

频带内外模态对频带阻尼特性的影响

盛美萍

(西北工业大学航海工程学院, 西安 710072)

摘要: 频带的阻尼特性主要由带内模态确定, 同时受带外模态影响。文章首先从理论上研究了频带内仅有一个模态时的频带阻尼特性; 在此基础上以频带内含有双模态的系统为例, 分析了多模态频带的阻尼特性; 考虑到频带内外模态相互耦合的作用, 以带内外各含一个模态的耦合系统为例, 分析了模态耦合对频带阻尼特性的影响。理论研究的结果可为今后对多模态系统带宽阻尼测试的实验修正提供理论依据。

关键词: 模态; 阻尼; 频带

中图分类号: TB559 **文献标识码:** A

Influence of modes on the damping of frequency band

SHENG Meiping

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The damping of frequency band is mainly determined by modes within the frequency band. It is also influenced by modes near the band. The difference between the damping of mode and that of the band is compared under the condition that only one mode exists in the band. A two-mode system is then studied for the influence of modes on the damping of the band. Because of the coupling, modes outside the frequency band also has influence on the damping of the band. The influence of modes both inside and outside the band is analyzed theoretically, and the result is useful in further modification of experimental results.

Key words: mode; damp; frequency band

1 引言

频带阻尼测试是阻尼测试的一项重要内容, 其中公认的较为精确的测试方法是输入功率法。输入功率法测试频带阻尼时, 由于输入的功率用于频带内各模态的阻尼损耗, 因此测试获得的频带阻尼来自于各模态阻尼的贡献, 而不是某个模态的阻尼。即便对于频带内只有一个模态的情形, 由于该模态频率与频带中心频率的相对位置不同, 对频带阻尼也产生一定的影响。对于频带内存在多个模态的情形, 影响频带阻尼的因素就更复杂。由于模态耦合的作用, 即便是频带外的模态对频带阻尼特性也有不同程度的影响。因此, 从理论上研究频带内外的相邻模态对频带阻尼的影响, 从而指导阻尼测试实验、提高测试精度, 是一项有意义的工作。本文试图通过理论分析获得频带内外的模态对频带阻尼特性影响的一般规律, 研究结果对于多模态系统带宽阻尼测试与分析具有指导意义。

2 模态阻尼与频带阻尼的关系

假设中心频率为 f 的频带内存在一个模态, 模态质量为 m_1 , 模态固有频率为 f_1 , 模态损耗因子为 η_1 , 它代表了该模态的阻尼特性。单模态系统可以用一个简单的振子系统描述, 假设该模态受到简谐力激励, 则对应的振动方程为:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = F e^{j\omega t} \quad (1)$$

上式中 c_1 为该模态的力阻系数, 它与损耗因子的关系是: $c_1 = \omega_1 m_1 \eta_1$, 这里 $\omega_1 = 2\pi f_1$ 。

在多模态系统阻尼分析中, 假设多模态系统总的振动能量为 E , 而消耗的总能量为 Q , 则系统在中心频率为 f 的频带内的损耗因子为^[1]:

$$\eta = Q / \omega E \quad (2)$$

上式中 $\omega = 2\pi f$, 这里 f 为频带的中心频率。根据频带损耗因子的定义, 对于频带内仅含有一个模态的系统, 可以写出频带阻尼为:

$$\eta = (f_1 / f) \eta_1 \quad (3)$$

模态频率 f_1 是影响频带阻尼的重要因素。 f_1 / f 比值越小, 说明模态越靠近频带的下限; f_1 / f 比值越大, 说明模态越靠近频带的上限。对于 1/3 倍频程分析, 频率下限约为中心频率的 0.89 倍, 而上

收稿日期: 1999-11-11; 修回日期: 2000-03-28

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 59805013)和航空科学基金资助项目

作者简介: 盛美萍(1970-), 女, 浙江宁波人, 博士, 副教授, 从事噪声控制和环境信息系统研究。

限约为中心频率的 1.12 倍。图 1 给出了 f_1/f 变化对频带阻尼特性的影响。

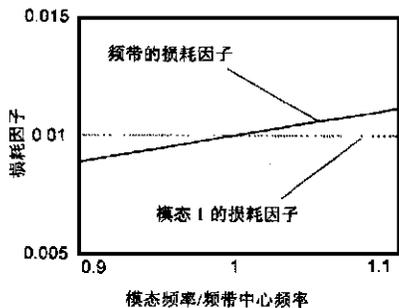


图 1 模态阻尼与频带阻尼关系曲线

由图可见：只有当模态频率恰好就是频带的中心频率时，频带阻尼就是模态阻尼；当模态频率偏向频带的下限时，频带阻尼大于模态阻尼；当模态频率偏向频带的上限时，频带阻尼小于模态阻尼。在 1/3 倍频程分析中，上述差别不超过 -10% ~ 12% 的范围。

3 带内多个模态对频带阻尼特性的影响

在中高频阻尼测试中，经常遇到一个频带内包含多个模态的问题。本文以一个频带内包含两个模态为例，对此开展分析。虽然多模态系统比双模态系统复杂得多，但双模态系统分析获得的结论对多模态系统分析具有指导意义。

我们假设频带内的两个模态已经解耦，在白噪声激励下，各模态的振动方程具有与(1)式完全相同的形式。假设模态 2 的模态质量为 m_2 ，模态固有频率为 f_2 ，模态损耗因子为 η_2 。假设白噪声谱密度为 s ，则可以得到各模态的位移均方值和速度均方值分别为：

$$\langle x_i^2 \rangle = s \int_{\text{频率下限}}^{\text{频率上限}} \left| \frac{1}{k_i - \omega^2 m_i + j\omega c_i} \right|^2 d\omega \quad (4)$$

$$\langle v_i^2 \rangle = s \int_{\text{频率下限}}^{\text{频率上限}} \left| \frac{\omega}{k_i - \omega^2 m_i + j\omega c_i} \right|^2 d\omega \quad (5)$$

由此得到频带内振动能量和消耗功率分别为，

$$E = \frac{1}{4} m_1 \langle v_1^2 \rangle + \frac{1}{4} k_1 \langle x_1^2 \rangle + \frac{1}{4} m_2 \langle v_2^2 \rangle + \frac{1}{4} k_2 \langle x_2^2 \rangle \quad (6)$$

$$Q = \frac{1}{2} c_1 \langle v_1^2 \rangle + \frac{1}{2} c_1 \langle x_2^2 \rangle \quad (7)$$

根据频带损耗因子的定义，即可得到双模态频带的损耗因子，整理后获得，

$$\eta = \frac{f_1}{f} \eta_1 + \alpha \frac{f_2}{f} \eta_2 / 1 + \alpha \quad (8)$$

上式中， $\alpha = k_2 \langle x_2^2 \rangle / k_1 \langle x_1^2 \rangle$ ，系数 α 反映了两个模态的特性差异。为便于分析，我们假设 $m_1 = m_2$ ，下面讨论两个模态之间的阻尼差异对频带阻尼特性的影响。双模态频率响应曲线示意图见图 2，图中两个模态均落在中心频率为 $f = 16\text{Hz}$ 的 1/3 倍频程带宽内。双模态阻尼对频带阻尼影响曲线见图 3，图中横坐标为两个模态损耗因子之比，图上提供了两个模态各自的损耗因子，以及频带的损耗因子。由图 3 可见，频带阻尼特性受到频带内各模态阻尼的影响，它介于模态阻尼之间，反映了频带内的综合耗能水平，模态阻尼大的模态对频带阻尼影响较大。

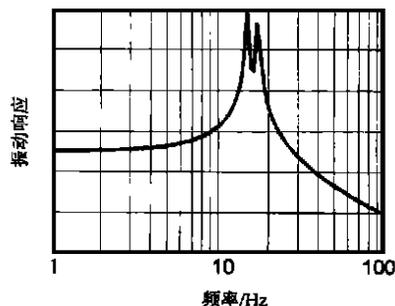


图 2 频带内包含双模态示意图

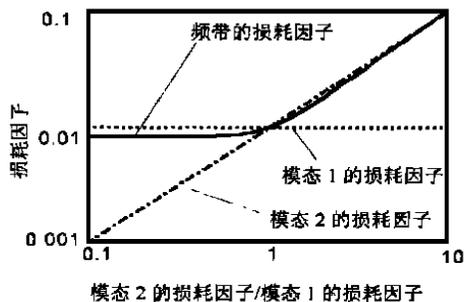


图 3 双模态阻尼对频带阻尼特性影响曲线

4 带外耦合模态对频带阻尼特性的影响

除了频带内各模态的综合贡献之外，带外的模态对频带阻尼特性也有一定影响，这是由于带内、带外模态耦合的结果。本文以最简单的双振子耦合系统为例，研究了模态耦合对频带阻尼特性的影响。振子系统如图 4 所示，振子 1 和振子 2 之间的耦合刚度为 k_{12} ，一般情况下耦合刚度远小于模态刚度。

由于模态耦合的原因，频带损耗因子不仅与模态有关，还与耦合刚度密切相关，主要反映在由于模态耦合增加了频带内的振动能量，此时频带振动能

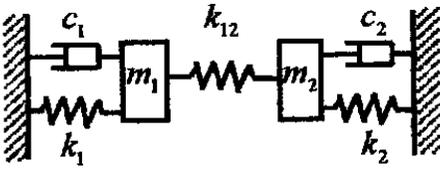


图 4 模态耦合简化分析模型

量的表达式为:

$$E = \frac{1}{4} m_1 \langle v_1^2 \rangle + \frac{1}{4} k_1 \langle x_1^2 \rangle + \frac{1}{4} m_2 \langle v_2^2 \rangle + \frac{1}{4} k_2 \langle x_2^2 \rangle + \frac{1}{4} k_{12} \langle (x_1 - x_2)^2 \rangle \quad (9)$$

同样可以得到频带损耗因子表达式为:

$$\eta = \frac{f_1}{f} \eta_1 + \alpha \frac{f_2}{f} \eta_2 / 1 + \alpha + \beta \quad (10)$$

上式中, $\alpha = k_2 \langle x_2^2 \rangle / k_1 \langle x_1^2 \rangle$, $\beta = 1/2 k_{12} \langle (x_1 - x_2)^2 \rangle / 2 k_1 \langle x_1^2 \rangle$, 系数 β 反映了模态耦合对频带阻尼特性的影响。要想直接从(10)式获得频带阻尼与模态阻尼的关系比较困难, 为此图 5 专门给出了耦合刚度对频带损耗因子的影响曲线。可以发现: 只有当耦合刚度可以与模态刚度相比拟时, 频带外的模态才对频带阻尼产生明显影响; 在耦合刚度比较小的情况下, 带外模态的作用是十分有限的。一般而言, 紧邻频带的那些带外模态与带内模态的耦合作用比较强, 因此对频带阻尼特性影响比较大; 远离频带的大量带外模态与带内模态的耦合作用比较弱, 因此对频带阻尼特性影响很小; 极端的情况就是模态相互之间没有耦合, 此时带外模态不影响频带阻尼特性。

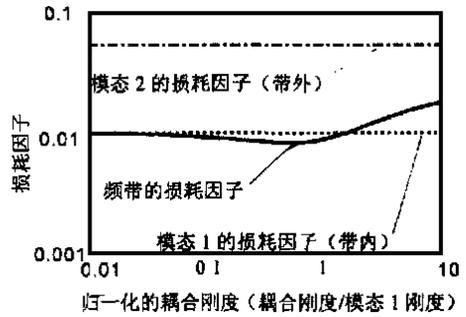


图 5 耦合刚度对频带阻尼特性的影响

5 结 论

本文从理论上研究了影响频带阻尼特性的几个重要原因, 结果表明: 对于只包含一个模态的频带, 频带阻尼并非就是模态阻尼, 而是与模态频率有关; 对于频带内包含多模态的情况, 频带阻尼特性是带内所有模态阻尼特性的综合表现, 其中那些模态阻尼比较大的模态起主要作用; 由于频带内外模态的相互耦合, 导致频带外的模态对频带阻尼特性产生一定影响, 特别是模态耦合较强时, 带外模态对频带阻尼产生较大影响。本文研究结果可为频带阻尼测试及其修正提供有益的参考。

参考文献:

- [1] Yu. I. Bobrovnikskii. Estimating the Vibrational Energy Characteristics of an Elastic Structure via the Input Impedance and Mobility [J]. Journal of Sound and Vibration., 1998, 217(2): 351-386.
- [2] Wang M. Q., Sheng M. P. and Sun J. C.. The Direct and Indirect Power Flows of Three Non-conservatively Series Coupled Oscillators [J]. Journal of Sound and Vibration., 1998, 212(2): 231-251.
- [3] 张思. 振动测试与分析技术[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.

房屋隔声学的新挑战讲座研讨会

香港理工大学建筑设备工程系和机械系于 2001 年 3 月 2 日假座香港九龙日航酒店大厅举行为期 1 天的声学讲座研讨会。研讨会是为香港工程技术人员继续教学而举办的, 每年 1 次, 今年是第 3 次, 本次以“房屋隔声学的新挑战”为主题。虽然听讲费不低(每人 1000 港元), 参加者相当踊跃, 达 150 余人。一些私人顾问公司员工虽不多, 亦会派出多人参加听讲, 可见大家对学术交流活动的重视。讲座组织者邀请了香港以外的 3 位声学家主讲, 上下午各作 1 讲。计有英国利物浦大学 Gibbs 教授:“建筑物中结构声的传递”和“建筑物中低频声的传递”; 英国伦敦 ARUP 公司声学部主任 Cowell:“建筑设备声的正面价值”及““偏振”声场和通风策略”; 上海同济大学王季卿教授:“室内噪声评价的进展”和“学校教室声学问题”。另有 ARUP 公司蔡工程师:“交通大楼扩声系统的语言清晰度设计”及香港理工大学陈维田博士:“香港房屋环境评估法中的新评价标准”。每讲 45 分钟, 留有讨论时间, 安排紧凑。

本刊讯