

使用点源求解脉动球的声辐射 逆问题时的精度分析

杨瑞梁, 汪鸿振

(上海交通大学振动、冲击、噪声国家重点实验室, 上海 200030)

摘要: 文章使用点源取代球谐函数作为独立函数, 来推广赫姆霍兹方程-最小二乘法(HELs), 之后对这种新方法求解脉动球的声辐射逆问题的精度问题进行了讨论, 得出了一些有用的结论。

关键词: 声辐射逆问题; HELs法; 脉动球

中图分类号: O422.7 **文献标识码:** A

Accurate analysis using simple source to solve the dilating sphere's inverse radiating problem

YANG Rui-liang, WANG Hong-zhen

(State Key Laboratory of Vibration, Shock & Noise Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: This paper uses simple source instead of spherical wave function as independent function to extend the HELs method. Then this paper analyses the accuracy of the new extensive method that solves a dilating sphere's inverse acoustic radiating problem. Finally, some available results conclusions are gotten.

Key words: inverse acoustic radiating problem; HELs method; dilating sphere

1 引言

在实际声学环境中,有时需要根据声场情况分析出某一待分析声源表面的情况,以对声源进行适当处理做准备。此类声场已知而声源未知的声学问题被 Turchin 等人^[1]归类为“声辐射逆问题”。声辐射逆问题的研究相对较晚,先后有学者分别使用声场全息方法、有限元方法、边界元方法等数值计算方法来研究这一问题。本文使用的 HELs 法^[2],它的主要优点是:通过适当选择,计算精度和计算效率都可以很高。并且,使用的原理解起来简单,应用方便,适宜推广。根据这种方法的原理,本文选取点源作为线性无关的独立函数,来建立求解声辐射逆问题的一般计算模型,之后对使用该方法求解脉动球的声辐射逆问题的精度情况进行了分析。

2 数学模型

Wang^[2]等学者指出,声场中(包括声源表面)任一点的声压能够用一组独立函数 Ψ_i 的线性组合来

表示:

$$P(x) = \rho c \sum_{i=1}^N C_i \Psi_i(x) \quad (1)$$

其中, ρ, c 为媒质密度和声速, $\Psi_i(x)$ 选择为点源,它可表示为:

$$\Psi_i = \begin{cases} \frac{e^{jkr(Q, \zeta)}}{r(Q, \zeta)} & \text{三维声源} \\ H_0^{(1)}(kr(Q, \zeta)) & \text{二维声源} \end{cases} \quad (2)$$

点 Q 和点 ζ 分别为源点和场点。场点指声场中任意一点,包括声压已知的测量点和声压未知的表面点。源点是为计算而假设的点,为计算方便起见,一般选择在声源内部的一球(称为源球)或圆表面上。 $r(Q, \zeta)$ 为场点 ζ 和源点 Q 之间的距离, $H_0^{(1)}(kr(Q, \zeta))$ 为汉克尔函数。则通过推导,声源表面任一点 x_s 的声压可表示成:

$$P(x_s) = \{\Psi_1(x_s) \Psi_2(x_s) \cdots \Psi_N(x_s)\} \{[\Psi_{MN}]^T [\Psi_{MN}]\}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} P_{O1} \\ P_{O2} \\ \vdots \\ P_{OM} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

其中, $\Psi_i(x_s)$ 表示第 i 阶独立函数在声源表面任一点 x_s 的值。 $[\Psi_{MN}]$ 是 Ψ_{mn} 的矩阵形式, Ψ_{mn} 表示第

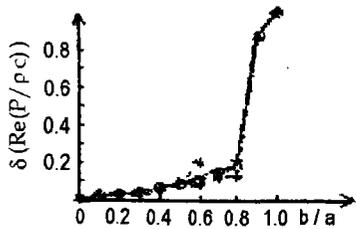
收稿日期:2001-6-28;修回日期:2001-11-15

作者简介:杨瑞梁(1977-),男,河南人,博士研究生,主要研究方向:噪声控制。

n 阶独立函数在第 m 个测量点的声压值,上标 T 表示矩阵转置,上标 -1 表示矩阵求逆。 P_{O_i} 表示声场中第 i 个声压已知的测量点的声压。

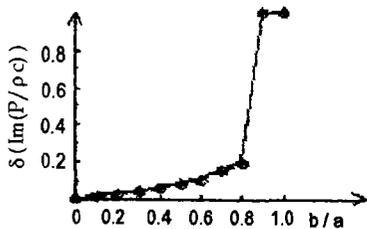
则声源表面任一点 x_s 的振速可表示成:

$$v(x_s) = -\frac{1}{j\omega\rho} \left\{ \frac{\partial \Psi_1(x_s)}{\partial n_s} \frac{\partial \Psi_2(x_s)}{\partial n_s} \dots \frac{\partial \Psi_N(x_s)}{\partial n_s} \right\} \cdot \left([\Psi_{MN}]^T [\Psi_{MN}] \right)^{-1} [\Psi_{MN}]^T \begin{Bmatrix} P_{O1} \\ P_{O2} \\ \vdots \\ P_{OM} \end{Bmatrix} \quad (4)$$



* 为 $ka=0.1$, + 为 $ka=0.5$,
 ◦ 为 $ka=1$,

图 1 表面某点无量纲声压实部相对误差随 b/a 的变化



* 为 $ka=0.1$, + 为 $ka=0.5$,
 ◦ 为 $ka=1$,

图 2 表面某点无量纲声压虚部相对误差随 b/a 的变化

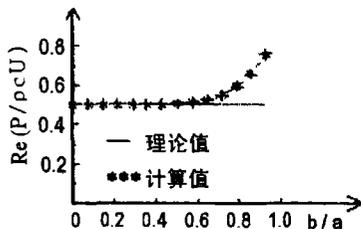


图 3 表面某点的无量纲声压实部随 b/a 的变化

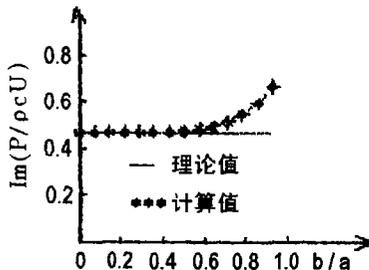


图 4 表面某点的无量纲声压虚部随 b/a 的变化

其中, j 表示虚数符号, $j^2 = -1$, ω 表示角频率, $\frac{\partial \Psi_i(x_s)}{\partial n_s}$ 表示对声源表面某点的声压外法向求导。

3 精度分析

下面通过讨论脉动球,使用点源作为独立函数,通过变换各因素,来详细求解脉动球的精度影响因素。

(1) 根据已知的声场中测量点的声压,通过上面介绍的方法,可以计算脉动球表面的表面声压。图 1 和图 2 是当 $ka=0.1, 0.5, 1, 5$ 时,源球上选择 32 个点源(径向均匀划分为 6 份,横向均匀划分为 6 份)时,测量点所在球半径为脉动球两倍时,计算的脉动球表面点 $(0, 0, a)$ 的无量纲声压相对误差随源球半径 b 与脉动球半径 a 比值的变化。从图上可以看出,在很多的无量纲频率,当点源所在球半径为脉动球半径的 $4/5$ 时,计算的精度仍然较高;

(2) 图 3 和图 4 是当 $ka=1$, 54 个点源均匀分布在一立方体表面上时, 54 个测量点均匀分布在边长等于脉动球半径两倍的立方体上时,脉动球表面点 $(0, 0, a)$ 的无量纲声压随立方体边长的一半 b 与脉动球半径 a 的比值的变化。从图上可以看出,使用点源在一立方体表面或其他形状的表面,也有可能求解这一问题。

(3) 为计算方便,可以选择表面振速均匀分布为 0.001m/s 时根据理论公式计算出来的测量点的声压作为已知值。频率为 600Hz ,源球半径选择为 $1/3$ 脉动球半径,测量点所在球半径为脉动球两倍时,表 1 是表面点数、源点数等于测量点数,它们的划分方法相同时,计算的表面点的表面振速实部最大的相对误差。可以看出,用点源数目越多,越均匀,计算结果越准确;表 2 为表面点、源点数为 32,且均匀分布,测量点变化时计算的表面点表面振速实部最大的相对误差。从中可看出计算结果的误差都很小。

4 结论

本文提出使用点源取代球谐函数作为独立函数,来推广 HELS 法,且使用这种方法对脉动球的声辐射逆问题精度情况进行了讨论,得出以下结论:

(1) 在很多的无量纲频率,有:点源越靠近球心,计算结果越准确。当点源所在球半径为脉动球半径的 $1/2$ 时,精度仍然较高;

(2) 使用点源在一立方体表面或其他形状的表面

表 1 计算的表面点表面振速实部最大的相对误差

点源数目	6				14			
点源划分	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角
	90	90	60	180	60	60	45	90
最大相对误差/%	2.7653		8.141		0.3929		0.3975	
点源数目	26				42			
点源划分	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角
	45	45	60	30	36	36	20	72
最大相对误差/%	0.0624		0.3929		0.0209		2.1074	

表 2 表面某点的表面振速实部的相对误差随测量点数目和分布的变化

测量点数目	32				38			
测量点划分	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角
	45	36	30	60	45	30	36	40
相对误差/%	0.02467		0.01831		0.02546		0.03716	
测量点数目	42				62			
测量点划分	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角	纬度间隔角	经度间隔角
	36	36	30	45	30	30	45	18
最大相对误差/%	0.03716		0.02467		0.02467		0.02547	

面上也有可能求解这一问题;

(3)用点源数目越多,越均匀,计算结果越准确;

(4)测量点数目比所使用的点源数目多,可以求得最小二乘解。且计算结果的精度与测量点的数目和分布均匀性没有明显的规律可循,不过计算结果的误差都很小。

同样地,使用点源作为独立函数求解其他形状更复杂的三维和二维声源的声辐射逆问题,也可类

似分析,得出许多有用的结论。

参考文献:

- [1] Turchin V. P., Malkevich, M. S. The use of mathematical statistics methods in the solution of incorrectly posed problems[J]. Soviet Physics Uspekhi, 1971, 13:681-703.
- [2] Zhaoxi Wang, Sean F. Wu. Helmholtz equation-least squares method for reconstructing the acoustic pressure field [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1997, 102(4): 2020-2032.

学术交流

第九届全国噪声与振动控制工程学术会议在宁召开

由中国环保产业协会噪声与振动控制委员会、中国声学学会环境声学分会等全国八大学会/协会联合举办的第九届全国噪声与振动控制工程学术会议于2002年10月28日~30日在南京举行。来自全国21个省市的大专院校、科研设计、管理、工厂企业的175名代表出席了会议,代表了118个单位。本届盛会经过三年准备,征集论文110篇,出版了论文摘要集。会上交流60余篇。程明昆、王季卿、章奎生、柳孝图诸教授围绕大会主题“噪声振动与人居环境”作了专题报告。27家公司、工厂介绍了他们的企业概况、新产品、新技术以及典型工程。香港声学学会三任主席以及其它代表共7人赴会交流。通过学术会议达到了交流技术、沟通信息、增进友谊、促进合作的目的。中科院院士张淑仪教授与会并讲了话。中科院资深院士马大猷教授因年事已高未能赴会,但马先生主编的最新大型工具书《噪声与振动控制工程手册》惠赠与会代表,人手一册。会议开得很成功,与会代表普遍反映,通过交流受益匪浅。全国噪声与振动控制工程学术会议每三年举办一次,下一届于2005年举行。

吕玉恒