

# 流线型回转体外形设计综述与线型拟合

杜月中

(华中科技大学交通科学与工程学院, 武汉 430074;

闵 健, 郭宇洲

中船重工集团公司第 722 研究所, 武汉 430079)

**摘要:** 综述了流线型回转体外形设计的主要方法: (1) 具有精确数学表达式的几何组合外形曲线; (2) 用源汇法设计回转体外形曲线; (3) 用离散外形坐标型值表示的回转体线型。给出了流线型离散型值回转体线型的拟合解析表达式。这些外形设计方法与拟合解析表达式具有广泛的工程实用价值。

**关键词:** 流线型回转体; 外形设计; 拟合

中图分类号: TB53

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2004)02-0093-05

## A review and mathematical formulation of shape design of streamlined bodies of revolution

DU Yue-zhong

(School of Traffic Science & Engineering, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China)

MIN Jian, GUO Zi-zhou

(722 Marine Research Institute of China, Wuhan 43000, China)

**Abstract:** This paper reviews various shape design methods of streamlined bodies of revolution: (1) The shape-form curve is represented by exact mathematical formula; (2) The shape design is represented by a singularity distribution method; and (3) The shape profile of body of revolution is represented by a table of offset. The analytic expressions of mathematical formulation are given for streamlined bodies of revolution represented by offsets, and every one of the expressions is able to fit a given shape with a good result. These shape design methods and mathematical expressions will be used widely in practical application of engineering.

**Key words:** streamlined body of revolution; shape design; mathematical formulation; noise

## 1 引言

随着海洋探测开发和军事发展的需要, 在现代研究和开发海洋的高技术手段中, 无人水下装备具有极其重大的意义。借助这些装备, 可以进行各种海洋学要素和地理物理学参量的测量, 海底的考察与摄影, 海洋底质取样, 水下固定设施的使用维护与修理, 水下、水面和空中目标信息的收发, 以及各种特定的民用和军用用途等<sup>[1]</sup>。

目前的水下装备设计中, 流线型回转体以其几何形状简单、具有优良的流体静力动力特性而广泛应用于工程实际中。但人们仍寻求各种有效的方法来降低流线型回转体的阻力、流噪声和改善其水动力性能, 其中最有效的手段是外形设计, 因为它不需要任何附加的装置和设备, 在未来水下装备的设计中更具有吸引力。

目前, 流线型回转体的外形设计方法主要有四类: (1) 具有精确数学表达式的几何组合外形曲线; (2) 用源汇法设计回转体外形曲线; (3) 用离散外形坐标型值表示的回转体线型; (4) 对离散外形坐标型值给出的回转体进行线型拟合。

## 2 具有精确数学表达式的几何组合外形曲线

### 2.1 纵剖面为两个半椭圆的流线型回转体

其纵剖面在最大横剖面前后均是半椭圆,为了减小压差阻力,尾部尖端沿切线延长。于是,浮体前后体的曲线方程分别为<sup>[1]</sup>:

$$y = \pm \frac{D_0}{2L_{E(R)}} \sqrt{L_{E(R)}^2 - x^2} \quad (1)$$

则回转体的排水体积  $\nabla$  及浮心横坐标  $x_c$  为:

$$\begin{cases} \nabla = \frac{\pi D_0^2 L_0}{6} \\ x_c = \frac{3}{8}(L_E - L_R) \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $D_0$  为最大横剖面直径,  $L_E$  为进流段长度,  $L_R$  为去流段长度,  $L_0 = L_E + L_R$  为总长。

### 2.2 纵剖面为半椭圆+抛物线的流线型回转体

纵剖面进流段是一半椭圆,曲线方程为:

$$y = \pm \frac{D_0}{2L_E} \sqrt{L_E^2 - x^2} \quad (3)$$

去流段是一抛物线,曲线方程为<sup>[1]</sup>:

$$y = \pm \frac{D_0}{2} \left(1 - \frac{x^2}{L_R^2}\right) \quad (4)$$

通常选取  $L_R = \sqrt{2}L_E$ , 则回转体的排水体积  $\nabla$  及浮心横坐标  $x_c$  为:

$$\begin{cases} \nabla = \pi D_0^2 \left(\frac{L_E}{6} + \frac{2L_R}{15}\right) \\ x_c = \frac{15L_E^2 - 10L_R^2}{40L_E + 32L_R} \end{cases} \quad (5)$$

式中,各个符号的意义同前。

### 2.3 纵剖面为半椭圆+圆弧的流线型回转体

进流段是半椭圆,去流段是一段圆弧。去流段的曲线方程为<sup>[1]</sup>:

$$y = \frac{D_0}{2} - \left[R - \sqrt{R^2 - x^2}\right] \quad (6)$$

式中,  $R = (4L_R^2 + D_0^2) / 4D_0$  为圆弧半径,则回转体的排水体积  $\nabla$  为:

$$\begin{cases} \nabla = \nabla_E + \nabla_R \\ \nabla_E = \frac{\pi D_0^2 L_E}{6} \\ \nabla_R = \pi L_R \left[ \frac{D_0^2}{4} - RD_0 + 2R^2 - \frac{L_R^2}{3} + (D_0 - 2R) \left( \frac{\sqrt{R^2 - L_R^2}}{2} + \frac{R^2}{2L_R} \sin^{-1} \frac{L_R}{R} \right) \right] \end{cases} \quad (7)$$

回转体的体积矩  $M$  为:

$$\begin{cases} M = M_E + M_R \\ M_E = \frac{\pi}{16} D_0^2 L_E^2 \\ M_R = -\pi \left[ \frac{L_R^2}{2} \left( \frac{D_0^2}{4} - RD_0 + 2R^2 - \frac{L_R^2}{2} \right) + \frac{R^3}{3} (D_0 - 2R) \left( 1 - \left( 1 - \frac{L_R^2}{R^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right) \right] \end{cases} \quad (8)$$

浮心横坐标  $x_c$  为:

$$x_c = \frac{M}{\nabla} \quad (9)$$

### 2.4 卡克斯流线型回转体

卡克斯法的曲线表达式是由一个椭圆方程和一个具有一定斜率的直线方程相乘而得<sup>[2]</sup>:

$$y = k(x - a(2 + m)) \cdot \frac{b}{a} \sqrt{2ax - x^2} \quad (10)$$

式中,  $a, b$  分别为椭圆的长短半轴,  $k$  为直线的斜率,  $m$  为特定常数。

设定进流段长为  $a_1$ , 最大直径为  $D$ , 当  $x = a_1$  时,  $y = D/2$ , 浮体长度  $L = 2a$ , 代入式(10)得:

$$\begin{cases} y = \frac{[x - \frac{L}{2}(2 + m)] \sqrt{Lx - x^2}}{[a_1 - \frac{L}{2}(2 + m)] \sqrt{La_1 - a_1^2}} \cdot \frac{D}{2} \\ m = \frac{10La_1 - 8a_1^2 - 2L^2}{L^2 - 2La_1} \end{cases} \quad (11)$$

### 2.5 按奇点法设计的流线型回转体

$$y(x) = 1 - (1 - x)^2 [1 + x(1.6744x^2 - 1.9576x - 0.276)] \quad (12)$$

或

$$\begin{aligned} Y(x)^2 = & 1 + 0.218034(1 - x) - 0.740726(1 - x)^2 + \\ & 0.865355(1 - x)^3 - 0.747727(1 - x)^4 - \\ & 1.6633101(1 - x)^5 + 0.469344(1 - x)^6 + \\ & 0.549721(1 - x)^7 + 0.019110(1 - x)^8 \end{aligned} \quad (13)$$

### 2.6 按参函数逼近法设计的流线型回转体

$$y(x) = 1 - (1 - x)^2 [1 + xp(x)] \quad (14)$$

$p(x)$  为参函数, 是一多项式待定函数<sup>[2]</sup>:

$$p(x) = \frac{y^n - 2x + x^2}{x(1 - x)^2} \quad (15)$$

式中,  $n = 1$  对应于圆锥头回转体;  $n = 2$  对应于平头回转体;  $n = 3$  对应于圆头回转体。

Akron 飞船的外形曲线(如图1)就是用参函数逼近法设计的流线型回转体。

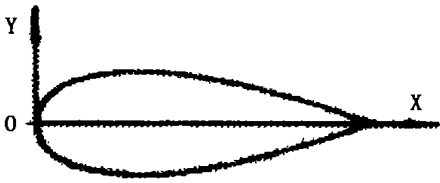


图 1 Akron 飞船外形曲线

2.7 Nystrom 的流线型回转体

Nystrom 早在 1868 年即提出用 1/4 可以调整指数的椭圆及一段可调整指数的抛物线来描述流线型(又称水滴型)回转体母线线型的公式,首、尾部型值由下式决定,式中物理量的定义参见文献[3]。

$$\begin{cases} y_F = b[1 - (\frac{X_F}{L_F})^{n_f}]^{1/n_f} \\ y_A = b[1 - (\frac{X_A}{L_A})^{n_a}] \end{cases} \quad (16)$$

2.8 CB/Z 237-87 流线型回转体

该流线型回转体由中船重工集团公司第七二研究所得。

设  $(X, R)$  为回转体线型的绝对值,而  $x = X/L, r = R/L$  为相对无量纲型值,则水滴型回转体线型可由下式表示,式中物理量的含义参见文献[4]。

$$\begin{cases} R = F(X; L, D, L_p, V_{nh}, e, R_0, K) \\ r = f(x, L_{PE}, L_{ED}, C_{pe}, m, s, r_0, K) \end{cases} \quad (17)$$

2.9 格兰韦尔流线型圆头回转体<sup>[5]</sup>

(1) 双参数平方多项式圆头回转体

$$\left. \begin{aligned} y^2 &= f(x) = r_0 R(x) + k_{s1} K_{s1}(x) + Q(x) \\ R(x) &= 2x(x-1)^4 \\ K_{s1}(x) &= \frac{1}{3}x^2(x-1)^3 \\ Q(x) &= 1 - (x-1)^4(4x+1) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中  $r_0$  为数学线型在  $x=0$  处的曲率半径;  $k_{s1}$  为数学线型在  $x=1$  处的曲率变化率。

(2) 双参数平方根多项式圆头回转体

$$\left. \begin{aligned} y &= \sqrt{2r_0 R(x) + k_{s1} K_{s1}(x) + Q(x)} \quad (0 \leq x \leq 1) \\ R(x) &= \sqrt{x} + \frac{x}{16}(5x^3 - 21x^2 + 35x - 35) \\ K_{s1}(s) &= \frac{1}{6}x(x-1)^3 \\ Q(x) &= 1 - (x-1)^4 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

3 用源汇法设计回转体外形曲线

源汇法用均匀流和适当分布的源汇流迭加综合而形成的闭合流线面来代表回转体。这种方法既可以直接得出回转体外形曲线的坐标,同时也可求出流动的流函数,从而方便地求出沿回转体表面的速度和压力分布<sup>[6]</sup>。

考察一对等强度的点源、点汇与均匀流迭加。设点源、点汇分别布置于  $x$  轴上的  $(-a, 0)$  与  $(a, 0)$  两点,则迭加流动的流函数为<sup>[2]</sup>:

$$= \frac{1}{2} V_0 r^2 - \frac{Q}{4} \left[ \frac{x+a}{\sqrt{(x+a)^2 + r^2}} - \frac{x-a}{\sqrt{(x-a)^2 + r^2}} \right] \quad (20)$$

流场速度分布为:

$$\left. \begin{aligned} V_x &= V_0 + \frac{Q}{4} \left[ \frac{x+a}{((x+a)^2 + r^2)^{3/2}} - \frac{1}{((x-a)^2 + r^2)^{3/2}} \right] \\ V_r &= \frac{Qr}{4} \left[ \frac{1}{((x+a)^2 + r^2)^{3/2}} - \frac{1}{((x-a)^2 + r^2)^{3/2}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中,  $V_0$  为均匀流速度,  $Q$  为源汇强度,  $x$  为横坐标,  $r$  为任意点处的回转体半径。

一对源汇与均匀流迭加,会产生前后两个驻点,形成一条过驻点的封闭流线。令  $\psi = 0$  即得到一个有限长度的回转体外形。当源汇之间的距离趋于 0 (即偶极子)时,就变成绕圆球体的流动,球半径  $R = \sqrt[3]{m/2 V_0}$  ( $m$  为偶极子强度)。

进一步探讨可知:

(1) 利用源、汇、偶极子与均匀流迭加,可以得到流线型回转体线型。

(2) 当源汇总强度  $Q$  不为 0 时,生成半无限长回转体线型,线型方程为  $(x, r) = Q/4$ 。

(3) 当源汇总强度  $Q$  为 0 时,生成有限长度流线型回转体线型,所以  $Q=0$  是获得封闭物面的必要条件。线型方程为  $(x, r) = 0$ 。

(4) 源汇与均匀流迭加生成的回转体线型几何形状,与源汇强度及均匀流速度的比值  $Q/V_0$  有关。当多个源汇参与迭加时,与源汇的分布有关。因此,可以把它作为控制量,以达到生成所需回转体线型的目的。

表 1  $= L/D = 4.1$ 

$X/D_0$	0.00	0.10	0.25	0.40	0.65	0.80	1.00	1.20	1.45	2.00	2.60	3.20	4.10
$Y/D_0$	0.00	0.19	0.29	0.36	0.43	0.46	0.48	0.49	0.50	0.48	0.41	0.30	0.08

表 2  $= L_0/D_0 = 4.375$ 

$X/D_0$	0.0	0.125	0.250	0.500	0.750	1.000	1.250	1.500	1.750	2.000
$Y/D_0$	0.0	0.219	0.305	0.402	0.457	0.488	0.500	0.496	0.488	0.465
$X/D_0$	2.250	2.500	2.750	3.000	3.250	3.500	3.750	4.000	4.250	4.375
$Y/D_0$	0.440	0.408	0.372	0.328	0.277	0.230	0.181	0.131	0.081	0.055

表 3  $= L_0/D_0 = 5.5$ 

$X/D_0$	0.0	0.200	0.400	0.600	0.800	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000	5.500
$Y/D_0$	0.0	0.257	0.365	0.417	0.455	0.475	0.500	0.495	0.472	0.431	0.375	0.307	0.230	0.150	0.058

表 4  $= L/D = 6.0$ 

$X/D_0$	0.0	0.200	0.400	0.600	0.800	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000	5.500	6.000
$Y/D_0$	0.0	0.285	0.368	0.421	0.457	0.480	0.500	0.498	0.476	0.440	0.388	0.329	0.258	0.187	0.114	0.032

(5) 少数源汇与均匀流迭加,生成的回转体外形变化范围较小。因此,只有以某种形式连续分布的源汇,如线分布或面分布,与均匀流迭加,才能生成适用于工程应用的回转体线型。

## 4 用离散外形坐标型值表示的流线型回转体

前苏联对水下拖曳系统作了大量的研究且工作卓有成效,提出不少流线型回转体的设计参数与阻力估算资料,对回转体的设计具有重要参考价值。

如图 2 所示的流线型回转体,其细长比  $= L/D = 4.1, 4.375, 5.5, 6.0$  的外形坐标型值分别在表 1~ 表 4 中给出。

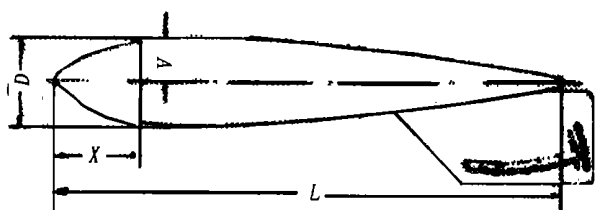


图 2 流线型回转体

## 5 噪声与外形设计

噪声有多种分类方法,水下回转体的噪声源也是多方面的,本文仅就与回转体外形直接相关的噪声作些简单介绍。

### (1) 空泡噪声

空泡噪声是水下物体在流场中产生空泡现象后,因空泡的脉动及其破灭而产生的一种宽带噪声,

通常用空泡数 来描述,要求其小于某个临界值。

根据回转体模型空泡噪声的水洞实验,当发生空泡现象时,物体的水动力噪声剧增 15dB 以上,可见,空泡造成的噪声之大,在实际的回转体外形设计中是要绝对避免的。

是否发生空泡,主要依赖于流场中的最小压力,而最小压力又主要依赖于回转体的外形。

### (2) 边界层噪声

在不发生空泡的情况下,边界层噪声便成为水下回转体的流体动力噪声源。边界层噪声主要是由于边界层的转捩、湍流边界层及边界层分离区内流动的不稳定性及脉动性造成的。它包括两部分:流噪声的直接辐射;流噪声诱发回转体的壳体振动声辐射。

为了降低水下回转体的自噪声,延长层流边界层的长度,推后边界层转捩点便成为其外形设计的主要目标。

### (3) 表面粗糙度噪声

表面粗糙度噪声是指由于物体表面的粗糙度而引起的流体动力噪声。实验表明,随着表面粗糙度的增加,噪声谱级随之增加。在来流速度不变的情况下,谱级的增加主要向低频延伸;随着来流速度的增加,噪声谱级也随之增加,且谱级的增加向高频延伸,频率越高,谱级增加越大。在外形设计中应尽可能做到表面水动力光滑。

### (4) 表面不连续噪声

在回转体的连接环与壳体的连接处,各种开孔边缘与壳体的交接处,机械装置接口处等,或因缝隙,或因表面不平整等,都会破坏表面的连续性,从

而产生噪声。表面不连续产生噪声的机理与粗糙度类似。在外形设计中应尽量避免开孔或接缝等,不得已时应采取措施加以光滑过渡。

### (5) 减小流动分离的外形

一般来说,不产生流动分离或旋涡的回转体去流段长度  $L_R = 4.08 \sqrt{A}$  ( $A$  为回转体最大横剖面积),或去流角小于  $12^\circ$ ,同时还应注意使尾端面的直径尽量减小。当然,这些要求不仅自身有时可能是相互矛盾的,而且还与回转体的主尺度及排水体积要求相矛盾,设计中予以综合分析,权衡轻重,以求得矛盾的最后统一。

## 6 离散型值回转体线型拟合

离散型值回转体线型拟合是指利用已知的、流体动力性能优良的离散型值回转体线型的型值点坐标,获得回转体外形线型近似解析表达式的过程与方法。回转体线型的拟合,选择什么类型的解析表达式和应用何种拟合方法,都关系到拟合精度、过程以及表达式的简繁,同时要满足端点几何边界条件的要求。本文分别选用四次五项和四次八项的多项式表达式,采用 Matlab 方法,对本文表 1~ 表 4 中给出的流线型回转体的离散型值点坐标进行线型拟合,拟合后的解析表达式如式 (22) ~ 式 (29) 所示。

**6.1  $= L/D = 4.1$  (表 1 型值) 的拟合解析表达式**  
令  $t = x/D_0$ ,  $D_0$  为回转体的最大直径(下同)。

### (1) 四次五项式

$$y = D_0 [0.62980147 \sqrt{t} - 0.06606498t - 0.09781447t^2 + 0.0169256t^3 - 0.00158218t^4] \quad (22)$$

### (2) 四次八项式

$$y = D_0 [0.00445946t^4 - 0.04684357t^3 + 0.12582355t^2 + 1.14796166t - 41.84280763\sqrt{t} + 196.48753155\sqrt[3]{t} - 293.70411557\sqrt[4]{t} + 138.30792513\sqrt[5]{t}] \quad (23)$$

**6.2  $= 4.375$  (表 2 型值) 的拟合解析表达式**

### (1) 四次五项式(相当好)

$$y = D_0 [0.67222155\sqrt{t} - 0.10909076t] - 0.08765024t^2 + 0.01171574t^3 - 0.00048471t^4 \quad (24)$$

### (2) 四次八项式

$$y = D_0 [0.00429723t^4 - 0.06193676t^3 + 0.4867128t^2 - 7.36578578t + 96.83377049\sqrt{t} - 375.51866401\sqrt[3]{t} + 523.49153134\sqrt[4]{t} - 237.38279227\sqrt[5]{t}] \quad (25)$$

**6.3  $= 5.5$  (表 3 型值) 的拟合解析表达式**

### (1) 四次五项式

$$y = D_0 [0.67456\sqrt{t} - 0.15534t - 0.0505t^2 + 0.00845t^3 - 0.0006t^4] \quad (26)$$

### (2) 四次八项式(相当好)

$$y = D_0 [-0.0007t^4 + 0.0181t^3 - 0.2295t^2 + 3.5331t - 49.2272\sqrt{t} + 184.2938\sqrt[3]{t} - 245.4541\sqrt[4]{t} + 107.5417\sqrt[5]{t}] \quad (27)$$

**6.4  $= 6.0$  (表 4 型值) 的拟合解析表达式**

### (1) 四次五项式

$$y = D_0 [0.76719455\sqrt{t} - 0.2887987t + 0.00056876t^2 - 0.00158854t^3 + 0.00016133t^4] \quad (28)$$

### (2) 四次八项式

$$y = D_0 [-0.00193544t^4 + 0.05171778t^3 - 0.71293247t^2 + 15.57312685t - 275.34099544\sqrt{t} + 1175.12190605\sqrt[3]{t} - 1708.12579545\sqrt[4]{t} + 793.91290898\sqrt[5]{t}] \quad (29)$$

## 7 结束语

流线型回转体在海洋探测开发和军事需要的发展中具有极其重要的意义,用途越来越广,型式越来越多,外形设计越来越受到重视。本文归纳的回转体线型设计方法对水下装备的设计具有重要的应用价值,本文所提出的流线型离散回转体线型拟合解析表达式具有很高的精度,完全能满足工程实用的需要。与回转体外形直接相关的噪声在文中作了介绍。此外,本文给出的各种流线型回转体的线型设计方法也适用于有平行中体的潜水器,如潜艇、水雷、鱼雷、浮标、深潜器等,只是在最大横剖面处分开再插入所需要的平行中体即可。

### 参 考 文 献

[1] 叶果洛夫 BH 著,俞骥,戈华等译. 水下拖曳系统[M].

(下转第 101 页)

表 1 不同位置混响时间  $T_{60}$  测试结果

(ms)

测试位置 / m	125Hz	250Hz	500Hz	1kHz	2kHz	4kHz	8kHz
(3.03, 3.09, 1.54)	184	266	252	225	242	250	250
(3.03, 3.09, 2.03)	252	244	277	234	227	244	225
(5.16, 4.56, 2.03)	170	195	252	240	262	240	227
(5.16, 4.56, 1.54)	170	232	250	230	244	260	236
(5.22, 1.58, 1.54)	176	313	275	213	248	244	232
(5.22, 1.58, 2.03)	172	227	232	238	254	258	236

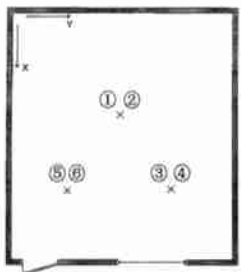


图 5 测试位置示意图

测量仪器: 音频分析仪 HP3569A。

测试方法和结果: 在房间内如图 5 所示的 3 个位置, 每个位置的两个不同高度处进行混响时间的测量, 实测混响时间如表 1 和图 6 所示。

6 个位置的混响时间随频率变化的规律如图 6 所示, 频率值为: 125Hz、250Hz、500Hz、1kHz、2kHz、4kHz、8kHz。图中低频区的衰减时间得到了有效控制, 而且不同位置的混响时间表现出相似的特性, 这表明房间中声场分布较均匀。

## 4 结束语

本文探讨了小房间内低频区特征模式衰减和混响时间的关系, 考察了不同模式的自由程不同引起

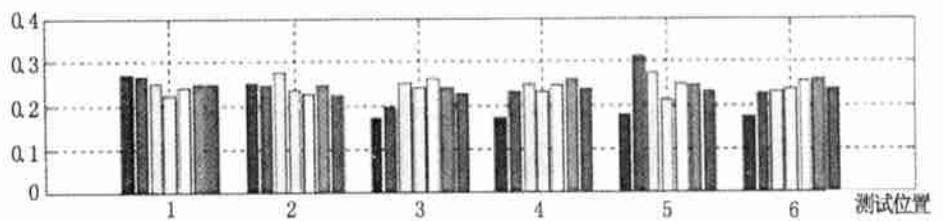


图 6 6 个位置实测混响时间曲线

的混响时间起伏问题。结合华艺录音室的设计, 首先计算了需要重点处理的频段范围和特定的频率点, 并有针对性地设计了散射和吸声结构, 有效抑制了低频特征模式。测量结果表明我们的设计实现了平坦的混响时间曲线和安静的声学环境。

## 参 考 文 献

- [1] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础(第二版)[M]. 南京: 南京大学出版社, 2001. 418-428.
- [2] Angus J A S. The effect of diffusers on frequency dependent room mode decay[R]. Presented at the 107<sup>th</sup> AES Convention. 1999. 9.
- [3] 孙广荣, 吴启学. 环境声学基础[M]. 南京: 南京大学出版社, 1995. 66-69.

(上接第 97 页)

北京: 海洋出版社, 1988. 176-197.

- [2] 张宇文主编. 鱼雷外形设计[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998. 371-321.
- [3] 朱继懋主编. 潜水器设计[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1992. 114-116.
- [4] 七二研究所编制. 北京: CB/Z 237-87 标准[S], 1987.

- [5] Granville P S. Geometrical characteristics of streamlined shapes[J]. Journal of Ship Research, 1969, 13(4): 12-20.
- [6] 宋保维, 李福新. 回转体最小阻力外形优化设计[J]. 水动力学研究与进展, 1994, 9(5): 23-28.
- [7] 刘钰. 回转体外形的一个数学表示法[J]. 中国造船, 1982, 76(1): 1-10.