文章编号:1000-3630(2003)03-0187-04

谱线比值法测量接收信号的频率

潘丽坤， 向大威
(中科院上海声学实验室,上海 200032)

摘 要:在声信号处理系统中,需要实时地测量接收信号的频率。文章利用谱线比值法测量接收信号的频率。该方法具有实时性好、结构简单、准确率高等优点。作者根据论文提出的方法进行了计算机的仿真研究,研究结果验证了这种方法的可行性。

关键词:加窗;谱线比值法;测频
中图分类号:TN911.72 **文献标识码**:A

Measuring frequency of received signal by a spectrum line ratio method

PAN Li-kun, XIANG Da-wei
(Shanghai Acoustics Laboratory, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200032, China)

Abstract: In acoustic signal processing systems, it is required to measure the frequency of the received signal in real time. This paper utilizes a spectrum line ratio method to measure the frequency of the received signal for its real-time characteristic, simple structure, and high accuracy. Computer simulation is performed and the results verify the feasibility of the method.

Key words: adding window; spectrum line ratio method; measuring the frequency of the received signal

1 引 言

本文主要介绍了一种测量接收信号频率的方法,即谱线比值法,并通过计算机的仿真研究验证了这种方法的可行性。

2 基本原理

从许多文献中我们可以知道,对信号加窗能减少谱泄漏。我们这里所介绍的谱线比值法是一种利用信号加窗后的频谱特点对信号进行精确测频的方法。下面我们首先介绍信号加窗后的频谱特点。

2.1 信号加窗后的频谱特点

设信号为 $x(n)$,窗函数为 $\omega(n)$,加窗后的信号为 $y(n)$,则 $y(n)=x(n)\omega(n)$,如果 $X(k)$是 $x(n)$的离散傅立叶变换,$W(k)$是 $\omega(n)$的离散傅立叶变换,$Y(k)$是 $\omega(n)$的离散傅立叶变换,根据离散傅立叶变换的卷积性质[1],有:

$$Y(k) = \frac{1}{N}X(k) * W(k) \tag{1}$$

其中符号 * 代表卷积运算。

为简单起见,假设信号为单频信号,对它加汉明窗后的频谱特点进行讨论。汉明窗的表示式为[2]:

$$\omega(n) = a + (1-a)\cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right)$$
$$n = -\frac{N}{2}, \wedge -1,0,1, \wedge \frac{N}{2}-1 \tag{2}$$

其中 a 是汉明窗的系数,通常取 $a=0.54$。汉明窗的谱函数为:

$$W(k) = aD(k) + \frac{1}{2}(1-a)\times [D(k-1)+D(k+1)] \tag{3}$$

其中

$$D(k) = e^{j\frac{\pi k}{N}}\frac{\sin(\pi k)}{\sin\left(\frac{\pi k}{N}\right)}$$

对于单频信号 $x(t)=e^{j2\pi f_0 t}$(其中 f_0 为信号的频率),我们将它写成离散形式:

$$x(n) = e^{j\frac{2\pi n f_0}{F_s}} = e^{j\frac{2\pi n}{N}\frac{f_0}{\Delta f}}, -\infty < n < \infty \tag{4}$$

其中 F_s 为信号的抽样频率,N 为抽样点数,$\Delta f = F_f/N$。

信号 $x(n)$的离散傅立叶变换为:

$$X(k) = N\delta\left(k - \frac{f_0}{\Delta f}\right) \tag{5}$$

将式(3)和式(5)代入式(1)中,可得:

收稿日期:2001-04-10;修回日期:2001-08-24
作者简介:潘丽坤(1974-),男,江西人,硕士研究生,研究方向:数字信号处理。

$$\begin{aligned} Y_{\text{hamming}}(k) &= \frac{1}{N}N\delta\left(k-\frac{f_0}{\Delta f}\right) * W(k) \\ &= W\left(k-\frac{f_0}{\Delta f}\right) = aD\left(k-\frac{f_0}{\Delta f}\right)+\frac{1}{2}(1-a)\times \\ &\left[D\left(k-1-\frac{f_0}{\Delta f}\right)+D\left(k+1-\frac{f_0}{\Delta f}\right)\right] \end{aligned} \tag{6}$$

我们首先讨论信号频率 f_0 是 Δf 的整数倍的情况。从式(6)我们可以看到，当信号频率 f_0 是 Δf 的整数倍时，单频信号 $x(n)$ 加汉明窗后，其频谱具有汉明窗谱 $W(k)$ 的形状，在 $f_0 \pm \Delta f$ 和 f_0 处有三根谱线，下面对此加以讨论。

对信号加汉明窗后的幅度谱，我们研究 $k = f_0/\Delta f$ 和 $k = f_0/\Delta f \pm 1$ 时的三根谱线，可以得到这三根谱线的幅度：

$$\begin{aligned} Y_{\text{hamming}}\left(\frac{f_0}{\Delta f}-1\right) &= aD(-1)+\frac{1}{2}(1-a)\times \\ &[D(-2)+D(0)] = \frac{1}{2}(1-a)N \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} Y_{\text{hamming}}\left(\frac{f_0}{\Delta f}\right) &= aD(0)+\frac{1}{2}(1-a)\times \\ &[D(-1)+D(1)] = aN \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} Y_{\text{hamming}}\left(\frac{f_0}{\Delta f}+1)\right) &= aD(1)+\frac{1}{2}(1-a)\times \\ &[D(0)+D(2)] = \frac{1}{2}(1-a)N \end{aligned} \tag{9}$$

上式的推导中利用了 $D(0)=N, D(\pm 1)=0, D(\pm 2)=0$。对式(7)～式(9)进行归一化(除以 N)就可以得到信号加汉明窗后频谱上在 $f_0 \pm \Delta f$ 和 f_0 处归一化后的谱线幅度：

$$Y_{\text{hamming}}\left(\frac{f_0}{\Delta f}-1\right)=\frac{1}{2}(1-a) \tag{10}$$

$$Y_{\text{hamming}}\left(\frac{f_0}{\Delta f}\right)=a \tag{11}$$

$$Y_{\text{hamming}}\left(\frac{f_0}{\Delta f}+1\right)=\frac{1}{2}(1-a) \tag{12}$$

由上可知当频率 f_0 是 Δf 的整数倍时，信号加汉明窗后的频谱具有三根谱线，其中中间一根谱线幅度为 a，旁边的两根谱线幅度为 $(1-a)/2$。

下面我们再讨论信号频率 f_0 不是 Δf 的整数倍的情况。当频率 f_0 不是 Δf 的整数倍时，信号加汉明窗后的频谱是由一系列的谱线组成，其中最主要的有三根谱线，它们的幅度比其它谱线的幅度要大，如图1所示(图中 $f_0=1016\text{Hz}, F_s=12800\text{Hz}, N=256, \Delta f=50\text{Hz}$)。

我们称这三根谱线中幅度最大的那一根谱线为主谱线，假设它是频谱上的第 i 根谱线，即 $k=i$，另两根谱线处于主谱线的两侧，我们称为旁谱线，它们

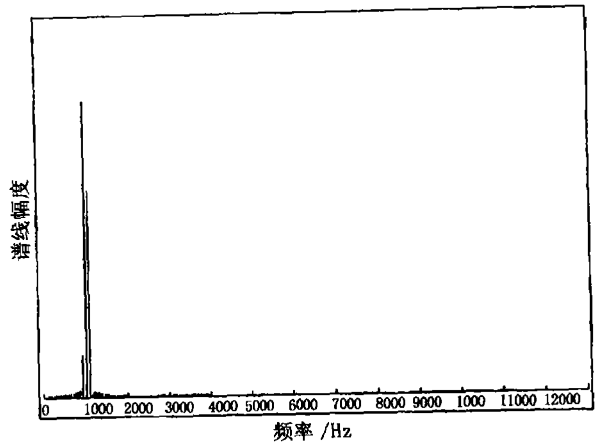

图1 信号加汉明窗后的幅度谱图

分别是频谱上的第 $i-1$ 和 $i+1$ 根谱线。

设信号频率 $f_0=(i+\Delta i)\Delta f(|\Delta i| \leqslant 0.5)$，代入式(6)中，可得：

$$\begin{aligned} Y_{\text{hamming}}(k) &= aD(k-i-\Delta i)+\frac{1}{2}(1-a)\times \\ &[D(k-1-i-\Delta i)+D(k+1-i-\Delta i)] \end{aligned} \tag{13}$$

根据式(13)，我们可以求出上面三根谱线的幅度。主谱线幅度为：

$$\begin{aligned} Y_{\text{hamming}}(i) &= aD(-\Delta i)+\frac{1}{2}(1-a)\times \\ &[D(-1-\Delta i)+D(1-\Delta i)] \end{aligned} \tag{14}$$

旁谱线幅度为：

$$\begin{aligned} Y_{\text{hamming}}(i-1) &= aD(-1-\Delta i)+\frac{1}{2}(1-a)\times \\ &[D(-2-\Delta i)+D(-\Delta i)] \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} Y_{\text{hamming}}(i+1) &= aD(1-\Delta i)+\frac{1}{2}(1-a)\times \\ &[D(-\Delta i)+D(2-\Delta i)] \end{aligned} \tag{16}$$

从式(14)、式(15)和式(16)中我们可以看出三根谱线的幅度都与 Δi 有关，由于 Δi 又和信号频率 f_0 有关，所以我们考虑利用这三根谱线的幅度求出 Δi，从而进一步求出信号频率 f_0。

2.2 谱线比值法测频的基本原理

在谱线比值法中，我们选取信号加窗后频谱上的最高谱线(主谱线)和次高谱线(最大旁谱线)，根据它们幅度的比值和信号频率的对应关系测出信号的频率。

假设最大旁谱线与主谱线的幅度比值为 R，即

$$R = \frac{\text{MAX}[|Y_{\text{hamming}}(i-1)|, |Y_{\text{hamming}}(i+1)|]}{|Y_{\text{hamming}}(i)|} \tag{17}$$

其中 MAX[·]代表取最大值。由于 R 和 Δi 存在着

对应关系,所以可以很方便地建立 R 和 Δi 的对应关系表。

表1就是一种 R 与 Δi 的对应关系表。在导出表1中的数据时,我们假设抽样频率 $Fs=12800\text{Hz}$,FFT 运算点数为 $N=256$。根据这种 R 与 Δi 的对应关系表,就可以很方便地通过 R 求出 Δi。

表1 R 与 Δi 的对应关系表

R	Δi	$\Delta i \times \Delta f$
1.000	±0.50	±25
0.968	±0.48	±24
0.936	±0.46	±23
0.906	±0.44	±22
0.877	±0.42	±21
0.848	±0.40	±20
0.821	±0.38	±19
0.794	±0.36	±18
0.768	±0.34	±17
0.743	±0.32	±16
0.719	±0.30	±15
0.695	±0.28	±14
0.672	±0.26	±13
0.650	±0.24	±12
0.628	±0.22	±11
0.607	±0.20	±10
0.587	±0.18	±9
0.567	±0.16	±8
0.547	±0.14	±7
0.529	±0.12	±6
0.510	±0.10	±5
0.492	±0.08	±4
0.475	±0.06	±3
0.458	±0.04	±2
0.442	±0.02	±1
0.426	0	0

Δi 的正负号可以通过最大旁谱线在主谱线旁的位置来判断,当最大旁谱线处于主谱线的左边,则 Δi 为负,反之,则为正。通过表1所示的对应关系表我们可以将信号频率精确到 1Hz,如果要将信号频率精确到小数点后的位数,可以采用线性内插的办法,建立更精确的 R 与 Δi 的对应关系。

综上所述,谱线比值法测频的基本原理是首先对信号加汉明窗,接着进行 FFT 运算得到它的幅度谱,计算谱图上最大旁谱线和主谱线的比值 R,然后通过 R 与 Δi 的对应关系求出 Δi,最后通过 Δi 和主谱线在谱图中的位置 i 求出信号的频率 f_0。

$$f_0 = (i + \Delta i)\Delta f \tag{18}$$

式中 Δf 由上文可知为:$\Delta f = \frac{Fs}{N}$。

3 计算机仿真结果

实际接收到的信号会受到噪声和干扰的影响,从而使其频谱上谱线的幅度出现误差,这样最大旁谱线和主谱线的比值 R 也会出现误差 dR,从而使按照 R 与 Δi 的对应关系求出 Δi 也出现了误差 $d\Delta i$,最后使信号频率的测量值出现误差 df_0。

$$df_0 = d\Delta i \times \Delta f \tag{19}$$

我们对噪声或干扰下利用谱线比值法测频进行了计算机的仿真研究。仿真时,信号为单频信号,它的频率为 1000Hz~1050Hz。噪声为零均值的高斯白噪声,它的频带为 0~5kHz。干扰为单频干扰,它与信号的频率相差 90Hz。此外,抽样频率为 12800Hz,FFT 运算点数为 256 点。

当信噪比为 14dB 时,测频精度优于 2Hz,如图 2 所示。

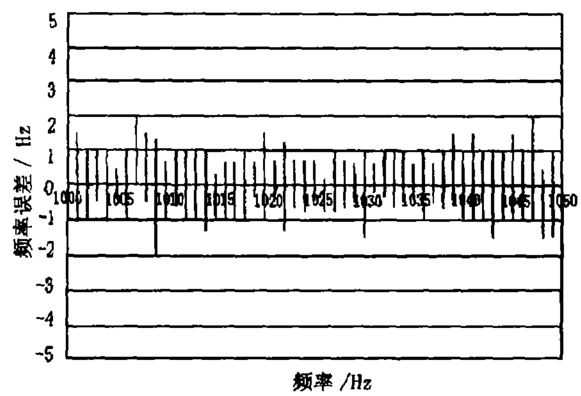

图2 信噪比为 14dB 的频率误差图

当信干比为 14dB 时,测频精度优于 4.5Hz,如图 3 所示。

表2 不同信噪比时的测频精度

信噪比/dB	频率误差/Hz
10	≤3
6	≤5
3	≤7.5
0	≤10.5

其它信噪比和信干比下的测频精度如表 2 和表 3 所示。

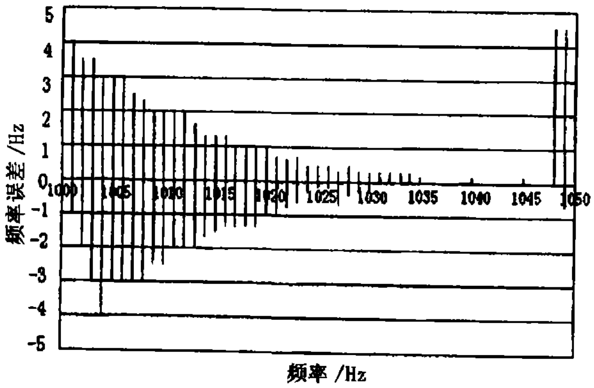

图3　信干比为14dB的频率误差图

表3　不同信干比时的测频精度

信干比/dB	频率误差/Hz
10	≤6
6	≤8.5
3	≤12
0	≤17.5

显见,在噪声和干扰背景下,利用谱线比值法测量单频信号的频率具有较高的测频精度。

在实际应用中,我们所接收到的信号往往是具有一定包络的脉冲信号,此时只要信号包络的底宽足够宽(抽样所得到的点数大于FFT运算所需要的点数),我们就可以利用谱线比值法测量信号的频率。而且通常我们取信号包络最平坦的部分进行测频,这样所得到的测频精度就接近于单频信号的测频精度。在上海声学实验室已经完成的声靶项目中,采用了谱线比值法测量具有梯形包络正弦波填充形式的水声信号频率,海上实验所得到的测频误差在几Hz左右,基本上符合上面的仿真结果,这进一步证明了谱线比值法测频的实用性。

参考文献:

[1] 张彦仲.快速傅立叶变换及沃尔什变换[M].北京:航空工业出版社,1989.42.

[2] 侯朝焕.实用FFT信号处理技术[M].北京:海洋出版社,1990.72.

(上接第181页)

参考文献:

[1] Baggenstoss P M. On detecting linear frequency-modulated waveforms in frequency and time dispersive channels: Alternatives to segmented replica correlation[J]. IEEE JOE, 1994,19(4):591-598.

[2] Friedlander B, Zeira A. Detection of broadband signals in frequency and time dispersive channel[J]. IEEE Trans. on SP, 1996,44(7):1613-1622.

[3] R. K. Young. Wavelet theory and its applications[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1993.19-32.

[4] 林茂庸,柯有安. 雷达信号理论[M]. 北京:国防工业出版社,1984.128-151.

[5] 张晓平,田立生,彭应宁. 时间尺度域的匹配滤波器与信号检测[J]. 电子学报,1996,24(6):87-91.

[6] 朱埜. 主动声纳检测信息原理[M]. 北京:海洋出版社,1990.96-103.