

# 不同波束形成的参量阵近场比较

李颂文

(中国科学院东海研究站, 上海 200032)

**摘要:** 文章采用 KZK 方程数值求解均匀平面阵、聚焦阵及非衍射阵形成的参量阵波束近场声场, 比较了不同波束声轴上的原、差频声压级及声截面。

**关键词:** 聚焦阵; 非衍射阵; 参量阵  
**中图分类号:** O442.7      **文献标识码:** A

## Comparison of nearfields of several kinds of parametric array

LI Song-wen

(Shanghai Acoustics Laboratory, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200032, China)

**Abstract:** The nearfields of parametric array produced by circular focus beam, circular uniform beam and nondiffracting beam was calculated by using KZK equation. The numeric result of the sound levels with difference frequency on the sound axes and the beam patterns were analyzed.

**Key words:** focus beam ; nondiffracting beam ; parametric array

### 1 引言

参量阵声场能够在小孔径声源条件下形成底旁瓣的低频(差频)窄波束, 差频输出声级相对较低, 并且由于声饱和的限制, 原波达到一定声源级后, 差频输出声级将不再有明显的提高, 差频的窄波束特性也将被破坏。聚焦参量阵能提高参量阵输出声级并使差频波束更窄, 但是仅在焦平面附近很短的一段距离有效。近来在线性声学领域中引起重视的非衍射波束(nondiffracting beam)<sup>[1]</sup>具有比常规聚焦波束更长的窄波束深度范围, 然而由于其非衍射性, 就导致了其非聚集性, 使得其近场声轴上的声压级甚至比均匀平面波束的声压级更低。在实际应用中, 可以根据波束宽度、窄波束深度范围以及声压大小等, 均衡选择不同函数形式的阵源。

### 2 理论

传统的参量阵声场的求解, 一般采用体积阵模型对虚源求体积积分<sup>[2]</sup>。该方法在求解参量阵近场时有些困难, 因为在源点同时又是场点时会在被积函数中产生奇点, 目前仅对一维阵有近似解法。在非线性数值分析领域中广泛采用的 KZK 方程, 通

过对方程参数和初始边界条件的转换, 也能用于求解参量阵声场<sup>[3]</sup>。

设差频波角频率为  $\omega$ , 两原频波角频率分别为  $\omega_1 = N_1\omega$ ,  $\omega_2 = N_2\omega$ ,  $N_1, N_2$  为正整数,  $N_2 = N_1 + 1$ ,  $n_m = (N_1 + N_2)/2$ , 则归一化的 KZK 方程为:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \zeta \partial \tau_p} = \frac{\alpha_m r_m}{n_m^2} \frac{\partial^3 T}{\partial \tau_p^3} + \frac{n_m}{4(\zeta + 1)^2} \times \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial \tau_p^2} + \frac{1}{2n_m \xi_D (\zeta + 1)} \frac{\partial^2 T^2}{\partial \tau_p^2} \right] \quad (1)$$

其中  $\zeta = z/r_m$ ,  $z$  为轴向坐标,  $r_m$  为角频率  $\omega_m = (\omega_1 + \omega_2)/2$  时的瑞利距离;  $\tau_p = \tau - \zeta^2/(n_m(\zeta + 1))$ ,  $\tau = \omega(t - z/c_0)$  为延迟时间;  $\zeta = x/a$ , 为径向坐标  $x$  对孔径半径  $a$  归一化后的坐标;  $u = \xi/(\zeta + 1)$ ;  $T = (\zeta + 1)p$ ,  $p$  为归一化声压;  $\zeta_D = l_{Dm}/r_m$ ,  $l_{Dm} = \rho_0 c_0^3 / \beta p_0 \omega_m$  为冲击波形成距离,  $\rho_0$  为介质密度,  $c_0$  为介质中声速,  $\beta$  为介质的非线性参数,  $p_0$  为阵源表面峰压;

对于孔径呈中心对称的圆形平面活塞换能器, Laplace 算子满足关系式:

$$\frac{\partial^2}{\partial u^2} = \frac{\partial^2}{\partial \tau_p^2} + (1/u) \frac{\partial}{\partial u}$$

方程(1)可以在频域内数值求解。将归一化声压展成傅立叶级数:

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} (c_n \sin n \tau_p + d_n \cos n \tau_p) \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式, 得到如下非线性方程组:

收稿日期: 2000-01-26; 修回日期: 2000-08-30

作者简介: 李颂文(1966), 男, 湖南人, 副研究员, 从事非线性声学研究。

$$\frac{\partial c_n}{\partial \xi} = -\alpha_m r_m \left( \frac{n}{n_m} \right)^2 c_n + \frac{n_m}{4n(\xi+1)^2} \cdot \dots \cdot d_n + \dots$$

$$\frac{n}{2n_m \xi_D (\xi+1)} \left( \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n-1} (c_i c_{n-i} - d_i d_{n-i}) - \sum_{i=n+1}^{\infty} (c_i c_{i-n} + d_i d_{i-n}) \right)$$

$$\frac{\partial c_n}{\partial \xi} = -\alpha_m r_m \left( \frac{n}{n_m} \right)^2 c_n + \frac{n_m}{4n(\xi+1)^2} \cdot \dots \cdot d_n + \dots$$

$$\frac{n}{2n_m \xi_D (\xi+1)} \left( \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n-1} (c_i c_{n-i} - d_i d_{n-i}) - \sum_{i=n+1}^{\infty} (c_i c_{i-n} + d_i d_{i-n}) \right) \quad (3)$$

用足够大的正整数  $N$  近似代替方程(3)中的  $\infty$ , 则可用有限差分法对其进行数值求解。对于均匀平面阵, 求解的初始边界条件为:

$$\begin{cases} T(\xi=0, \xi \leq 1) = \sin N_1 \tau + \sin N_2 \tau \\ T(\xi=0, \xi > 1) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

即  $\begin{cases} c_{N1} = 1, c_{N2} = 1, c_n \neq N_1, N_2 = 0 \\ d_n = 0, n = 1, 2, \dots, \infty \end{cases}$  对于聚焦声场,

初始边界条件为:

$$\begin{cases} T(\xi=0, \xi \leq 1) = \exp(-i(k(\xi a)^2/2d)) \sin N_1 \tau + \sin N_2 \tau \\ T(\xi=0, \xi > 1) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

对于非衍射波束, 目前研究较多的中心对称波束是 Bessel 波束, 其初始边界条件为:

$$\begin{cases} T(\xi=0, \xi \leq 1) = J_0(\alpha \xi) (\sin N_1 \tau + \sin N_2 \tau) \\ T(\xi=0, \xi > 1) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中  $\alpha$  通过最大非衍射距离  $BZ_{\max}$  来定义<sup>[4]</sup>:

$$BZ_{\max} = a \sqrt{(k/\alpha)^2 - 1}, \quad (7)$$

其中  $k$  为波数。

考虑到参量阵为双频发射阵, 因此对于(5)式和(7)式中的  $k$  应以中心频率来计算。

### 3 数值计算结果讨论

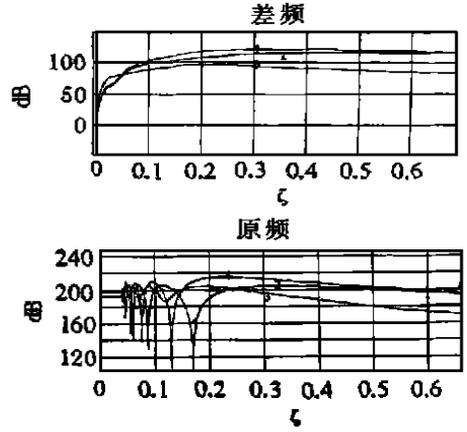
计算参数如下:  
换能器孔径为半径 0.1m 的圆, 两原波频率分别为 414kHz 及 483kHz, 即差频频率为 69kHz, 水中声速为 1486m/s, 密度为 1000kg/m<sup>3</sup>, 非线性常数为 3.5, 声吸收系数为  $2.7 \times 10^{-14} f^2$ 。

聚焦阵的焦距  $d$  取为  $0.5r_m$ , Bessel 阵的最大非衍射距离  $BZ_{\max}$  也取为  $0.5r_m$ 。

均匀平面阵及聚焦阵阵源表面声压振幅为 14962Pa, Bessel 阵阵源表面声压振幅按(6)、(7)式决定的一阶 Bessel 函数以声功率与前两种阵相等计

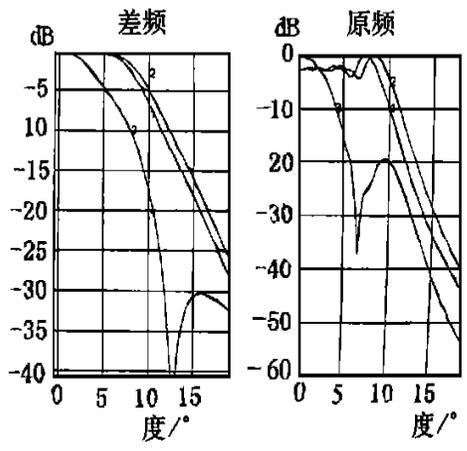
算。

图 1 是不同波束的差频及原频的轴上声压。从图中可看出, 无论是差频还是原频, 聚焦波束的最大值均有显著提高, 而 Bessel 波束在 0.25 瑞利距离后则显著降低, 这是因为均匀平面阵波束在 0.25 瑞利距离至 0.75 瑞利距离范围内有相当程度的聚焦作用<sup>[5]</sup>, 而 Bessel 波束的非衍射特性使得其基本不具有向声轴聚集能量的特性。另外我们还可看出, 聚焦波束的最大值距离比焦距  $d$  明显提前<sup>[6]</sup>。



1: 聚焦声场 2: 均匀平面阵声场 3: Bessel 阵声场  
图 1 差频及原频轴上声压

图 2~ 图 4 是在不同轴向距离上不同波束的近场指向性。由图可见, 不同波束指向性宽度由窄到宽的顺序是从 Bessel 波束~ 聚焦波束~ 均匀平面阵波束, 逐渐变为聚焦波束~ Bessel 波束~ 均匀平面阵波束, 再变为聚焦波束~ 均匀平面阵波束~ Bessel 波束。这表明 Bessel 波束的窄波束特点突出表现在离阵源较近的范围以内。Bessel 波束在聚焦因子较大时可弥补聚焦阵快速发散的不足。



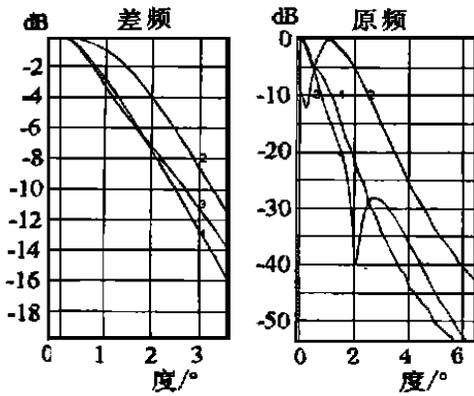
1: 聚焦声场 2: 均匀平面阵声场 3: Bessel 阵声场  
图 2 原频及差频指向性比较  $\xi = 0.05r_m$

## 4 结 论

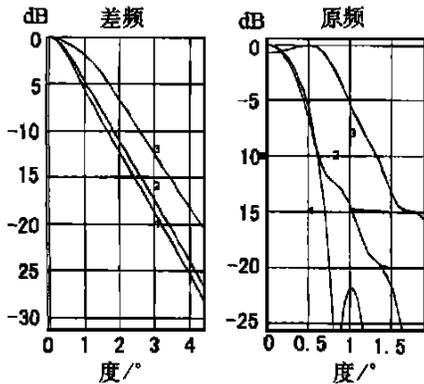
聚焦波束在比焦距提前一定距离上能达到原频及差频声压级的最大值及最佳的指向性。Bessel 波束在其余两种波束指向性尚未形成的近距离范围内有最佳的指向性。由于 Bessel 波束的非衍射性, 导致声压朝声轴方向的聚集作用很弱, 因而声轴上的声压级相对较低。

参考文献:

- [1] J. Durin: Exact solution for nondiffracting beams. I. The scalar theory [ J ]. Opt. Soc. Am. 1987, A4(4): 651-654.
- [2] Westervelt, P. J, Parametric acoustic array [ J ]. J. Acoust. Soc. Am 1963, 35( 4 ): 535-537.
- [3] E. H. Verfring, J. N. Tjotta and S. Tjotta, Nonlinear effects in the soundfield of bifrequency source [ A ]. Proceeding of 12th ISNA [ C ], London Edited by M. F. Hamilton and D. T. Blackstock, Elsevier Science Publishers Ltd, 1990: 251-256.
- [4] Jian-yu Lu and J. F. Greenleaf, Ultrasonic nondiffracting transducer for medical imaging [ J ]. IEEE Trans. Ultra and Freq. Contrl. 1990, 37( 5 ): 438-447.
- [5] J. Zemanek. Beam behavior within the near field of a vibrating piston [ J ], J. Acoust. Soc. Am 1971, 49( 1 ): 181-191.
- [6] J. N. Tjotta and S. Tjotta, E. H. Verfring, Effects of focusing on the nonlinear interaction between two collinear finite amplitude sound beam [ J ]. J. Acoust. Soc. Am 1991, 89(2): 1017-1027.



1: 聚焦声场 2: 均匀平面阵声场 3: Bessel 阵声场  
图 3 原频及差频指向性比较  $\zeta = 0.2 r_m$



1: 聚焦声场 2: 均匀平面阵声场 3: Bessel 阵声场  
图 4 原频及差频指向性比较  $\zeta = 0.5 r_m$

## 简讯

### 香港声学会代表团访沪学术交流

应上海声学学会的邀请由关键恩会长率领的香港声学会代表团一行 8 人于 4 月 26 日- 27 日两天来沪参观访问并作学术交流。短短两天中, 香港声学会代表团先后在上海广播大厦、电影译制厂新建录音配音棚、上海大剧院大、中、小剧场及排练厅、东方电视台剧场及演播室以及浦东世纪广场等地参观访问, 并于 27 日下午在现代设计集团大厦举行了欢迎香港声学学会访沪暨沪港声学学术交流报告会。上海声学学会向大威理事长及香港声学会关键恩会长先后在会上致词, 香港声学会还向上海声学学会、现代设计集团章奎生声学设计所等单位赠送了纪念牌。交流会上沪港两地专家分别作了香港交通噪声、空调设备噪声与振动控制、上海地铁轻轨噪声、厅堂音质工程设计及中国古戏台初探等 5 篇报告, 引得到会 50 多名会员的浓厚兴趣, 交流会及访问活动内容丰富、十分成功, 受到沪港两地声学会成员的一致好评。这次沪港交流访问及学术交流得到上海现代设计集团科技中心章奎生声学设计所、上海中华声学装备有限公司、上海安恒利扩声工程有限公司和福益阻燃吸声材料公司的大力支持和协助并由上海声学学会常务理事章奎生同志负责安排和全程陪同参观访问。

[本刊讯]