

# 基于局部几何投影法的信号分离技术

姜可宇, 郑兆宁, 陈敬军

(海军工程大学电子工程学院, 南京 211800)

**摘要:** 文章介绍了局部几何投影法的主要技术思路, 提出新的覆盖修正方法和信号分离效果度量。应用该方法对理想混沌信号与调幅正弦脉冲进行分离以及对实测的湖底混响与调幅正弦脉冲进行分离。结果表明: 在一定条件下, 局部几何投影法对于理想混沌信号与脉冲信号的分离很有效; 对实际的混响信号与某些脉冲信号的分离效果也非常好, 但是该方法对于混响信号与调幅正弦脉冲信号的分离在两者中心频率相接近的时候效果不理想。

**关键词:** 动力学模型; 局部几何投影; 信号分离

中图分类号: TN911.2

文献标识码: A

## Local-geometrie-projection method and its application in signal separation

JIANG Ke-yu, ZHENG Zhao-ning, CHEN Jing-jun

(Institute of Electronics Engineering of Navy Engineering University, Nanjing 211800, China)

**Abstract:** The principal technical content of local-geometrie-projection method is introduced, and a new correcting method by covering and a new measurement of the effect of signal separation are put forward. With this method applied the separation of the AM sine pulse from the ideal chaotic signal and from the measured reverberation of the lake bottom are implemented. Results show that under some condition this method is effective for the separation of ideal chaotic signal from pulse signals, and the separation effect of measured reverberation from some pulse signal is very good except that the middle frequency of one signal is close to that of the other signal.

**Key words:** dynamical system; local-geometrie projection; signal separation

### 1 引言

随着隐形技术的出现, 目标信号的检测与识别面临着重大挑战。目标所采取的隐形措施使目标信号非常微弱, 信噪比很小。当信号与噪声在频谱特征上差别比较明显时, 问题还比较好解决, 但如果信号与噪声在频谱特征上很相近, 用目前常规的信号处理方法很难将目标信号检测和识别出来。

90年代以来, 由混沌理论发展而来的非线性动力学降噪技术为小信噪比信号的检测与识别提供了1条新的思路。该方法将观察到的信号视为相应某个动力学系统1段演化轨道的映射, 利用相空间重构恢复出系统的动力学结构, 并根据信号和噪声在动力学特征上的差异, 把两者分离开来, 从而达到提高信噪比的目的。只要信号和噪声在动力学特征上的差异比较明显, 这种方法就有比较好的降噪效果。这里的噪声可以指一般意义上的噪声, 也可以指其它不需要的信号, 因此降噪可以一般地看作是一种信号分离。局部几何投影法是非线性动力学降

噪法的1种, 它主要利用信号重构轨道的几何特征信息来对信号进行降噪, 算法思路比较简单, 处理速度也比较快, 适于工程应用。

### 2 相空间重构

非线性动力学降噪法的理论基础是相空间重构。所有的非线性动力学降噪算法都是对相空间中的重构轨道进行各种处理来达到降噪目的的。在一般情况下, 我们不可能同时观测到动力学系统的所有状态分量, 而是只观测到系统的某个状态分量序列, 但是根据嵌入定理, 动力学系统中的任意个分量的演化都是受与之相互作用的其它分量影响的, 动力学系统状态的某1个分量的变化包含有足够的信息来反映整个吸引子的特征, 因此从动力学系统的1个状态分量可以重构出某条相空间轨道, 它与由所有状态分量构成的原始轨道在某种意义上等价<sup>[3,4]</sup>, 具有相同的实质性特征, 比如吸引子的维数和Lyapunov指数等。这里的动力学特征主要是指重构轨道的几何结构、概率分布和演化规律等。

相空间重构的1种主要方法是由Takens和Man提出的时延坐标重构<sup>[1]</sup>。假设时间标量序列为 $V(t), t = t_1, \dots, t_{N_D}$ , 时延为 $\tau$ , 嵌入维为 $D_E$ , 则

收稿日期: 2000-10-27; 修回日期: 2001-03-01

作者简介: 姜可宇(1974-), 男, 湖南沅江人, 助教, 研究方向: 水声信号处理。

$D_E$  维重构相空间中的轨道点可以依次表示为

$$[V(t_1), V(t_1 + \Delta t), \dots, V(t_1 + (D_E - 1)\Delta t)],$$

$$[V(t_2), V(t_2 + \Delta t), \dots, V(t_2 + (D_E - 1)\Delta t)],$$

$$[V(t_{N_D - (D_E - 1)}), V(t_{N_D - (D_E - 2)}), \dots, V(t_{N_D})]$$

共  $N_D - (D_E - 1)$  个轨道点。

### 3 局部几何投影法及覆盖修正

局部几何投影法是非线性动力学降噪法的一种,它不着眼于利用信号重构轨道的演化规律或概率分布,而主要根据轨道的几何结构来对信号进行降噪。该方法以下述事实为出发点<sup>[1]</sup>:混沌吸引子上某一点  $P_0$  及其若干个近邻点一般位于吸引子在  $P_0$  点的切空间  $H_k$  附近,当混沌吸引子中混有噪声或干扰信号时,这些点将偏离  $H_k$ ,该方法的基本思路是先算出以  $P_0$  点为中心的吸引子局部切空间估计  $H_k$ 。然后将  $P_0$  及其近邻点向  $H_k$  投影,即把它们拉回到切空间附近。

混沌吸引子局部的切空间估计  $H_k$  可以通过局部的轨道点拟合出来。在这里,下标  $k$  表示局部切空间  $H_k$  的维数。假设在以  $P_0$  为中心,半径为  $r$  的球内的  $n$  个轨道点表示为  $P_1, P_2, \dots, P_n$ 。记  $P_0$  连同其  $n$  个近邻点的空间平均位置为  $p = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n p_i$ , 则  $p_i$  相对于  $p$  的归一化偏移向量  $X_i = \frac{p_i - p}{\|p_i - p\|}$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ 。如果定义相空间  $R^{D_E}$  中一点  $v$  到相空间中  $k$  维线性子空间  $H_k$  的距离为  $d(v, H_k) = \sqrt{(1 - Q_k) \|v\|^2}$ , 其中  $Q_k$  表示从  $R^{D_E}$  到  $H_k$  的投影算子,  $\| \cdot \|$  表示  $R^{D_E}$  中的欧氏范数, 则单位矢量组  $X = \{X_i\}_{i=0}^n$  对  $H_k$  的偏离程度  $D(X, H_k)$  表示为:

$$D(X, H_k) = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n d(X_i, H_k)^2$$

轨道在  $P_0$  附近的最佳  $k$  维切空间估计可取为  $H_k = \arg \min_{H_k} D(X, H_k)$ 。假设  $u_1, u_2, \dots, u_{D_E}$  表示  $R^{D_E}$  的一组正交基, 由  $u_1, u_2, \dots, u_k$  张成  $H_k$ , 可以证明

$$H_k = \arg \min_{H_k} D(X, H_k) = \arg \min_{j=k+1}^{D_E} \sum_{j=k+1}^{D_E} Y_j^T Y_j u_j$$

$$= \text{span}\{w_1, w_2, \dots, w_k\}$$

其中  $Y = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n x_i x_i^T$ ,  $w_1, w_2, \dots, w_k$  为  $Y$  最大的  $k$  个特征值所对应的特征向量。

轨道点  $P_0$  附近的局部切空间估计  $H_k$  求出来之后,就可以将这  $n+1$  个点  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$  向  $H_k$  投影,该投影就是各点修正后的空间位置。在文献[1]中,还考虑了混沌吸引子局部的弯曲效应,将每个点修正前的空间位置和它在  $H_k$  上的投影的某种加权平均作为该点修正后的空间位置。但在本文的应用中,考虑混沌吸引子局部的弯曲效应并没有多大好处,反而减慢了迭代降噪的速度。

文献[1]中,轨道的修正方式采取最小覆盖的办法,即以最少的近邻点集覆盖整个轨道,然后按各个近邻点集来拟合切空间并对轨道点进行修正。首先,对各近邻点集按近邻点集中每 1 点到各自平均空间位置的最大尺度由小到大进行排序,然后依此顺序对近邻点集中所有没修正过的轨道点进行修正。文献[1]中给出了实现最小覆盖的 1 种办法,即随机地取得一些参考点,分别搜索出一定数量的近邻点,并使任何两个参考点互不为近邻点。这种方法有 1 个缺点就是具体实现的时候存在一定的困难,当大部分的轨道点被覆盖以后,剩下的轨道点可能位于各个覆盖球的缝隙中,如果近邻点个数一定的话,无论取哪 1 点作为参考点,很可能把附近的某些参考点作为近邻点,这样就无法把整个轨道都覆盖。为此,我们将覆盖的实现方法作了如下修正。首先按任何两个参考点互不为近邻点的原则来选取参考点对轨道进行初步覆盖;当按上述原则无法继续选取这样的参考点时,继续选取这样的参考点,使得其近邻点集与已覆盖的轨道点集的相交部分轨道点数少于一定数目,如近邻点个数的 1/5。如果仍然不能将整个轨道覆盖,则将最多允许的相同轨道点数逐渐增多,直至将整个轨道覆盖。按上述方法实现的覆盖可能不是最小覆盖,但覆盖个数也是比较少的,毕竟在无法继续覆盖的时候所剩下的轨道点并不是很多。在相同条件下,覆盖整个轨道的近邻点集个数越少,算法处理数据的速度就越快。

### 4 信号分离效果的度量及实例

由于算法处理的非线性特性,常规的信噪比定义在此不太适用。为此我们定义了信号分离效果的 3 种度量。考虑从混沌信号背景中分离出脉冲信号的问题。假设处理前的观察信号表示为  $O(k) = S(k) + P(k)$ , 其中  $S(k)$  表示干净的混沌信号,  $P(k)$  表示脉冲信号, 脉冲信号的最大幅值表示为  $P_m$ ; 算法处理后的信号表示为  $O(k) = S(k) +$

$(k)$ , 其中  $(k)$  表示脉冲信号未被分离出去的剩余部分。由于脉冲信号的有效宽度(假设为  $W$ )有限, 因此在度量算法的信号分离效果时, 只需考虑脉冲信号前后一定范围内的情况。具体地说, 我们考虑以脉冲信号为中心, 宽度为  $7W$  的信号段, 令该段信号采样点的起止序号分别为  $s$ 、 $e$ , 信号总采样点数为  $N = e - s + 1$ 。

度量信号分离效果的 3 个量依次定义如下:

$$RAE = \frac{1}{N} \sum_{i=s}^e | (i) | / P_m$$

$$RGE = \left( \sum_{i=s}^e | (i) | \right)^{\frac{1}{N}} / P_m$$

$$F = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{i=s}^e (i)^2}{N}} \sqrt{\frac{\sum_{i=s}^e P(i)^2}{N}}$$

$RAE$  表示剩余脉冲  $(k)$  的绝对值算术平均对于原脉冲最大幅值  $P_m$  的相对值, 称为相对算术平均剩余误差;  $RGE$  表示剩余脉冲  $(k)$  的绝对值几何平均对于原脉冲最大幅值  $P_m$  的相对值, 称为相对几何平均剩余误差;  $F$  大体表示脉冲信号能量有多大的比例被分离出去, 称为分离度。

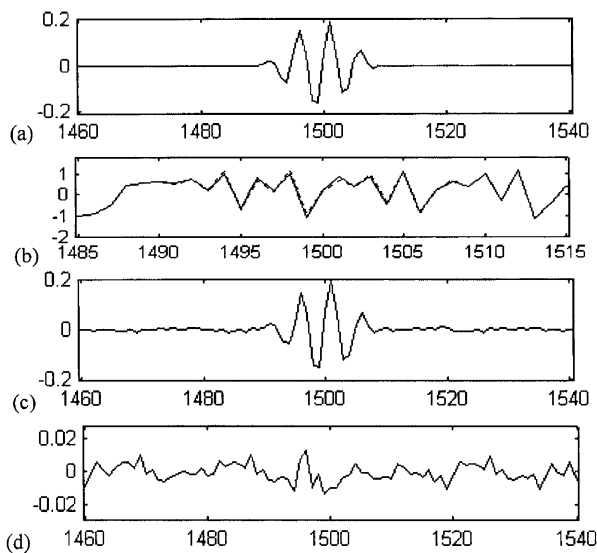


图 1 混沌信号 henon1 与调幅正弦脉冲分离结果

下面我们以  $H_{non}$  吸引子仿真数据 henon1 与调幅正弦脉冲的分离为例, 探讨局部几何投影法作为 1 种非线性降噪方法在信号分离上的应用特点。调幅正弦脉冲  $P(k)$  如图 1(a) 所示, 脉冲信号  $P(k)$  和 henon1 叠加前(实线)与叠加后(虚线)的波形如图 1(b) 所示。算法各参数分别如下: 嵌入维为 7, 切空间维为 3, 近邻点个数为 20, 迭代次数为 15, 经算法处理后分离出来的脉冲信号  $P(k)$  如图 1(c) 所示, 分离出来的脉冲信号与所加调幅正弦脉冲差

$(k)$  如图 1(d) 所示, 相应的  $RAE = 0.032$ ,  $RGE = 0.023$ ,  $F = 0.912$ 。

从图 1 可以看出, 算法将幅度很小的调幅正弦脉冲从混沌信号 henon1 中非常好地分离出来了。注意到本文所用的调幅正弦脉冲有效宽度很有限, 因此频谱较宽, 而混沌信号 henon1 的频谱如图 2 所示, 它几乎和白噪声的频谱差不多, 用常规的信号处理方法难以实现这样两个频谱存在较大重叠的信号的分离。图 3 是混沌信号 henon1 的三维重构图形, 从图中可以看到  $H_{non}$  吸引子具有明显的几何结构; 当脉冲信号叠加到 henon1 中后, 重构轨道中某些点偏离了原来的  $H_{non}$  吸引子, 通过算法的处理可以将那些偏离了的轨道点拉回到  $H_{non}$  吸引子上来, 从而实现脉冲信号与 henon1 的分离。可以说, 局部几何投影法对两个信号的分离效果很大程度上取决于两个信号的重构轨道在几何结构上是否具有明显的差异。

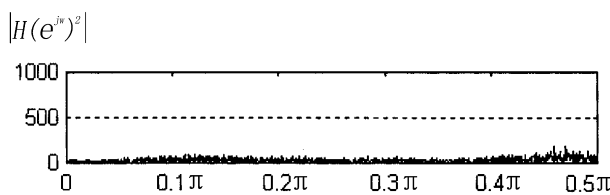


图 2 混沌信号 henon1 的频谱

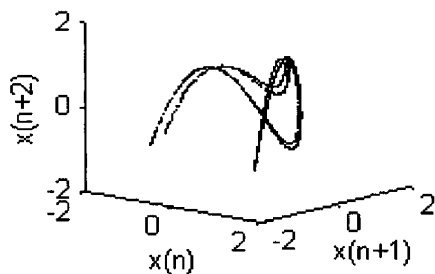


图 3 混沌信号 henon1 的三维重构图形

## 5 算法用于在混响背景中分离出调幅正弦脉冲

主动声呐的目标回波除受到噪声干扰外还有混响干扰, 在浅海水域和近程目标场合, 混响干扰经常是主要的干扰。目标回波和混响干扰的频谱特征一般非常接近, 用目前常规的信号处理方法还很难比较有效地抑制混响干扰。非线性动力学降噪法并不仅限于对混沌信号进行降噪, 对于任何可用动力学系统建模的信号都是适用的<sup>[2]</sup>。对实测湖底混响的非线性分析研究表明, 混响可以用低维动力学系统来建模。因此采用局部几何投影法有可能在一定程度上抑制混响干扰, 从而提高信混比。

下面我们对该算法对实测湖底混响与调幅正弦脉冲进行分离。湖底混响波形如图 4(a), 加入的调幅正弦脉冲如图 4(b)。算法各参数分别如下: 嵌入维为 3, 局部切空间维为 2, 近邻点个数为 60, 时延为 2, 迭代次数为 15。算法处理后分离出来的信号如图 4(c) 所示, 图 4(b) 和图 4(c) 中两信号之差如图 4(d) 所示, 分离后相应的  $RAE = 0.035$ ,  $RGE = 0.021$ ,  $F = 0.901$ 。

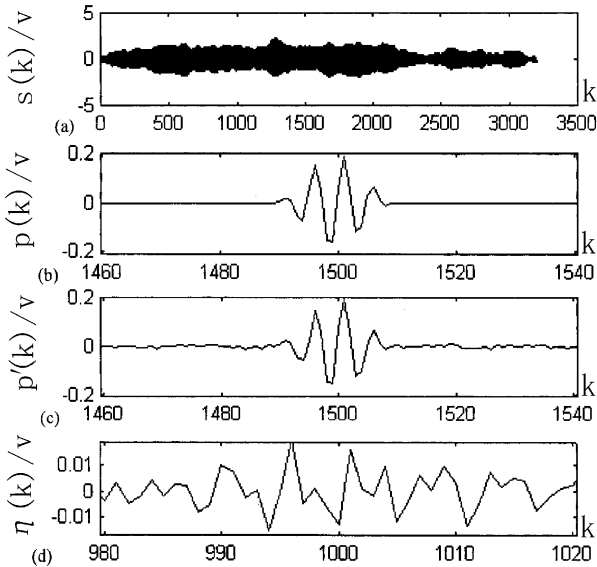


图 4 湖底混响与调幅正弦脉冲的分离结果

通过图 4(b) 和图 4(c) 的比较, 可以清楚地看到, 所加的调幅正弦脉冲非常好地从混响中分离出来了。需要指出的是该混响信号中所加调幅正弦脉

冲中心频率离混响信号的中心频率比较远, 而且宽度也比较窄, 当所加脉冲信号中心频率接近混响信号中心频率或者脉冲信号宽度变宽时, 分离效果就会变差。该算法应用于湖底混响与高斯脉冲信号分离的效果也是非常好的。这些现象可以从混响三维相空间重构轨道的几何结构方面作出一定的解释。以上讨论的是湖底混响与调幅正弦脉冲的分离情况, 但算法的抗混响效果具体受哪些因素的影响还需要进一步地系统研究。

## 6 结论

本文介绍的局部几何投影法对于理想混沌信号(如 Hénon 吸引子的仿真信号)与脉冲信号的分离很有效; 实际的混响信号与某些脉冲信号的分离效果也非常好, 但是该方法对于混响信号与调幅正弦脉冲的分离, 效果受两者的中心频率影响较大, 需进一步地系统研究。

### 参考文献:

- [1] Robert Cawley, Guan-Hsong Hsu. Local geometric projection method for noise reduction in chaotic maps and flows [J]. Physical Review A, 1992, 46(6): 3057-3082.
- [2] Thomas Schreiber. Nonlinear noise reduction for electrocardiograms [J]. Chaos 1996, 6(1): 87-92.
- [3] Thomas S. Parker, Leon O. Chua. Chaos: A Tutorial for Engineers [J]. Proceedings of the IEEE, 1987, 75(8): 982-1000.
- [4] Henry D. I. Abarbanel, Ted W. Frison, Lev S. b Tsimring. Obtaining order in a world of chaos [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1998, 8(1): 49-65.

(上接第 109 页)

## 4 结束语

统计边界点法通过对边界点法计算公式在样本空间的统计平均, 推导出了计算随机声场有关物理量谱密度函数的计算公式。与统计边界元法相比, 该方法避免了通过插值、数值求积、奇异积分的处理等来求取系数矩阵的繁重计算工作, 计算量小, 计算精度高, 能克服在特征波数处解的非唯一性问题<sup>[5]</sup>。计算结果表明: 利用统计边界点法计算随机振动结构声辐射, 在相当宽的振动频率范围内, 都能给出良好的计算结果。

### 参考文献:

- [1] Atalla N, Bernhard R J. Review of numerical solutions for

- low-frequency structural-acoustic problems [J]. Applied Acoustics, 1994, 43(4): 271-294.
- [2] 刘 钊, 陈心昭. 求解随机振动结构声辐射的统计边界元方法 [J]. 声学学报, 1997, 22(6): 495-500.
- [3] 王有成. 边界元技术新探——边界点法 [J]. 力学与实践, 1995, 19(4): 12-16.
- [4] Zhang S Y, Chen X Z. The boundary point method for the calculation of exterior acoustic radiation problem [J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 228(4): 761-772.
- [5] 张胜勇, 陈心昭. 利用边界点法克服振动声辐射计算中解的非唯一性 [J]. 合肥工业大学学报, 1998, 21(1): 9-139.
- [6] Kirkup S M, Henwood D J. Methods for speeding up the boundary element solution of acoustic radiation problems [J]. Journal of Vibration and Acoustics, Transaction of the ASME., 1992, 114(4): 374-380.