

高分辨方位估计方法的稳健性研究

秦洪峰, 黄建国, 刘科伟

(西北工业大学航海工程学院, 西安 710072)

摘要: 基于特征分解理论的子空间类高分辨方位估计方法是目前阵列信号处理领域的研究重点。与波束形成法相比,子空间类法的特点为估计精度高和分辨能力强。但是这类高分辨方法对阵列模型失配十分敏感,存在阵列误差时其估计性能明显下降。文章通过仿真和实验深入研究了 MUSIC、Johnson 和 Mini-Norm 等子空间类高分辨方位估计方法的稳健性问题,分析了一定信噪比条件下阵列误差对上述三种方法估计结果的影响程度。研究结果表明,MUSIC 法和 Johnson 法的估计性能相当,而 Mini-Norm 法的稳健性明显高于 MUSIC 法和 Johnson 法,分辨能力和估计精度较好,具有良好的工程应用前景。

关键词: 方位估计; 子空间类法; 稳健性; 阵列误差

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

Robustness of high-resolution direction-of-arrival estimation algorithms

QIN Hong-feng, HUANG Jian-guo, LIU Ke-wei

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Subspace high-resolution direction-of-arrival (DOA) estimation algorithms based on eigen-decomposition theory have become a focus in array signal processing. These algorithms show good performance in resolution and precision compared to the beam-forming method. However, they are found to be very sensitive to array modeling errors. Their performances decrease drastically in the presence of array errors. In this paper, robustness of high-resolution direction-of-arrival estimation algorithms is studied with simulations and experiments. The effect of array errors on MUSIC, Johnson and mini-norm algorithms with certain signal-to-noise ratio (SNR) is analyzed. It is shown that, the performances of MUSIC and Johnson are quite similar, while mini-norm is more robust than the other two. This means that mini-norm has good performance in resolution and precision, therefore a good prospect in engineering applications.

Key words: direction-of-arrival (DOA) estimation; subspace algorithm; robustness; array errors

1 引言

在声呐、雷达、通信、海洋开发等诸多应用领域中,随着科学技术的突飞猛进,对目标方位的估计要求日益提高。传统方法在许多方面已经不能满足实际要求,迫切需要估计精度高、分辨能力强的新技术。目标方位高分辨估计方法就是在实际应用需求的背景下而发展起来的,并始终是阵列信号处理研究的热点。经过二三十年的不断探索,提出了许多新的理论和算法,而基于特征分解理论的子空间类法则一直备受重视,其中包括了一些运算量小、性能

优越的估计方法,如 MUSIC 法^[1]、Johnson 法^[2]、Mini-Norm 法^[3]等。这类方法将阵列输出的协方差矩阵的特征向量划分为信号子空间和噪声子空间,并利用两者相互正交的性质实现高分辨方位估计,突破了传统波束形成法对多目标分辨能力的限制,使估计性能得到显著提高。

在理想的数学理论模型基础上,上述子空间类法对多目标具有分辨能力强、估计精度高等优点。然而在实际应用的过程中无疑会遇到模型失配或存在系统误差的情况。许多系统误差都可以归结为阵列幅相误差,如阵元位置误差、阵元幅相误差、通道幅相误差等,这些因素对估计性能影响较大,此时高分辨方法的稳健性会急剧下降,难以发挥其自身的优势,而且上述误差无法通过增加快拍数的方法来加以抑制。有关文献针对不同误差条件下方位估计

收稿日期:2001-06-14;修回日期:2002-05-10

作者简介:秦洪峰(1969-)男,工程师,博士研究生,主要研究方向:现代信号处理理论及其应用。

方法的分辨能力和估计精度进行广泛地理论分析^[4~9]。为了分析阵列误差对高分辨方位估计方法的影响程度,从而确定其工程应用前景,本文对 MUSIC、Johnson 和 Mini-Norm 等子空间类法的稳健性问题进行了仿真和实验研究。

2 阵列模型

假设传播介质为均匀、各向同性的。接收信号为波长 λ 的窄带信号。噪声为零均值、方差 σ_n^2 的高斯白噪声,且阵元间互不相关。理想接收基阵输出的表达式为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\Theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中

$$\mathbf{A}(\Theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_D)] \quad (2)$$

称为阵列流形或方向矩阵, $\mathbf{a}(\theta_i)$ ($i=1, 2, \dots, D$) 为方向矢量, D 为目标源数目。对于阵元数 M 、等间距 Δ 的均匀线列阵而言, $\mathbf{a}(\theta_i)$ 可表示为:

$$\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{-j2\pi\Delta\sin\theta_i/\lambda}, \dots, e^{-j(M-1)2\pi\Delta\sin\theta_i/\lambda}]^T \quad (3)$$

目标信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 和加性噪声向量 $\mathbf{n}(t)$ 分别为:

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_D(t)]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T \quad (5)$$

工程应用中由于存在阵列误差,接收基阵的实际输出将成为:

$$\mathbf{x}_e(t) = \Gamma\mathbf{A}(\Theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (6)$$

其中 Γ 为误差矩阵,如果仅考虑阵列幅相误差,则

$$\Gamma = \text{diag}(\mu_1 e^{j\varphi_1}, \mu_2 e^{j\varphi_2}, \dots, \mu_M e^{j\varphi_M}) \quad (7)$$

μ_i 和 φ_i ($i=1, 2, \dots, M$) 分别代表幅度与相位误差。

3 方位估计方法原理

接收基阵实际输出的协方差矩阵表示为:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}_e(t)\mathbf{x}_e^H(t)] = \Gamma\mathbf{A}(\Theta)\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H(\Theta)\Gamma^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \quad (8)$$

式中信号的协方差矩阵为 $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$ 。

经过特征分解,若 $\mathbf{R}$ 的特征值按照非升序排列 $\xi_1 \geq \xi_2 \geq \dots \geq \xi_M$, 对应的特征向量用 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_D, \mathbf{e}_{D+1}, \dots, \mathbf{e}_M$ 表示,则

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^M \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H \quad (9)$$

$$\begin{cases} \xi_i > \sigma_n^2 & (i=1, 2, \dots, D) \\ \xi_i = \sigma_n^2 & (i=D+1, D+2, \dots, M) \end{cases} \quad (10)$$

$\mathbf{E}_s = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_D]$ 和 $\mathbf{E}_n = [\mathbf{e}_{D+1}, \mathbf{e}_{D+2}, \dots, \mathbf{e}_M]$ 分别称为信号子空间与噪声子空间,根据特征分解理论可知, $\mathbf{E}_s$ 与 $\mathbf{E}_n$ 正交,即

$$\mathbf{e}_i^H \mathbf{e}_j = 0, i=1, 2, \dots, D, j=D+1, D+2, \dots, M \quad (11)$$

MUSIC、Johnson 和 Mini-Norm 法就是利用上述正交特性而提出的,其空间角谱表达式分别为:

$$\begin{aligned} P_{\text{MUSIC}}(\theta) &= \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \mathbf{a}(\theta)} \\ &= \frac{1}{\sum_{i=D+1}^M |\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{e}_i|^2} \\ &= \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) [\mathbf{I} - \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H] \mathbf{a}(\theta)} \end{aligned} \quad (12)$$

$$P_{\text{Johnson}}(\theta) = \frac{1}{\sum_{i=D+1}^M \frac{1}{\lambda_i} |\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{e}_i|^2} \quad (13)$$

$$P_{\text{Mini-Norm}}(\theta) = \frac{1}{|\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{g}_1|^2} \quad (14)$$

式中 $\mathbf{a}(\theta)$ 为方向搜索矢量, $\mathbf{g}_1$ 的构成如下

$$\mathbf{g}_1 = [1, \mathbf{g}^T]^T, \mathbf{g} = \frac{\mathbf{V}_N \mathbf{C}^*}{\mathbf{C}^H \mathbf{C}} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{D+1} \\ \mathbf{e}_{D+2} \\ \dots \\ \mathbf{e}_M \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} e_{D+1,1} & e_{D+2,1} & \dots & e_{M,1} \\ -- & -- & -- & -- \\ e_{D+1,2} & e_{D+2,2} & \dots & e_{M,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{D+1,M} & e_{D+2,M} & \dots & e_{M,M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \\ -- \\ \mathbf{V}_N^T \end{bmatrix} \quad (16)$$

对比式(12)、式(13)可以看出,Johnson 法是在 MUSIC 法基础上经过特征值加权而成的,两者的参数估计性能应当相近。

4 仿真结果

鉴于许多误差都可归结为阵列幅相误差,因此这里仅讨论不同信噪比条件下阵列幅相误差条件对 MUSIC 法、Johnson 法和 Mini-Norm 法的影响程度。假设接收基阵采用 14 阵元的均匀线列阵,阵元间距与信号波长之比为 1/2。存在 3 个不相干、等强度目标源,真实方位分别为 -2.0° 、 1.6° 和 6.4° ,归一化夹角依次为 1/2 和 1/3。快拍数选取 500,每种情况均独立进行 200 次 Monte-Carlo 仿真。表 1 和表 2、表 3 和表 4、表 5 和表 6 所示分别为利用 MUSIC 法、Johnson 法及 Mini-Norm 法估计方位时多目标的分辨概率以及相应目标 3 的均方根误差。

表 1 MUSIC 法的分辨概率

信噪比 误差	- 10dB	- 5dB	0dB	5dB	10dB	15dB	20dB
0%	0%	10%	94%	100%	100%	100%	100%
5%	0%	4.5%	91%	100%	100%	100%	100%
10%	0%	1.5%	67.5%	80%	83.5%	84%	84.5%
15%	0%	1%	14.5%	25.5%	26.5%	28%	27.5%
20%	0%	1%	6%	6.5%	9.5%	12%	12%
25%	0%	0%	2%	2%	2%	3.5%	4%
30%	0%	0%	1%	1%	1.5%	1.5%	1.5%
35%	0%	0%	0%	0%	0.5%	0.5%	1%
40%	0%	0%	0%	0%	0%	0.5%	1%

表 2 MUSIC 法的均方根误差

信噪比 误差	- 10dB	- 5dB	0dB	5dB	10dB	15dB	20dB
0%	—	—	0.1475	0.0824	0.0411	0.0224	0.0136
5%	—	—	0.2823	0.1890	0.1480	0.1327	0.1276
10%	—	—	0.4929	0.4322	0.4013	0.4028	0.3989
15%	—	—	—	0.5119	0.4248	0.4228	0.4124
20%	—	—	—	—	—	—	—

表 3 Johnson 法的分辨概率

信噪比 误差	- 10dB	- 5dB	0dB	5dB	10dB	15dB	20dB
0%	0%	10.5%	94%	100%	100%	100%	100%
5%	0%	4.5%	90.5%	100%	100%	100%	100%
10%	0%	2%	67%	82.5%	84.5%	84.5%	85.5%
15%	0%	1.5%	14.5%	29.5%	28.5%	29%	29.5%
20%	0%	1%	6.5%	6.5%	9%	11.5%	12%
25%	0%	0%	1.5%	1.5%	2%	4.5%	4.5%
30%	0%	0%	1%	1.5%	1.5%	1.5%	1.5%
35%	0%	0%	0%	0%	0.5%	0.5%	1%
40%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%

表 4 Johnson 法的均方根误差

信噪比 误差	- 10dB	- 5dB	0dB	5dB	10dB	15dB	20dB
0%	—	—	0.1473	0.0824	0.0412	0.0224	0.0137
5%	—	—	0.2695	0.1867	0.1494	0.1345	0.1298
10%	—	—	0.4874	0.3911	0.4361	0.4278	0.4097
15%	—	—	—	0.5198	0.4508	0.4485	0.4351
20%	—	—	—	—	—	—	—

表 5 Mini-Norm 法的分辨概率

信噪比 误差	- 10dB	- 5dB	0dB	5dB	10dB	15dB	20dB
0%	9.5%	75%	99.5%	100%	100%	100%	100%
5%	8.5%	75%	99.5%	100%	100%	100%	100%
10%	8%	66%	99%	100%	100%	100%	100%
15%	7%	65.5%	98%	99%	100%	100%	100%
20%	6.5%	60.5%	93.5%	97%	98.5%	99%	99%
25%	6%	56.5%	88%	91.5%	92%	93%	93%
30%	4.5%	50.5%	78.5%	80.5%	80.5%	81%	81.5%
35%	4%	40.5%	65.5%	65.5%	67.5%	71.5%	71.5%
40%	3%	30%	50%	50.5%	50.5%	51.5%	52.5%

表 6 Mini-Norm 法的均方根误差

信噪比 误差	-10dB	-5dB	0dB	5dB	10dB	15dB	20dB
0%	—	0.4444	0.2250	0.1197	0.0615	0.0354	0.0205
5%	—	0.4504	0.2402	0.1313	0.0983	0.0800	0.0667
10%	—	0.4755	0.2470	0.1703	0.1498	0.1382	0.1351
15%	—	0.4906	0.3051	0.2594	0.2326	0.2295	0.2284
20%	—	0.4954	0.3918	0.3752	0.3323	0.3246	0.3049
25%	—	0.6001	0.4483	0.4040	0.3989	0.3972	0.3919
30%	—	0.6548	0.5135	0.4511	0.4484	0.4431	0.4191
35%	—	0.6918	0.5491	0.5331	0.5056	0.4933	0.4894
40%	—	0.7424	0.6530	0.5806	0.5332	0.5180	0.5085

5 实验结果

在实际工程应用中由于存在各种误差因素,需要通过实验进一步研究 MUSIC、Johnson 和 Mini-Norm 法的方位估计性能。实验系统结构框图如图 1 所示,其中多功能消声水池的尺寸为 $20 \times 8 \times 7\text{m}^3$,六面均装有消声材料,可实现全方位消声,能够较好地模拟海洋水下声学环境;接收基阵为 14 阵元的均匀线列阵,阵元间距 2.5cm。水下存在 3 个等强度、不相干目标源,真实方位分别为 -10.15° 、 -2.63° 和 0.43° ,归一化夹角依次约为 1 和 $1/2$,信噪比约为 25dB,估计时快拍数为 500,共进行 47 次独立实验,实验数据分析结果见表 7。

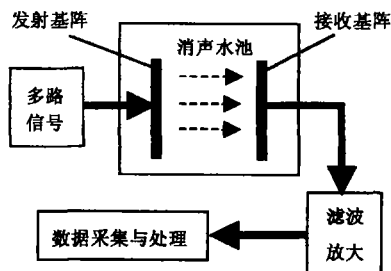


图 1 实验系统结构框图

表 7 实验数据分析结果

估计方法	目标编号	均值/ $^\circ$	均方根误差/ $^\circ$	分辨率
MUSIC	目标 1	—	—	0%
	目标 2	—	—	
	目标 3	—	—	
Johnson	目标 1	—	—	2.128%
	目标 2	—	—	
	目标 3	—	—	
Mini-Norm	目标 1	-10.822	0.672	93.617%
	目标 2	-2.445	0.193	
	目标 3	1.279	0.850	

6 结 论

通过分析 MUSIC 法、Johnson 法和 Mini-Norm 法的仿真和实验结果,可以得出如下结论:MUSIC 法和 Johnson 法的分辨率以及估计精度相当,同理论分析相同;在阵列误差条件下 Mini-Norm 法的稳健性明显强于 MUSIC 法和 Johnson 法,不仅多目标的分辨概率比另两种方法高,而且方位估计精度较好,可满足一般工程实际的要求,应用前景良好。

参考文献:

- [1] R.O.Schmit. A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation[D]. Stanford University, 1981.
- [2] D.H.Johnson. The application of spectral estimation method to bearing estimation problems[J]. Proc. IEEE, 1982, 70:1018-1028.
- [3] R.Kumaresan, D.W. Tufts. Estimation the angles of arrival of multiple plane waves [J]. IEEE Trans. AES, 1983, 19(1):134-139.
- [4] B.Friedlander. A sensitivity analysis of the MUSIC algorithm[J]. IEEE Trans. SP, 1990, 38(10):1740-1751.
- [5] F.Li, R.J. Vaccaro. Sensitivity analysis of DOA estimation algorithm to sensor error [J]. IEEE Trans. AES, 1992, 28(3):708-717.
- [6] A.L. Swindlehurst, T. Kailath. A performance analysis of subspace-Based methods in the presence of model errors, Part I: The MUSIC algorithm [J]. IEEE Trans. SP, 1992, 40(7):1758-1774.
- [7] A.J. Weiss, B.Friedlander. Effects of modeling errors on the resolution threshold of the MUSIC algorithm [J]. IEEE Trans. SP, 1994, 42(6):1519-1526.
- [8] Q.T. (Keith) Zhang. Probability of resolution of the MUSIC algorithm [J]. IEEE Trans. SP, 1995, 43(4):978-987.
- [9] P.Charge, Y.Wang, J. Saillard. A direction finding method under sensor gain and phase uncertainties [J]. Proc. IEEE ICASSP, 2000, 5:3045-3048.