

利用时空平均法改善 DOA 估计性能

朱维杰, 孙进才, 曾向阳

(西北工业大学声学工程研究所, 西安 710072)

摘要: 在信号子空间类 DOA 估计算法中, 自相关矩阵估计的优劣决定了 DOA 估计的性能, 但是常规自相关矩阵估计方法是对阵列输出信号做时间平均。然而对于均匀线列阵这一特殊阵型, 其阵列输出自相关矩阵的具有 Toeplitz 结构。根据均匀线列阵信号的时空平稳特性, 本文提出一种时空平均的方法来改善自相关矩阵的估计质量, 即对阵列的自相关矩阵做时间和空间两次平均, 从而提高了 DOA 估计的性能; 仿真结果表明: 在低信噪比或低快拍数的条件下能够明显提高 DOA 估计性能。

关键词: DOA 估计; 时空平均; 均匀线列阵

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A

Improving performance of DOA estimation by using temporal-spatial averaging

ZHU Wei-jie, SUN Jin-cai, ZENG Xiang-yang

(Institute of Acoustic Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: In subspace DOA estimation method, the performance of DOA estimation is determined by quality of correlation matrix. The conventional method of correlation matrix estimation is to average the output of sensor array. For a uniform linear array, the structure of correlation matrix of array output is Hermitian and Toeplitz. Based on this property of correlation matrix, a new method is proposed to improve the quality of correlation matrix by using temporal-spatial averaging. So the performance of DOA estimation is improved. The simulation results show that the performance of DOA estimation can be improved greatly, especially on the condition that signal-to-noise ratio is low and the number of snapshot is not enough.

Key words: DOA estimation; temporal-spatial averaging; uniform linear array

1 引言

在阵列信号处理的各种应用中, 如雷达、声呐及地震监测等, 多目标源的检测和定位一直是人们研究的热点。其中, 最大似然法和子空间类法是众所周知的两种 DOA (directions of arrival) 估计方法。子空间类法, 虽然不是最优的, 但是与最大似然法相比, 它不需要递推过程以收敛到最佳解, 因此运算量较低、实用性更强。在信号子空间类方法中, 又以 Schmidt 提出的 MUSIC (Multiple Signal Classification) 算法^[1] 和 Roy、Paulraj、Kailath 提出的 ESPRIT (Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques) 算法^[2] 最具代表性。而这些方法都是通过阵列输出数据的自相关矩阵的特征分解来进行 DOA 估计的, 因而自相关矩阵估计质量的好坏直接影响到 DOA 估计性能的优劣, 尤其是在低信噪比、短采样时间的情况下更是如此。然而, 利用阵列信号的时空平稳特性及均匀线列阵的阵列输

出自相关矩阵的特殊结构, 采用时空平均的方法可以提高阵列自相关矩阵的估计质量, 从而改善 DOA 估计的性能。

2 数学模型

设有已知阵型的 M 个阵元组成的阵列, 接收 D 个来自于 θ_d ($d = 1, 2, \dots, D$) 方向的远场具有相同中心频率的窄带平面波。当存在加性噪声时, 第 m 个阵元接收的信号可以表示为

$$x_m(t) = \sum_{d=1}^D s_d(t - \tau_m(\theta_d)) + n_m(t) \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

其中 $s_d(t)$ 表示第 d 个信号源, $n_m(t)$ 表示第 m 个阵元接收到的加性噪声, $\tau_m(\theta_d)$ 为第 m 个阵元接收第 d 个信号源相对于参考点的传播延迟。将上式写成矢量形式为

$$X(t) = AS(t) + N(t) \quad (2)$$

式中

$$\begin{aligned} X(t) &= [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_M(t)]^T \\ S(t) &= [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_D(t)]^T \\ N(t) &= [n_1(t) \ n_2(t) \ \dots \ n_M(t)]^T \end{aligned}$$

收稿日期: 2001-02-27; 修回日期: 2001-06-25

作者简介: 朱维杰(1971-), 男, 1971年5月生, 广东省兴宁县人, 博士研究生, 研究方向为阵列信号处理, 自适应信号处理。

$$A = [a(\theta_1) a(\theta_2) \dots a(\theta_D)]$$

A 称为阵列流形, $a(\theta_d) = [\exp(-j\omega\tau_1(\theta_d)) \exp(-j\omega\tau_2(\theta_d)) \dots \exp(-j\omega\tau_M(\theta_d))]^T$ ($d = 1, 2, \dots, D$) 为方向向量, $S(t)$ 和 $N(t)$ 分别为信号源和噪声矢量, $X(t)$ 为阵列输出的采样矢量。

若噪声为零均值空间白噪声且与信号不相关, 则阵列的输出自相关矩阵为

$$R = E[X(t) \cdot X^H(t)] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1M} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{M1} & r_{M2} & \dots & r_{MM} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1M} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{1M} & r_{2M} & \dots & r_{MM} \end{bmatrix} = A \cdot R_s \cdot A^H + R_n \quad (3)$$

其中 $R_s \in C^{D \times D}$ 为信号自相关矩阵, $R_n \in C^{M \times M}$ 为噪声自相关矩阵, r_{mn} 为第 m 个阵元与第 n 个阵元的互相关函数。因为 $r_{nm} = E[x_m(t) x_n^*(t)] = r_{nm}^*$, 因此, 基阵输出自相关矩阵应为 Hermitian 矩阵。

3 均匀线列阵下的阵列输出自相关矩阵

在均匀线列阵的情况下, 基阵的阵列流形 A 为 $M \times D$ 的 Vandermonde 矩阵, 其第 d 列方向向量 $a(\theta_d)$ 为

$$a(\theta_d) = [1 e^{j\omega\tau_d} e^{j\omega 2\tau_d} \dots e^{j\omega(M-1)\tau_d}]^T$$

其中 ω 为信号角频率, $\tau_d = \Delta/c \cdot \sin\theta_d$ ($d = 1, 2, \dots, D$), Δ 为相邻两个阵元间的间距, c 为声速。

在 D 个信号源互不相关的条件下, 信号自相关矩阵 R_s 为 $D \times D$ 对角矩阵且对角线上的元素为各信号源的功率, 即信号自相关矩阵可以表示为 $R_s = \text{diag}(p_1^2, p_2^2, \dots, p_D^2)$ 。当不考虑噪声时, 即(3)式中 $R_n = 0$ 时, 阵列的输出自相关矩阵的第 m 行第 n 列元素为

$$r_{nm} = \sum_{d=1}^D P_d^2 e^{-j\omega(m-1)\tau_d} \cdot e^{j\omega(n-1)\tau_d}$$

$$= \sum_{d=1}^D P_d^2 e^{-j\omega(m-n)\tau_d} = r(n-m)$$

上式说明两阵元间的互相关函数只与两个阵元之间的间距有关, 而与阵元的起点无关。那么式(3)中 $A \cdot R_s \cdot A^H$ 项应为 Hermitian 的 Toeplitz 矩阵。而对于平稳、零均值的空间白噪声过程有

$$R_n = \sigma^2 \Sigma_n$$

其中 Σ_n 为 $M \times M$ 对角矩阵, 若各阵元上的加性噪声具有相同的功率则

$$R_n = \sigma^2 I$$

由此可知阵列的输出自相关矩阵 R 应具有 Hermitian 的 Toeplitz 结构, 即 R 不仅是共轭对称的, 而且位于任何一条平行于主对角线的直线上的元素完全相同。这一点是很容易理解的, 因为位于远场的 D 个互不相关的零均值窄带高斯随机过程, 若加性噪声是平稳、零均值的空间白噪声, 接收声场对于线阵来说是空间平稳的, 即对于线阵上任意两个间距相等的接收点, 其接收信号的互相关函数相同。对于均匀线列阵有 $r_{mn} = r(m-n)$, 因此, 阵列的输出自相关矩阵是 Hermitian 的 Toeplitz 矩阵。

在实际中是无法根据(3)式通过求统计平均来得到理想的基阵输出自相关矩阵的, 而只能得到有限次采样条件下做时间上的平均构成的采样自相关矩阵, 若有 L 个观测样本 X_1, X_2, \dots, X_L , 则采样自相关矩阵为

$$\hat{R} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L X_i \cdot X_i^H \quad (4)$$

文献[3]指出, 即使信号源不相关, 噪声为与信号不相关的空间白噪声, 有限次采样得到的自相关矩阵不具有 Toeplitz 结构。这样的自相关矩阵等效于增加了信号源之间的相关性, 并且噪声自相关阵不再是对角阵, 这又等效于在基阵接收端施加了有色噪声。那么, 整个问题变成了有色噪声环境下对相关信号做目标参数估计问题。这种情况在采样样本低时变得尤为严重。

4 时空平均 DOA 估计

因为采样数据有限使得采样自相关矩阵不具有 Toeplitz 结构, 因而 DOA 估计偏差增大。然而可以根据均匀线列阵自相关矩阵的结构来修正采样自相关矩阵, 从而改善估计精度。文献[4]中修正采样自相关矩阵的方法是利用矩阵变换

$$\tilde{R} = 1/2(\hat{R} + E \cdot \hat{R}^* \cdot E) \quad (5)$$

其中 E 为反单位矩阵。用 \tilde{R} 来代替原采样自相关矩阵 \hat{R} , 并证明了 \tilde{R} 是 \hat{R} 的无偏估计。然后使用 \tilde{R} 进行 DOA 估计。从(5)式中可以看出修正后的采样自相关矩阵 \tilde{R} 不仅是 Hermitian 的, 而且是关于次对角线是对称的 (Toeplitz 矩阵具有这样的性

质)。所以用(5)式作为自相关矩阵可以提高估计精度。然而,Toeplitz 矩阵不仅是关于次对角线对称,而且位于次对角线垂线上的元素完全相同。利用这一特征可以进一步修正采样自相关矩阵

$$\begin{cases} \tilde{r}_{mn} = \tilde{r}(m-n) = \tilde{r}(k) = \frac{1}{M-k} \sum_{i=1}^{M-k} r_{i+i+k} & n \geq m \\ \tilde{r}_{mn} = \tilde{r}^*(m-n) = \tilde{r}^*(-k) = \tilde{r}_{mn}^* & n < m \end{cases} \quad (6)$$

其中 \tilde{r}_{mn} 和 r_{mn} 分别为修正后及修正前的采样自相关矩阵第 m 行第 n 列的元素, $k = n - m$ 。

由(6)式可以得到修正的采样自相关阵 \tilde{R} 。实际上,我们用(4)式求出的采样自相关阵 \hat{R} 是对采样样本在时间域上做的第一次平均,而由(6)得到的修正自相关阵 \tilde{R} 是根据接收声场的空间平稳特性做的第二次空间平均。因此用(6)式作为估计的自相关阵将有效地改善 DOA 估计性能。从运算量上考虑,由采样自相关阵 \hat{R} 得到修正自相关阵 \tilde{R} 只需要 $(M+1)M/2-1$ 次加法和 $M-1$ 次数乘运算,相对于 \hat{R} 的计算来说,几乎没有增加运算量。

结合 MUSIC 算法可得到时空平均 DOA 估计方法如下:

(1) 根据(4)式,由采样样本计算采样自相关矩阵 \hat{R} ;

(2) 由(6)式计算修正的自相关矩阵 \tilde{R} ;

(3) 对修正自相关矩阵 \tilde{R} 进行特征值分解,其特征值记为 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$,相应的特征矢量记为 e_1, e_2, \dots, e_M ;

(4) 记重复的 $M-D$ 个最小特征值为 $\lambda_{D+1}, \lambda_{D+2}, \dots, \lambda_M$,相应的特征矢量构成噪声子空间 $E_n = [e_{D+1} \ e_{D+2} \ \dots \ e_M]$;

(5) 构成空间方位谱 $P_{MU}(\theta) = 1/|a^H(\theta)E_nE_n^H a(\theta)|$ 并搜索谱峰。

5 计算仿真及结果分析

利用计算机仿真研究时空平均法对 DOA 估计的影响,主要包括该算法对空间方位谱、分辨率及估计偏差的影响。

设接收基阵为 10 元均匀线列阵,阵元间距为中心频率对应波长的一半,因此该阵列的瑞利角分辨极限约为 $2/(M-1) \approx 0.22$ (弧度) $\approx 12.6^\circ$,信号与噪声均为零均值平稳高斯过程,两个窄带不相关信号分别

来自 3° 和 7° ,噪声是与信号不相关的空间白噪声。

图 1 为信噪比为 10dB、快拍数为 10 时用 MUSIC 法构成的空间方位谱,其中(a)、(b)、(c)分别为原 MUSIC 法、文献[4]的方法及本文方法的空间方位谱。从图中可以明显地看出本文方法的谱峰更尖锐,谱谷更低。

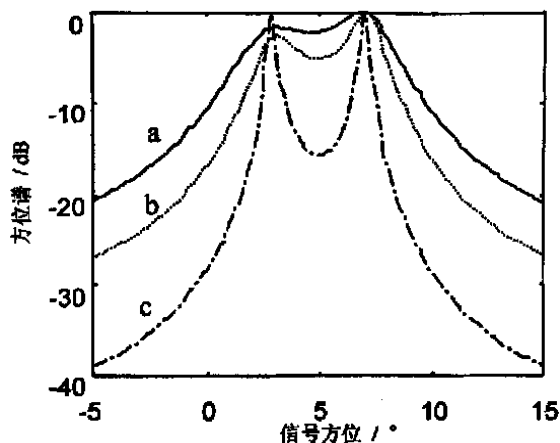


图 1 空间方位谱

图 2、图 3 分别给出了分辨门限、估计偏差随信噪比的变化,信噪比的变化范围为 0~12dB 一共进行了 300 次独立的仿真实验,每次实验的快拍数为 50。图中(a)、(b)、(c)分别表示用原 MUSIC 法、文献[4]的方法及本文方法得到的结果。从图中可以看出本文方法在信噪比较低时对 DOA 估计性能有较大的改善:从分辨能力看,本文方法在信噪比为 0dB 时就能达到 90% 以上的分辨概率,而原 MUSIC 法的分辨概率不足 5%;从估计偏差看,本文方法在信噪比为 0dB 时估计偏差仅为 0.2° 左右,较原 MUSIC 法的估计偏差大为降低。当信噪比较大时,3 种方法的估计性能趋于一致。

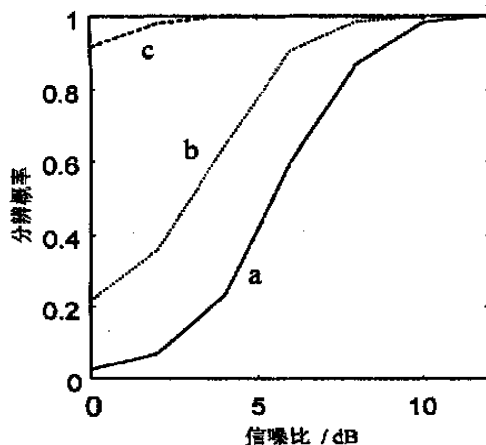
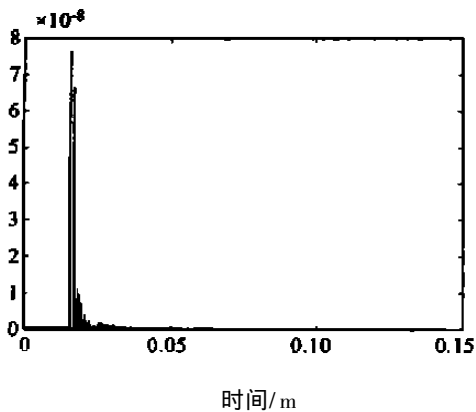
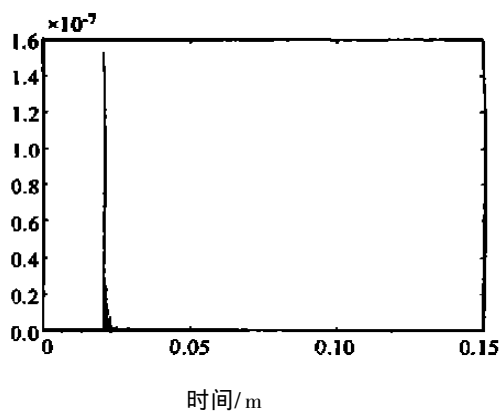


图 2 分辨概率与信噪比的关系

(下转第 149 页)



(a) 第 3 个接收器



(b) 第 13 个接收器

图 7 全频域单位脉冲响应

5 结 论

本文在改进辐射度算法的基础上, 将传统声波衍射模型与改进辐射度算法相结合, 针对有屏障遮挡的声波衍射处理、声学传递过程模拟、整个频率范围的传递函数及单位脉冲响应获取、连续室内声场拟合以及真实感声音获取等技术问题进行了探讨。在此基础上, 给出一个室内声场仿真算例, 从仿真结果看, 不同频率的声波, 经过不同吸声系数的表面多次反射后, 接收器接收到的声能能量大小不同, 反映出来的频谱特性也不同, 最终得到的脉冲响应特性曲线反映了室内声场中声波的传递过程与特性。这些均表明了本文理论的正确性和算法的有效性。

参考文献

[1] Cremers L, Fyfe K R. On the use of variable order infi-

nite wave envelope elements for acoustic radiation and scattering[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1995, 97(4): 2028-2040.

- [2] 贺加添. 音质设计手段的新进展[J]. 声学技术, 1996, 15(3): 146-151.
- [3] 蒋国荣, 王季卿. 厅堂音质的可听化计算机模拟[J]. 电声技术, 1996, 20(6): 9-12.
- [4] 戴根华, 李沛滋等. 室内声场简正波法的数值计算方法和混响场中声强测量的误差[J]. 声学学报, 1998, 23(1): 9-18.
- [5] 张琼, 石教英. 声学仿真中的人工神经网络方法[J]. 软件学报, 1998, 9(1): 7-13.
- [6] Maekawa Z. Noise reduction by screens[J]. Applied Acoustics, 1968, 1(2): 157-173.
- [7] Pierce A D. Diffraction of sound around corners and over wide barriers[J]. Journal of the Acoustics Society of America, 1974, 55(5): 941-955.
- [8] Kurze U J, Anderson G S. Sound attenuation by barriers[J]. Applied Acoustics, 1971, 4(1): 35-53.

(上接第 133 页)

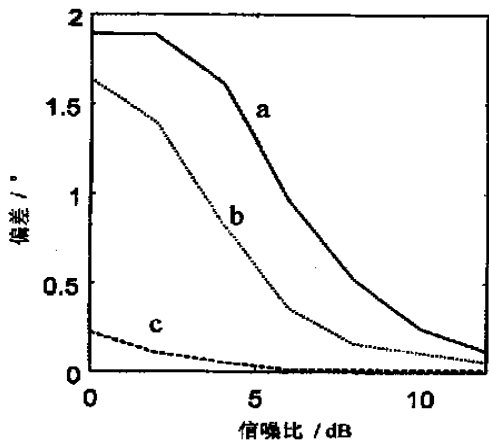


图 3 偏差与信噪比的关系

从理论分析和仿真结果可以得出以下结论:

- (1) 在信号源互不相关时, 均匀线列阵的自相关矩阵为 Hermitian 的 Toeplitz 矩阵, 因而可以利用声学技术

时空平均的方法来修正采样自相关矩阵, 而运算量几乎不增加;

(2) 用修正的采样自相关矩阵可以改善 DOA 估计性能, 尤其是在低信噪比或低样本数的条件下可以较大地提高估计性能;

(3) 虽然仿真时使用的是 MUSIC 算法, 但修正采样自相关矩阵法可以容易地推广到特征结构类的 ESPRIT 法、WSF 法等其它方法中去。

参考文献

- [1] R. O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans. Antennas and Propagat. 1986, 34(3): 276-280.
- [2] R. Roy and T. Kailath. ESPRIT-Estimation of Signal Parameter Via Rotational Invariance Techniques [J]. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, 1989, 37(7): 984-995.
- [3] 孙超, 李斌. 加权子空间拟合算法理论与应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1994.
- [4] 斯德谊, 乐强, 沈士团. 利用 Toeplitz 特性改善来波方向估计性能[J]. 北京航空航天大学学报, 1998, 24(3): 267-269.