　两涡斑系统的声压波形

5　结　论

本文对自由空间的涡斑运动发声的研究表明: 涡斑在融合阶段声压振幅较大, 自由空间涡斑发声呈现出四极子的特性; 虽然 3 涡斑和 4 涡斑系统的初始总涡量比两涡斑系统的大, 但其声压幅值明显小于两涡斑系统, 由此推得不同涡系的声辐射不同, 可以通过有效控制涡系来降低声辐射的大小。

参考文献:

[1]　Tang S.K. Ko N. W. M. Sound Generation by interaction of two inviscid two-dimensional vortices [J]. J. Acoust. Soc. Am, 1997, 12(3): 1463-1473.

[2]　Norman J. Zabusky. Contour dynamics for the Euler equations in two dimensions [J]. Journal of computational physics, 1979, 30: 96-106.

(上接第 6 页)

4　结　论

本文考虑压电晶片的各向异性和压电性能的同时, 对液体-压电晶片结构中不同电边界条件下叉指换能器激发兰姆波进行了理论研究, 定量分析了兰姆波的有关性能, 在不同边界条件下兰姆波有关特性的差异, 为兰姆波器件设计时电边界条件、归一化厚度和切向的选择提供理论依据, 为提高器件的灵敏度和稳定性提供了新的思路。

参考文献:

[1]　Milson R F, Relly N H C, Redwood M. Analysis of generation and detection of surface and bulk acoustic waves by interdigital transducers [J]. IEEE Trans. SU., 1977, 24(3): 147-166.

[2]　Auld B A. Acoustic fields and waves in solids[M]. New York: John Wiley & sons, 1973. 2.

[3]　Joshi S. G, Yin Y. Excitation of ultrasonic Lamb waves in piezoelectric plates[J]. Journal of Applied Physics, 1991, 69(12): 8018-8024.

[4]　邓明晰, 吕霞付, 蔡绍皓. 压电晶体-液体-固体声波导中叉指换能器对导波的激发研究[J]. 应用声学, 1999, 18(3): 14-21.

[5]　邓明晰. 压电晶体-液体-各向同性固体分层结构中的声反射和声透射[J]. 应用声学, 1997, 16(1): 24-27.