

简支矩形板声辐射的有源控制*

毛崎波¹, 姜哲²

(1. 南京大学声学研究所近代声学国家重点实验室, 南京 210093; 2. 江苏理工大学振动噪声研究所, 镇江 212013)

摘要: 文章以简支平板为例, 通过声辐射模态研究结构声辐射的有源控制。首先分析了声辐射模态的数学和物理意义。由于在中、低频时, 声辐射模态对应的辐射效率随着模态阶数的增加而迅速降低。在此基础上, 文中提出了一种新的控制策略, 即抵消前 k 阶声辐射模态的伴随系数, 使得前 k 阶声辐射模态的声功率为零。文中以压电陶瓷作动器作为控制力源进行了数值计算研究。并与传统的控制策略——声功率最小化策略进行了比较。

关键词: 声辐射模态; 声功率; 有源控制

中图分类号: TB535 文献标识码: A

Active control of simply supported rectangular panel radiated sound

MAO Qi-bo¹, JIANG Zhe²

(1. The State Key Laboratory of Modern Acoustic, Nanjing University, Nanjing 210093, China

2. Institute of Vibration and Noise, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: In this paper, with an example of simply supported rectangular panel, it is presented active of control structure-borne sound radiation by means of radiation modes. And physical characteristics and mathematical meaning of the radiation modes are analyzed. The radiation efficiency of the radiation modes falls off very rapidly with increasing modes order at low frequency. A new control strategy is developed in which by canceling the adjoint coefficient of the former k ranks radiation modes, the sound powers of the former k ranks radiation modes is zero theoretically. The numerical calculation is made by using PZT actuators as control forces. The results are compared with the traditional control strategy— the minimization of sound power.

Key words: radiation modes; sound power; active control

1 引言

由结构振动引起的声辐射问题是声学中一个长期的研究课题。在实际的噪声控制应用中, 当在低频时, 应用被动控制技术经常使得消声设备很庞大, 而且效率低下。80年代后期, Fuller C R^[1]考虑通过对振动结构施加次级力源, 以抑制结构的声辐射, 实现声场中的噪声控制。在此基础上, Fuller 提出了 ASAC(active structural acoustic control), 即结构声辐射有源控制的概念^[1]。随后有众多学者在此领域进行了大量的研究, 并取得了丰硕的成果。90年代初期, Borgiotti^[2], Photiadis^[3], Cunfare^[4]和 Elliott^[5]等学者提出了声辐射模态的概念。在此基础上, 作者进一步提出了通过声辐射模态来研究结构声辐射的主动控制。

声辐射模态的一个重要特点是它在中、低频时,

对应的辐射效率随着声辐射模态阶数的增加而迅速降低。因此本文提出了一种新的控制策略, 即通过抵消前 k 阶声辐射模态的伴随系数, 使得前 k 阶声辐射模态的声功率为零, 实现中低频噪声的主动控制。并与传统的控制策略——声功率最小化策略进行了比较。

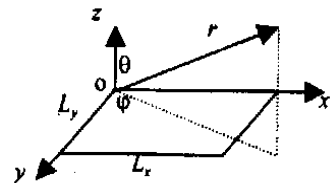


图1 平板示意图

2 辐射模态理论

假设有一简支矩形板, 长为 L_x , 宽为 L_y , 以频率为 ω 作简谐振动, 忽略阻尼, 如图 1 所示。并设板位于 $z = 0$ 平面。在 $z > 0$ 空间的介质为空气, 在 $z < 0$ 空间为真空。我们把平板分为 J 个面积相等的小单元, 令各单元上的法向速度构成向量为 V , 则声功率可表示为:

收稿日期: 2000-07-07; 修回日期: 2001-03-02

基金项目: 教育部博士点基金资助项目(9829903)

作者简介: 毛崎波(1975-), 男, 浙江奉化人, 南京大学博士后, 研究方向: 振动噪声控制

$$W = V^H R V \quad (1)$$

式(1)中 R 为实对称正定矩阵^[6]。对 R 矩阵进行特征值分解, 令 $R = Q \Lambda Q^T$, 上标 T 表示转置, 其特征值 λ 都为正数, 对应的特征向量为 q_i 相互正交, 把 R 代入式(1), 由于特征向量矩阵 Q 为实矩阵, 所以 $Q^T = Q^H$, 得:

$$W = V^H Q \Lambda Q^H V = (V^T Q)^H \Lambda Q^T V \quad (2)$$

令 $y = Q^T V$, 则声功率又可表示为:

$$W = Y^H \Lambda Y = \sum_i \lambda_i |y_i|^2 = \sum_i W_i \quad (3)$$

式中: $|y_i|$ 称为第 i 阶声辐射模式的伴随系数;

W_i 为第 i 阶声辐射模式的声功率。

特征向量 q_i 就表示一种可能的速度分布, 任何表面速度都可以表示为 q_i 的线性组合。 q_i 作为速度分布代表了一种固有的辐射形式, 我们称之为声辐射模式。由于 q_i 相互正交, 所以每一阶声辐射模式下的声功率相互独立。物理意义上讲, 声辐射模式就是辐射体表面一种可能的辐射形式, 是给定辐射物体所固有的性质。声辐射模式也就是矢量空间中一组相互正交的基, 每组基代表一种可能的声辐射形式。每一阶声辐射模式对应一个独立的辐射效率。用声辐射模式研究声辐射问题的优点在于消除了结构模式中复杂的耦合项, 使得计算和控制声辐射更为简单。

3 简支平板的有源控制模型

声辐射模式的一个重要特点是它在中、低频时, 对应的特征值(辐射效率)随着声辐射模式阶数的增加而迅速降低^[7]。在低频情况下, 只需要控制第一阶声辐射模式就能使声功率明显降低。在阶数较高时, 即使对应的声辐射模式伴随系数值较大, 而该阶的声功率值还是很小。作者在此基础上提出了一种新的控制策略, 即通过抵消前 k 阶声辐射模式伴随系数使前 k 阶声辐射模式的声功率为零。

3.1 简支平板的响应

设平板受到外部力源的激励, 其振动的法向速度为:

$$v(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{L_x} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y} y\right) \quad (4)$$

式中 A_{mn} 为模式速度。取初级力源为点力作动器, 由初级力引起的模式速度为:

$$A_{mn}^p = i\omega \frac{4 \cdot f^p}{\rho h L_x L_y} \sin\left(\frac{m\pi x_0}{L_x}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_0}{L_y}\right) \cdot \left(\omega_{mn}^2 - \omega^2 - 2 \cdot i \omega \omega_{mn}\right)^{-1} \quad (5)$$

式中: i 为虚数; ω 为激励力频率; ω_{mn} 为平板的固有频率; $\beta_{m,n}$ 为模态阻尼系数; m, n 为分别沿 x, y 轴方向的结构模态数; (x_0, y_0) 为激励力的位置; f^p 为点力的幅值。

本文取控制力源为压电陶瓷作动器(PZT), PZT 粘贴在简支板的表面上, 如图 2 所示。由控制力引起的模式速度为[5]:

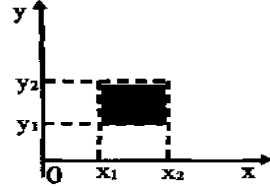


图 2 PZT 作动器示意图

$$A_{mn}^c = i\omega \frac{4 \cdot C_0 \epsilon_{pe}}{\rho h m n \pi^2} \left[\left(\frac{m\pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y} \right)^2 \right] \cdot \left(\omega_{m,n}^2 - \omega^2 + 2 \cdot i \cdot \beta_{m,n} \omega \omega_{m,n} \right)^{-1} \cdot \left[\cos\left(\frac{m\pi x_1}{L_x}\right) - \cos\left(\frac{m\pi x_2}{L_x}\right) \right] \cdot \left[\cos\left(\frac{m\pi x_1}{L_x}\right) - \cos\left(\frac{m\pi x_2}{L_x}\right) \right] \quad (6)$$

式中: (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 分别为 PZT 左下角和右上角点的坐标; $\epsilon_{pe} = d_{31} V / t_a$, 其中 d_{31} 为压电应变常数, t_a 为 PZT 的厚度; V 为 PZT 的控制输入电压; C_0 为 PZT 的性能尺寸常数。

3.2 远场声压

通过瑞利积分公式^[3]可以得到远场压力 p 的表达式为:

$$p(R, \theta, \varphi) = \frac{i\rho_0 \omega e^{-ikR}}{2\pi R} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} v(x, y) \cdot \exp\left[\frac{i\alpha x}{L_x} + \frac{i\beta y}{L_y}\right] dx dy \quad (7.1)$$

式中: $\alpha = kL_x \sin(\theta) \cos(\varphi)$; $\beta = kL_y \sin(\theta) \sin(\varphi)$; ρ_0 为空气的密度; k 为波数, $k = \omega / c_0$ 。把式(4)代入式(7.1), 积分得:

$$p(R, \theta, \varphi) = \frac{i\rho_0 \omega e^{-ikR}}{2\pi R} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cdot \left[\frac{L_x L_y}{m n \pi^2} \left(\frac{(-1)^m e^{i\alpha}}{(\alpha / m \pi)^2 - 1} \right) \left(\frac{(-1)^n e^{i\beta}}{(\beta / n \pi)^2 - 1} \right) \right] \quad (7.2)$$

3.3 主动控制

设有 M 个扰动力和 N 个控制力, 把由激励力和控制力引起的速度分别表示为矩阵形式:

$$V = [Y_1^p \dots Y_M^p] \cdot \begin{bmatrix} f_1^p \\ \vdots \\ f_M^p \end{bmatrix} = Y^p \cdot F^p \quad (8)$$

$$V^c = [Y_1 \dots Y_M] \cdot \begin{bmatrix} V_1^c \\ \vdots \\ V_N^c \end{bmatrix} = Y^c \cdot V^c \quad (9)$$

式中: $F^p = [f_1^p \ f_2^p \ \dots \ f_M^p]^T$

$$V = [V_1 \ V_2 \ \dots \ V_N]^T$$

根据叠加原理, 当加入控制力平板的速度为:

$$V = V^p + V^c = Y^p F^p + Y^c V^c \quad (10)$$

由式(2)、式(9)和式(10)可得声功率 W 为:

$$\begin{aligned} W = & (V^p)^H \cdot Q \Lambda Q^T \cdot (V^p) + \\ & (V^p)^H \cdot Q \Lambda Q^T \cdot Y^c V^c + \\ & (Y^c V^c)^H \cdot Q \Lambda Q^T \cdot V^p + \\ & (Y^c V^c)^H \cdot Q \Lambda Q^T \cdot (Y^c V^c) \end{aligned} \quad (11)$$

令 $y^p = Q^T V^p$, y^p 就是只有扰动力作用时的声辐射模态伴随系数, 把 y^p 代入到式(11)得:

$$\begin{aligned} W = & (y^p)^H \Lambda (y^p) + (y^p)^H \Lambda Q^T \cdot Y^c V^c + \\ & (Y^c V^c)^H \cdot Q \Lambda y^p + \\ & (Y^c V^c)^H \cdot Q \Lambda Q^T \cdot (Y^c V^c) \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)为 Hermitian 二次形式, 有唯一的最小值, 使声功率最小的最优控制力由下式给出:

$$V_{opt}^c = - ((Y^c)^H Q \Lambda Q^T (Y^c))^{-1} \cdot (Y^c)^H Q \Lambda (y^p) \quad (13)$$

由于实际上很难直接测量声功率, 因此声功率最小化策略仅有理论上的意义, 但可作为与其它控制策略相比较的标准。由于在低频时, 对声功率有贡献的主要是前几阶声辐射模态, 下面作者考虑通过抵消前 k 阶声辐射模态控制声辐射。

由于第 i 阶声辐射模态 q_i 为矢量空间中的一组基, 而 y_i 为速度 V 在 q_i 上的投影, 所以要使前 k 阶声辐射模态的声功率为零, 也就是要控制后的速度与前 k 阶声辐射模态正交, 即使前 k 阶伴随系数为零:

$$[|y_1| \ \dots \ |y_k|]^T = | [q_1 \ \dots \ q_k]^T \cdot V | = 0 \quad (14)$$

把式(10)代入式(14)得:

$$\begin{aligned} & [q_1 \ \dots \ q_k]^T \cdot (V^p + V^c) \\ & = [q_1 \ \dots \ q_k]^T \cdot (Y^p F^p + Y^c V^c) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

由式(15)整理后可得:

$$\begin{aligned} V^c = & - ([q_1 \ \dots \ q_k]^T \cdot Y^c)^{-1} \cdot \\ & [q_1 \ \dots \ q_k]^T \cdot (Y^p F^p) \end{aligned} \quad (16)$$

从式(15)可以得到结论: 要抵消一阶声辐射模态的声功率就需要一个控制力, 抵消前 k 阶声辐射模态的声功率就需要 k 个控制力; 并且有 k 个控制力一定可以抵消前 k 阶声功率。

4 数值计算

我们还是以图 1 的简支平板为例, 令其厚度 $h = 0.002\text{m}$, 弹性模量 $E = 2 \times 10^{11}\text{Pa}$, 密度为 $\rho = 7860\text{kg/m}^2$, 取泊松比 $\nu = 0.3$, 模态阻尼系数 $\beta_{m,n} = 0.01$ 。根据振动分析可知, 该简支板的前几阶结构模态的固有频率如表 1 所示:

表 1 简支平板的固有频率/Hz

	1	2	3	4
1	82	234	478	842
2	177	329	582	937
3	335	487	740	1094
4	556	708	961	1315

由于在中、低频时, 辐射效率随着模态阶数的增加而迅速降低, 在阶数较高时, 即使对应的声辐射模态伴随系数较大, 而该阶的声功率值还是很小, 我们只取前 16 阶声辐射模态进行分析。控制后的声功率降低量 W_r 为:

$$W_r = 10 \cdot \log \left(\frac{W^p}{W^c} \right) = 10 \cdot \log \left(\frac{\sum_{i=1}^{16} W_i^p}{\sum_{i=1}^{16} W_i^c} \right) \quad (17)$$

式中: W^p 表示控制前的声功率;

W^c 表示控制后的声功率。

令激励力源位于平板的坐标原点 $r_0 = (0.06, 0.06)$, 幅值为 1N 。设控制力源 PZT 的左上角和右下角位置分别为 $r_1 = (0.158, 0.222)$, $r_2 = (0.201, 0.239)$ 。选取激励力的频率 ω 为 335Hz , 接近于平板的(3, 1)阶固有频率。分别采用抵消前 k 阶声功率和声功率最小化两种控制策略进行数值计算。图 3 表示控制前后模态伴随系数的变化直方图, 图 4 表示控制前后各阶声辐射模态的声功率直方图。图 4 中纵坐标为 $10 \log(W_i \cdot 10^{12})$, 单位为 dB, 负号表示声功率低于参考功率, 当纵坐标值小于 -20dB 时, 就用 -20dB 表示。从图中可以发现, 使声功率最小化和抵消第一阶声功率(或模态伴随系数)后, 总的声功率都下降了 20.5dB 。图 5 表示控制前后的远场声压指向图。其中 $R = 1.8\text{m}$, $\theta = 0$, φ 从 -90° 到 90° 变化, 参考声压为 0.00002Pa 。采用这两种控制策略所得远场辐射声压分布图基本相同。

本文又计算了扰动力频率为 300Hz (非共振)时的情况, 图 6 表示控制前后模态伴随系数的变化直方图, 图 7 表示控制前后各阶声功率变化直方图。从图中可以发现, 采用这两种控制策略后, 尽管占次

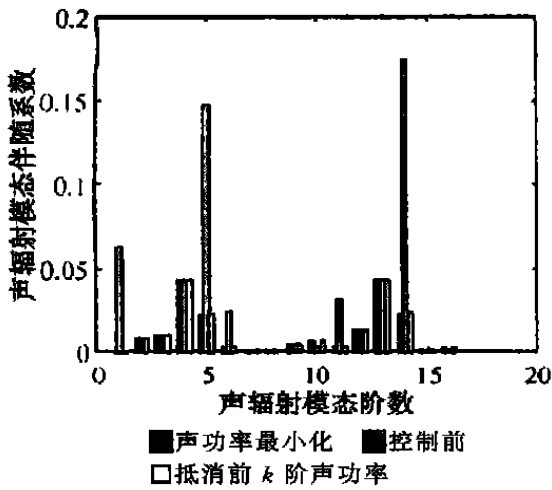


图 3 各阶声辐射模式的伴随系数直方图

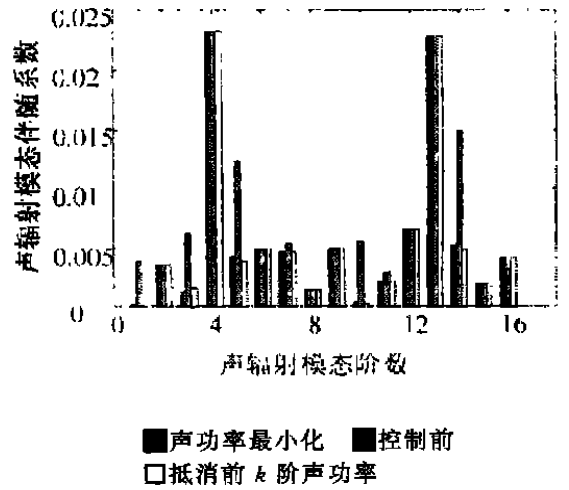


图 6 各阶声辐射模式的伴随系数直方图

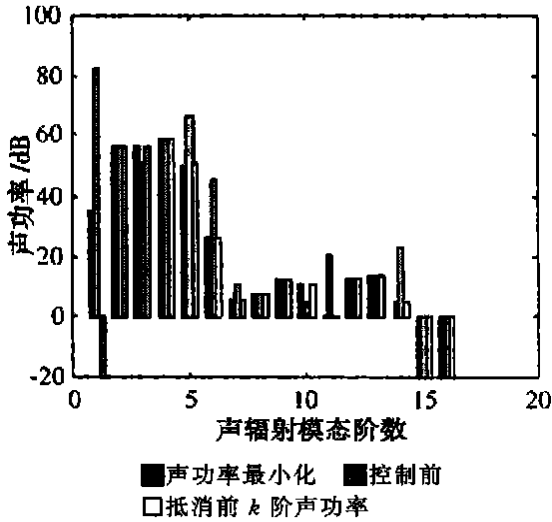


图 4 各阶声辐射模式的声功率

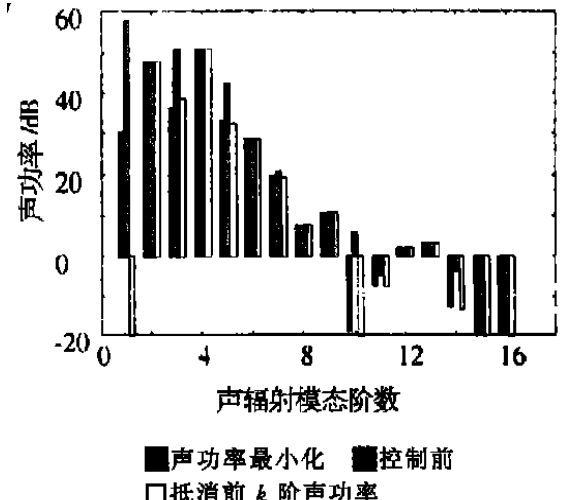


图 7 各阶声辐射模式的声功率

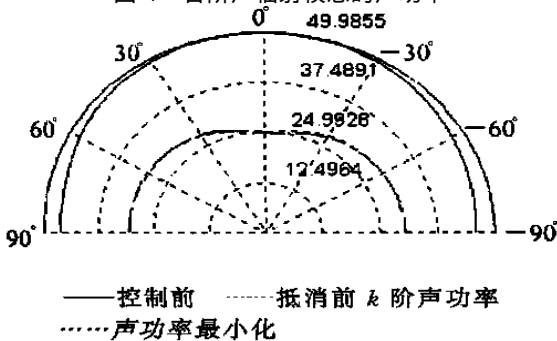


图 5 远场声压指向图

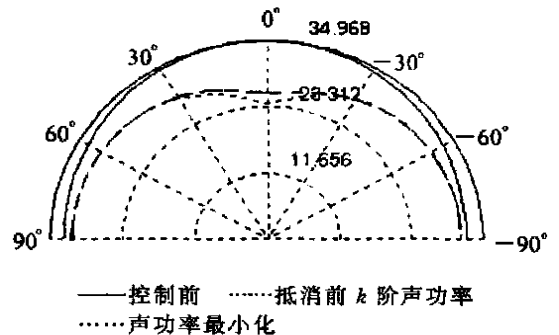


图 8 远场声压指向图

要地位的高阶声辐射模式的声功率有可能上升,但总的声功率都下降了约 6dB。图 8 表示控制前后的远场声压指向图。在非共振时,这两种控制策略的控制效果也基本相同。

5 结论

本文通过声辐射模式来研究简支平板的低频声

辐射。由于声辐射模式相互独立,而且在低频时,声辐射模式对应的辐射效率随着其阶数的增加而迅速降低,只要通过控制前几阶声辐射模式的声功率,能有效地控制平板的声功率。这使得噪声主动控制的实现大为简便。所以本文提出了一种新的控制策略,即抵消前 k 阶声辐射模式的声功率为控制策略

(下转第 127 页)

Proceedings of Electronic Component Symposium 1957. 205-211.

- [2] Katz H. W. Solid state magnetic and dielectric devices [M]. London: John Wiley & Sons, 1959. 170-197.
- [3] Li Longtu, Yao Yijing, Mu zhenhan. Piezoelectric ceramic transformer [J]. Ferroelectrics, 1980, 28(1): 403-406.
- [4] W. P. Mason Electric-Mechanical Transducers and Wave Filters [M]. New York: D. Von Nostrand co, 1948. 735-741.
- [5] 土屋英俊 使用强介电特性材料的压电变压器 [J]. 电子学报 (日), 1961, 4(3): 6369.
- [6] Flynn A. M. , Sanders S. R. Fundamental limits on energy transfer and circuit considerations for piezoelectric transformers [A]. IEEE Power Electronics Specialists Conference Vol. 2, [C], 1998. 1463-1471.
- [7] Kanayama K. Thermal analysis of a piezoelectric transformer [A]. IEEE Ultrasonics Symposim Vol. 1. [C], 1998. 901-904.
- [8] 白辰阳, 桂治轮, 李龙土 多层压电变压器基本工作特性的研究 [J]. 压电与声光 1998. 20(6): 321-324.
- [9] Zaitzu T. , Ohshini O. , Innuue T. Piezoelectric transformer operating in thickness extensional vibration and its application to switching converter [A]. Power Electronics Specialists Conference 1994. PESC 94 Record. 25th Annual IEEE Vol. 1 [C], 1994. 595-589.
- [10] Oshini O. , Kishie H. , Iwamoto A. Piezoelectric ceramic transformer operating in thickness extensional vibration mode for power supply [A]. Ultrasonics Symposium 1992 Proceedings. 1992 IEEE Vol. 1 [C], 1992. 981-984.
- [11] Zaitzu T. , Inuo T. , Oshini O. 2 MHz power converter with piezoelectric ceramic transformer [A]. Telecommunication Energy Conference 1992. INTELEC' 92. 14th International [C], 1992. 430-437.
- [12] Koc B. , Alkoy S. , Uchino K. A circular piezoelectric transformer with crescent shape input electrodes [A]. Ultrasonics Symposium 1999 Proceedings. 1999 IEEE Vol. 2 [C], 1999. 931-934.
- [13] Ueda M. , Satoh M. , Ohtsu S. Piezoelectric transformer

using energy trapping of width shear vibration in LiNbO₃ plate [A]. Ultrasonics Symposium 1992. Proceedings. , 1992 IEEE, Vol. 1 [C], 1992. 977-980.

- [14] Shoyama M. , Horikosh K. , Ninomiya T. Steady-state characteristics of the push-pull piezoelectric inverter [A]. Power Electronics Specialists Conference 1997. PESC. 97 Record. 28th Annual IEEE Vol. 1 [C], 1997. 715-721.
- [15] Kawashima S. , Oshini O. , Kawamata H. Third order longitudinal mode piezoelectric ceramic transformer and its application to high-voltage power inverter [A]. Ultrasonics Symposium. 1994. Proceedings. 1994 IEEE, Vol. 1 [C], 1994. 525-530.
- [16] Sung-Jin choi. , Kyu-Chan Lee. , Cho B. Design of fluorescent lamp ballast with PFC using a power piezoelectric transformer [A]. Applied Power Electronics Conference and Exposition. 1998. APEC' 98. Conference Proceedings 1998. 13th Annual 1998 Vol. 2 [C], 1998. 1135-1139.
- [17] Sakurai K. , Shindou S. , Oshinishi K. Piezoelectric ceramic transformer using radial vibration mode disks [A]. Ultrasonics Symposium 1998. Proceedings. , 1998 IEEE, Vol. 1 [C], 1998. 939-944.
- [18] Smidt P. J. M. , Duarte J. L Powering neon lamps through piezoelectric transformers [A]. Power Electronics Specialists Conference. 1996. PESC 94 Record. 27th Annual IEEE Vol. 1 [C], 1996. 310-315.
- [19] Zaitzu T. , Shigehisa T. , Inoue T. Piezoelectric transformer converter with frequency control [A]. Telecommunication Energy Conference 1995. INTELEC' 95. 17th International 1995 [C], 1995. 175-180.
- [20] Yamane T. , Hamamura S. , Zaitzu T. Efficiency improvement of piezoelectric transformer DG-DC converter [A]. Power Electronics Specialists Conference 1998. PESC 98 Record. 29th Annual IEEE Vol. 2 [C], 1998. 1255-1261.
- [21] Katsuno M. Fuda Y. Piezoelectric transformer using interdigital internal electrodes [A]. Ultrasonics Symposium 1998 Proceedings, 1998 IEEE Vol. 1 [C], 1998. 897-900.

(上接第 121 页)

进行主动控制。本文采用压电陶瓷作动器作为控制力源,进行有源控制的数值计算。结果表明,抵消前 k 阶声辐射模态和声功率最小化这两种控制策略的控制效果基本相同。

参考文献:

- [1] Fuller C R. Optimal placement of piezoelectric actuators and polyvinylidene fluoride error sensors in active structural acoustic control approach [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1992, 92(3): 1521-1533.
- [2] Borgiotti G V. The power radiated by a vibrating body in an acoustic fluid and its determination from boundary measurements [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1990, 88(4):

1884-1893.

- [3] Photiaia D M. The relationships of singular value decomposition to wave-vector by three-dimensional structures [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1990, 88(4): 1152-1159.
- [4] Cunfare K A. On the exterior acoustic radiation modes of structure [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1994, 96 (4): 2302-2312.
- [5] 毛崎波, 姜哲. 对声辐射模态的讨论 [J]. 振动工程学报, 2000, 13(4): 633-637.
- [6] 毛崎波, 姜哲. 通过声辐射模态研究结构噪声的有源控制 [J]. 江苏理工大学学报, 2000, 21(4): 1-6.
- [7] 毛崎波, 姜哲. 通过声辐射模态研究结构声辐射的有源控制 [J]. 声学学报, 2001, 26(3): 277-281.