

# 一种简单的宽带基阵设计和处理方法

柯碧辉, 毛卫宁

(东南大学无线电工程系, 南京 210096)

**摘要:** 文章提供了一种简单的基阵设计和处理方法, 这种方法利用 3 个均匀子阵, 通过调整每个子阵的基本间距, 来改变子阵的指向性函数, 使得 1 个子阵的指向性函数的栅瓣或旁瓣对应另 1 个子阵指向性函数的零点, 最后把 3 个子阵的指向性函数相乘, 得到总的指向性函数。由于 1 个阵的指向性函数的零点抵消另 1 个阵的指向性函数的栅瓣或旁瓣, 这样可以得到比较好的指向性函数。因为 3 个子阵的疏密程度不一, 使得它们的栅瓣相互错开, 因而特别适用于宽带信号。

**关键词:** 栅瓣; 指向性函数; 宽带; 子阵

**中图分类号:** TN911.72      **文献标识码:** A

## A simple method of broadband array design and processing

KE Bi-hui, MAO Wei-ning

(Department of Radio Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** This paper presents a simple method of array design and processing. Three linear, equally spaced sub-arrays are used in the procedure described in this paper. Here, By adjusting the sensor separation of each sub-array, which will change its directional response function, the alias beams or side lobes of the response function of one sub-array are arranged to where the zeros of the other lies, then multiplication is exerted on these three functions of form the final beam pattern. Good directivity index can be achieved by this means due to the alias beams or side lobes of one response function being suppressed by the zeros of the other. This means of beamforming is particularly suitable for broadband signal because of different inter-element spacings of the three sub-arrays, which make their alias beams be non-overlapping.

**Key words:** alias beam; directional response function; broadband; sub-array

### 1 引言

波束形成在声呐、雷达等信号处理中有广泛的应用, 波束形成是对基阵各个基元接收到的信号进行一系列处理的过程, 这些处理包括加权、延时、求和等<sup>[1]</sup>。最简单的基阵是均匀线阵, 最简单的处理方法是把各个基元的输出作简单的相加, 这种波束形成得到的指向性函数性能差, 而且它适用的频带很窄。如果要扩展低频范围, 须加大基元间距, 但这时对高频信号可能会出现栅瓣。

对于要扩展低频范围的情况, 用上述的简单线阵和简单处理方法显然是不行的, 因此需要采用其他的宽带基阵设计和处理方法。很多人在这方面作了研究, 也提出很多种方法。John Impagliazzo 提出了对稀疏阵进行加权优化的方法<sup>[2]</sup>, 但当定向角度改变时, 权系数也将改变, 因此运算量相当大。另一

种途径是设计频率不变的波束形成系统<sup>[3,4]</sup>, 这种处理方法能基本上达到频率不变, 但系统复杂, 而且旁瓣相对较大。有时也并不需要严格的频率不变性, 只要在比较宽的频率范围能有较好的指向性就可以了。Shun-Hsyung Chang 等人提出了一种基于紧支正交小波的自适应波束形成<sup>[5]</sup>, 其实现起来过于复杂。最近 P. A. Cotterill 提出另一种方法<sup>[6]</sup>, 他采用两个均匀线阵, 在保持两个子阵长度不变的条件下, 调整线阵基元间距和基元个数, 使两个阵的旁瓣错开, 最后对两个阵作相关处理。能在保持较好指向性的情况下, 减少基元个数。不过这种方法适用的频率范围较窄。

本文采用类似文献[6]的方法, 利用 3 个子阵, 子阵基元个数一样, 只调整基元间距, 使 1 个子阵的指向性函数的栅瓣对应其他子阵的指向性函数的零点, 最后把 3 个子阵的指向性函数相乘。在文献[6]中, 是采用旁瓣来抵消栅瓣, 而本文是采用零点来抵消栅瓣, 因此这样得到的波束形成系统比文献[6]具有更良好的指向性, 因而有更强的抗噪声能力; 由于文献[6]中的设计方法只保证第一栅瓣不重叠, 而本

收稿日期: 2001-01-18; 修回日期: 2001-06-20

作者简介: 柯碧辉(1975-), 男, 福建泉州人, 硕士研究生, 研究方向: 水声信号处理。

文采用的设计方法能保证前面很多栅瓣被其它子阵的零点抵消(被抵消的栅瓣个数由基元个数决定,基元个数越多,被抵消的栅瓣越多),因而本文的方法适用的频率范围比文献[6]中的方法适用的频率范围宽得多;本方法还采用其它子阵的零点抵消主瓣附近的旁瓣,因此在主瓣附近,旁瓣有较大的衰减。

## 2 数学推导

对于均匀线阵,假设基元数为  $N$ ,基元间距为  $d$ ,信号波长为  $\lambda$ ,定向角度为  $\theta_0$ ,那么它的指向性函数为<sup>[1]</sup>:

$$D(\theta) = \left| \frac{\sin \left[ N\pi \frac{d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_0) \right]}{N \sin \left[ \pi \frac{d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_0) \right]} \right|$$

如果我们令  $x = \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_0)$ ,则指向性函数为:

$$D(x) = \left| \frac{\sin(Nx)}{N \sin x} \right|$$

$D(x)$  的零点在  $Nx = k\pi$  且  $x \neq m\pi$  处;  $D(x)$  的旁瓣大约在  $Nx = k\pi + 0.5\pi$  处,略小于  $k\pi + 0.5\pi$ ; 栅瓣在  $x = m\pi$  处,其中  $k, m$  为整数。图1给出了  $D(x)$  的曲线,其中  $N = 6$ ,横坐标为  $Nx/\pi$ 。

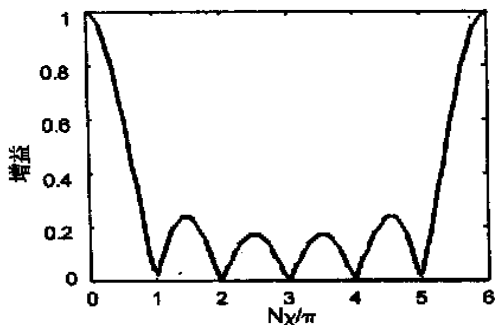


图1  $N = 6$  时线阵的指向性函数曲线

如果有两个阵,其中一个阵(设为子阵1)的基元间距为  $d$ ,另一个阵(设为子阵2)的基元间距为  $p \times d$ 。通过调整  $p$ ,可以使一个阵的指向性函数的零点对应另一个阵的指向性函数的旁瓣。不妨设  $p > 1$ ,要使得子阵2指向性函数的旁瓣对应子阵1的指向性函数的零点,应有  $Nx = k\pi$  时,  $pNx \approx m\pi + 0.5\pi$ 。由于指向性函数的第一个旁瓣对性能的影响较大,先考虑抵消它。在上面取  $k, m$  为1,则  $p$  取1.5。此时  $Nx = \pi$ ,  $pNx = 1.5\pi$ ,子阵2指向性函数的第1旁瓣对应子阵1指向性函数的第1零点。而  $pNx = 2\pi$  时,  $Nx = 1.333\pi$ ,约为子阵1的指向性函数的旁瓣。因此如果把这两个阵的指向性函数相乘后,两个阵的第1旁瓣都得到较好的抵消。当然  $p$

也可取其它较大的值,但此时抵消的是其他旁瓣,而且阵长加大,所以最好  $p$  取1.5。

为了使该阵能够适应较宽的频带,还必须抵消两个子阵的指向性函数的栅瓣。子阵1的指向性函数的栅瓣在  $x = k\pi$  时,此时  $p \times Nx = 1.5N \times k\pi$ ,要使它对应子阵2的指向性函数的零点,  $N$  应取偶数。反过来,当  $p \times Nx = k\pi$  时,对应子阵2的指向性函数的栅瓣;此时,  $Nx = 2/3 \times N \times k\pi$ ,如要对应于子阵1指向性函数的零点,  $N$  应取为3的倍数。综合考虑,  $N$  应取6的倍数。图2给出了  $N = 6$  时两个阵的指向性函数曲线,横坐标为  $x/\pi$ 。

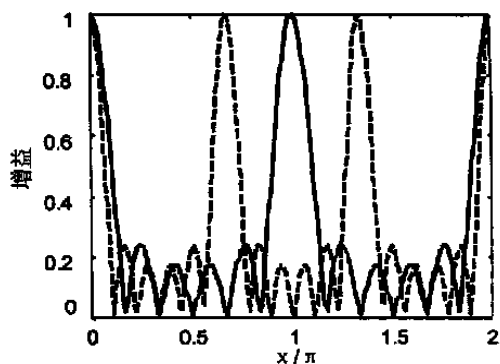


图2  $N = 6$  时,间距为  $d$ (实线)和  $1.5d$ (虚线)的指向性函数曲线

从图2看到,进行相乘处理后,虽然两个阵的指向性函数的很多栅瓣都被抵消,但当  $x = 2k\pi$  时,两阵的指向性函数的栅瓣重合,这些栅瓣不能抵消。这也可从指向性函数看出来,因为当  $x = 2k\pi$  时,  $p \times x = 3k\pi$ ,它们分别对应两个阵的指向性函数的栅瓣。如要使相乘后的指向性函数没有栅瓣,  $x$  应限制在2以下,即  $d/\lambda$  应小于1,才能保证对所有定向角度都不出现栅瓣。这时波束形成系统适用的频带受到很大限制,为了提高带宽,需要另一个子阵(设为子阵3)来抵消前两个子阵在  $x = 2k\pi$  处指向性函数的栅瓣。

设子阵3的基元间距为  $ld$ ,当  $l$  大于1时仍会有上述问题,取  $l$  小于1。要使得子阵3的指向性函数的零点抵消前两个子阵在  $x = 2k\pi$  处的指向性函数的栅瓣,应满足:  $Nl \times 2\pi = m\pi$ ,并且  $l \times 2\pi \neq n\pi$ ,故有  $l = m/2N$ ,  $l \neq 0.5$ 。此时,当  $x = 2k\pi$  时,  $Nlx = mk\pi$  为子阵3的指向性函数的零点处,该零点抵消了上述栅瓣。不过,此时  $lx = mk\pi/N$ ,当  $mk$  为  $N$  的倍数时,子阵3的指向性函数在此处也会出现栅瓣。因此为了使得子阵3的指向性函数的栅瓣和前两个子阵的指向性函数的栅瓣重叠时  $x$  取最大值,

$m$  应取和  $N$  互素的整数。此时,  $k$  最大可以取  $N$ , 即  $x$  取最大值  $2N\pi$ , 也就是  $d/\lambda$  最大可以到  $N$  而不会出现栅瓣。

子阵 3 的指向性函数的栅瓣在  $lx = n\pi$  处, 即  $x = 2Nn\pi/m$ , 此时  $px = 1.5x = 3Nn\pi/m$ , 为了较好抵消子阵 3 的指向性函数的栅瓣,  $m$  的取值应使  $2Nn\pi/m, 3Nn\pi/m$  离  $\pi$  的整数倍远些, 即离前两阵的指向性函数的栅瓣远些。图 3 给出了  $N = 6$ ,  $m = 5$ , 即  $l = 5/12$  时, 子阵 1 和子阵 3 的指向性函数曲线。

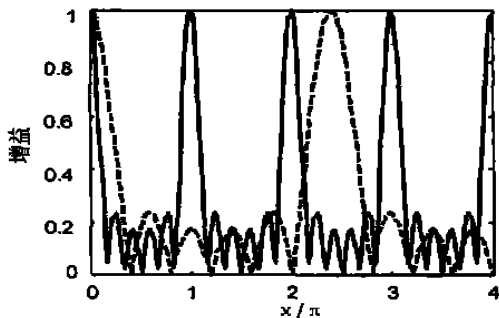


图 3  $N = 6$  时, 间距为  $d$  (实线) 和  $5/12d$  (虚线) 的指向性函数曲线

### 3 设计实例

设计问题主要是  $N$ 、 $l$  和  $d$  的选取。由上面的推导可知, 为了使子阵 3 的指向性函数的栅瓣和子阵 1、子阵 2 的指向性函数的栅瓣不重叠, 即 3 个指向性函数相乘后对于任何定向角度都没有栅瓣, 应有  $d/\lambda \leq N$ , 即  $d \leq N\lambda$ 。对于宽带信号, 则应满足  $d \leq N\lambda_{\min}$ ,  $d$  的选取还取决于要求的主瓣宽度。设定定向角度为  $\theta_0$ , 要求主瓣宽度小于  $\Delta\theta$  (这里指的是主瓣两边第 1 零点间的宽度), 最大波长为  $\lambda_{\max}$ , 不妨设  $\theta_0 > 0$ , 则对于均匀线阵应有:

$$\Delta\theta \geq \arcsin\left[\frac{\lambda_{\max}}{Nd} + \sin\theta_0\right] - \arcsin\left[-\frac{\lambda_{\max}}{Nd} + \sin\theta_0\right]$$

如果  $\theta_0 = 0$ , 则上式简化为:

$$d \geq \frac{\lambda_{\max}}{N \sin \frac{\Delta\theta}{2}}$$

对于本方法, 由于最后的指向性函数的的主瓣宽度由子阵 2 决定, 应有  $1.5d$  满足上面表达式, 因此  $d$  应满足:

$$\frac{\lambda_{\max}}{1.5N \sin(\Delta\theta/2)} \leq d \leq N\lambda_{\min} \quad (1)$$

而  $N$  的选取取决于频带范围、阵长等因素, 一般宽声学技术

带要求  $N$  较大, 但阵长, 不过对于高频可选较大的  $N$ , 同时  $N$  应是 6 的倍数。  $l$  的值为  $l = m/2N$ ,  $m$  应和  $2N$  互为素数。

若有一个信号的频率范围为  $300\text{Hz} \sim 3000\text{Hz}$ , 水中的波速为  $1500\text{m/s}$ , 则  $\lambda_{\min} = 0.5\text{m}$ ,  $\lambda_{\max} = 5\text{m}$ , 假设定向角度为  $0^\circ$  时的主瓣宽度不大于  $25^\circ$ ; 取  $N = 6$ , 则由式(1)有  $2.57\text{m} \leq d \leq 3\text{m}$ , 取  $d = 3\text{m}$ 。因  $2N = 12$ , 应取  $m$  与  $2N$  互素的整数, 可取  $m = 5$ , 则  $l = 5/12$ 。因此子阵 1 的基元间距为  $d = 3\text{m}$ , 子阵 2 的基元间距为  $1.5d = 4.5\text{m}$ , 子阵 3 的基元间距为  $ld = 1.25\text{m}$ 。由于 3 个子阵相对独立, 可以分开布阵, 也可以交错布阵, 即其基元交错排列。如采用交错布阵, 可共用第 1 基元; 又由于此时子阵 1 的第 4 基元和子阵 2 的第 3 基元位置一样, 也可共用, 因此总共需要 15 个基元, 最后总阵长等于子阵 2 的阵长, 即  $6 \times 4.5\text{m} = 27\text{m}$ 。图 4~ 图 6 给出了不同频率条件下的指向性函数曲线, 这些指向性函数曲线是由 3 个子阵分别作波束形成后再作相乘处理得到的。图 7 是一个 27 个基元均匀线阵的指向性函数曲线与用上述方法得到的指向性函数曲线的比较, 其中信号频率及定向角度和图 6 一致, 阵长也是  $27\text{m}$ , 其中  $d = \lambda/2$ 。由图可见, 用上述波束形成方法节省了近一半的基元, 而且能适应较宽的频率范围, 并且在主瓣附近旁瓣有较大的衰减。

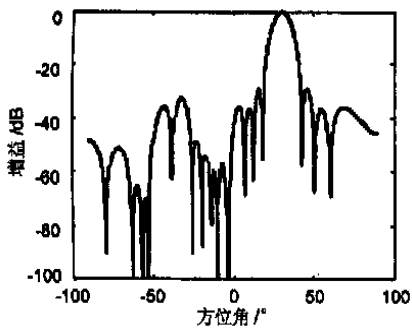
由(1)式知道:

$$\lambda_{\max}/\lambda_{\min} \leq 1.5N^2 \sin(\Delta\theta/2) \quad (2)$$

代入  $N = 6$ ,  $\Delta\theta = 25^\circ$ , 有  $\lambda_{\max}/\lambda_{\min} \leq 11.7$ , 即有 11.7 倍的频率范围。若要求更高的频率范围, 可取更大的  $N$ 。想让该阵对声呐处理的整个频带 (典型为  $500\text{Hz} \sim 20\text{kHz}$ ) 都适用, 可取  $N = 12$ , 把  $N = 12$  代入式(2), 可知适用的频率范围为 46.8 倍。

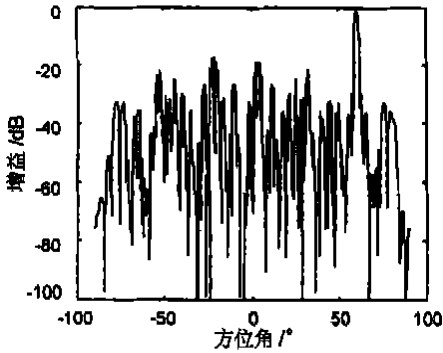
### 4 模拟结果

为了解上述波束形成方法的稳健性, 即该方法在有噪声情况下的性能, 进行了计算机模拟, 采用的普通波束成形模型<sup>[1]</sup>。图 8 给出了信噪比  $SNR = -3\text{dB}$ , 定向角度为  $\theta_0 = 10^\circ$  (虚线) 和信噪比  $SNR = 10\text{dB}$ , 定向角度  $\theta_0 = 45^\circ$  (实线) 时的模拟结果。其中, 噪声为高斯白噪声, 子阵基元间距为  $d = 3\text{m}$ , 波长  $\lambda = 2\text{m}$ , 每阵基元数  $N = 6$ , 信号频率  $f = 750\text{Hz}$ , 采样频率  $f_s = 3000\text{Hz}$ , 采样点数  $n = 256$ 。由图可见, 该方法稳健性比较好, 在有噪声的情况下也能保持良好的性能。



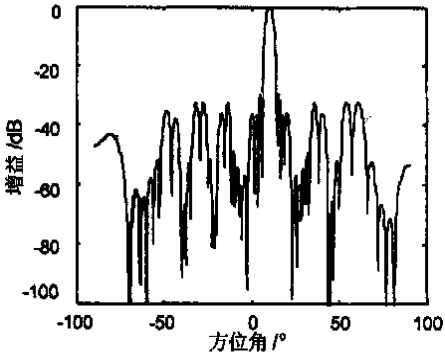
$d = 3m$ , 阵长  $27m$ ,  $\theta_0 = 30^\circ$ ,  $\lambda = 5m$ ,  $f = 300Hz$ ,  $N = 6$

图 4 进行相乘处理后的指向性函数曲线



$d = 3m$ , 阵长  $27m$ ,  $\theta_0 = 60^\circ$ ,  $\lambda = 0.5m$ ,  $f = 3000Hz$ ,  $N = 6$

图 5 进行相乘处理后的指向性函数曲线。

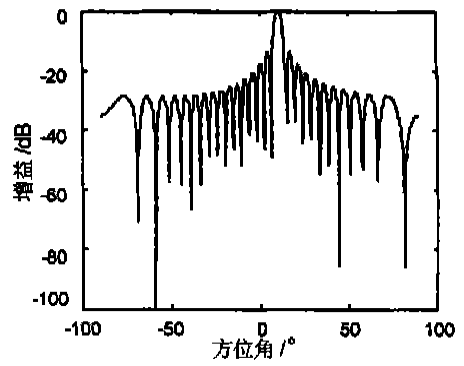


$d = 3m$ , 阵长  $27m$ ,  $\theta_0 = 10^\circ$ ,  $\lambda = 2m$ ,  $f = 750Hz$ ,  $N = 6$

图 6 进行相乘处理后的指向性函数曲线。

## 5 结论

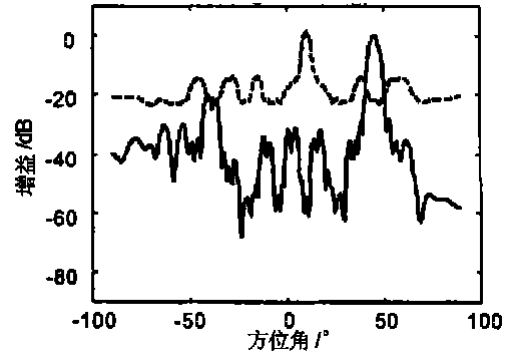
由上可见, 通过简单地调整各阵的基元间距, 使得各阵的指向性函数的栅瓣和旁瓣相互错开, 最后把 3 个指向性函数相乘, 用一个阵的指向性函数的零点抵消另一个阵的指向性函数的栅瓣和旁瓣, 得到好的指向性函数, 能适用于宽的频率范围, 有强的抗噪声能力。这种方法特别适用于高频宽带的场合, 因为此时即使宽带要求大的  $N$ , 但是由于波长短, 整个阵长不会太长。当用于低频宽带(假如要求有几十倍的频率范围), 由于长的波长和要求大的  $N$ , 整个阵长会显得较长, 不过此时可用于拖线阵。



27 个基元,  $\lambda = 2m$ ,  $f = 750Hz$ ,

$\theta_0 = 10^\circ$ ,  $d = 0.5\lambda$ , 阵长  $27m$

图 7 简单线阵的指向性函数曲线。



$d = 3m$ , 阵长  $27m$ ,  $N = 6$ ,  $\lambda = 2m$ ,  $f = 750Hz$ ,

$n = 256$ ,  $f_s = 3000Hz$

虚线:  $\theta_0 = 10^\circ$ ,  $SNR = -3dB$ ; 实线:  $\theta_0 = 45^\circ$ ,  $SNR = 10dB$

图 8 进行相乘处理后的波束模式

## 参考文献:

- [1] 李启虎. 声纳信号处理引论[M]. 北京: 海洋出版社, 1985. 169-187.
- [2] John Impagliazzo. Grid-point optimization technique for broadband sparse array design[A]. Proc. Undersea Defence Technology[C]. Nexus House, UK, June 2000, 419-425.
- [3] D. B. Ward, R. A. Kennedy, R. C. Williamson. Theory and design of broadband sensor array with frequency invariant far-field beam patterns[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1995, 97(2): 1023-1034.
- [4] Darren B. Ward, Zhi Ding, Rodney A Kennedy. Broadband DOA estimation using frequency-invariant beam-space processing[A]. Proc. ICASSP(5)[C]. Atlanta, USA, May 1996. 2892-2895.
- [5] Shun-Hsyung Chang, Cui-Chang Chang, Chuan-Liang Chang Wen-Hsien Fang. Spatial processing technique adaptive beamforming(SPTABF) via compactly supported orthonormal wavelets[A]. Proc. ICASSP(6)[C]. Atlanta, USA, May 1996. 3173-3176.
- [6] P. A. Cotterill. Array designs and processing strategies that reduce the number of sensors and processing loads required by large aperture hull mounted sonar system[A]. Proc. Undersea Defence Technology[C]. Nexus House, UK, June 1997. 24-26.