

# 导纳矩阵元素统计分布特性的研究

苏建新, 张会占

(汕头大学物理系, 汕头 515063)

**摘要:** 导纳矩阵是描述结构噪声源的常用基本参量之一, 研究导纳矩阵元素之间的统计分布特性有助于结构声源的简化描述。对两个不同风机导纳矩阵元素的统计分布特性进行了分析研究, 结果表明, 矩阵元素的大小具有近似服从对数正态分布的特性, 这为导纳矩阵的实际应用提供了一种有效的简化分析工具。

**关键词:** 导纳; 对数正态分布; 估计量

中图分类号: O429 文献标识码: A 文章编号: 1000-3630(2005)02-0121-04

## Study of statistical distribution for mobility matrix element

SU Jian-xin ZHANG Hui-zhan

(Department of Physics, Shantou University, Shantou 515063, China)

**Abstract:** The mobility matrix is one of usual physics parameter to characterize structure-borne sound sources. Studying the statistical distribution of the mobility matrix element has good benefit to simplify characterization of structure-borne sound sources. Two typical fan has been studied and the results of the work has shown that the mobility matrix element have a log10normal magnitude distribution. It provides a simplified analysis tool to be of practical use of mobility matrix.

**Key words:** mobility; log10normal distribution; estimate

## 1 引 言

“源-路径-观察点”的思想成功地用于处理空气噪声中的各个环节。然而在许多场合, 尤其是在现代高层建筑中, 结构噪声的问题往往比空气噪声问题表现更为严重, 仅治理空气噪声已没有太大意义, 而研究和治理结构噪声已经成为更为重要的任务。

和空气噪声相比, 结构噪声的治理问题更为复杂。一直以来人们常把结构噪声的治理问题放在“路径”的被动处理上, 由于传播途径的复杂性, 这种处理效果通常远没有象处理空气噪声那样来的有效。近年来, 国外的许多研究人员把焦点集中到了“结构

声源”上。

一个凸显要解决的问题, 是究竟机器的哪些物理量在影响着环境或某个感兴趣“接受点”的喧闹, 亦即用哪些物理量描述结构噪声源。“导纳矩阵理论”虽然在理论上能准确地回答这个问题, 然而由于它涉及到的元素之多, 使得实际应用时受到极大的限制, 因此, 如何来简化它成为人们关心的问题, 国际标准化组织也建立工作小组(ISO TC 43 SC 1/WG 22)专门负责处理结构噪声声源的“描述”标准化问题。进而带动了研究工作的展开, 各种方法应运而生, 诸如有效导纳方法<sup>[1]</sup>、“极子”概念<sup>[2,3]</sup>及“特征功率”物理量的引入<sup>[4]</sup>等等。无论哪类方法, 都可归纳为基于导纳矩阵和自由速度来重新构造新的物理量, 以达到简化的目的。要获得一种在描述上足够简单实用, 而在准确性上比其它的简化描述绝对的“好”几乎是难以办到的。但从统计的角度来看, 是可以比较一种描述比另一种描述是否更好。为了能从统计的角度达到“比较”的目的,

收稿日期: 2004-06-14; 修回日期: 2004-09-10

基金项目: 汕头大学博士启动基金项目

作者简介: 苏建新(1960-), 男, 浙江金华人, 博士, 主要从事结构噪声领域的研究工作。

源的导纳矩阵元素的分布特性研究就成了一个关键的环节。1999年 R.A.Fulford<sup>[5]</sup>等人在研究矩阵元素相位关系方面有了一些结果,认为矩阵元素大小的分布,是满足对数正态分布。对于这种矩阵元素大小满足对数正态分布的观点,R.A.Fulford 等是以一个理想薄板上随机选取  $n$  个点为例,通过薄板理论获得点导纳和传递导纳(共可获得  $N=n(n+1)/2$  个独立元素),用这些元素(大约用了一千个元素)画出分布函数图。从图上看,矩阵元素的大小能非常好的满足对数正态分布。但是,那里没有给出一个实际的机器作为例子来强有力的说明他们的结论。

本文通过对典型风机的测量,采纳实验物理学中基于正态分布的两种估计方差方法,比较两者之间的差别,结果表明“对数正态分布”的观点能与本文所提供的风机很好的吻合。

## 2 实验的设置

实验的对象是两种典型的风机。图 1 画出了两种风机的简图,风机的待安装点都是四个。按照图 2 的设置进行导纳矩阵元素的测量。风机是用橡皮筋悬挂起来的(图 2 中没有画出这部分),橡皮筋柔软程度通常要求满足橡皮筋与整个风机构成的“弹簧-质量”系统的共振频率远远低于声频范围,本文的该值大约是 3Hz~5Hz。实验所用的 FFT 分析仪是 ONSOKKI CF350,力传感器、加速度传感器及电荷放大器均是 B&K 的产品。把  $i$  点激励的力信号和  $j$  点处的速度响应信号送入 FFT 分析仪(当  $i=j$  时,测得点导纳,而  $i \neq j$  时,测得传递导纳。速度响应通常都采纳测量加速度响应再乘以  $j\omega$  获得)。频率段上划分成 400 条窄带。

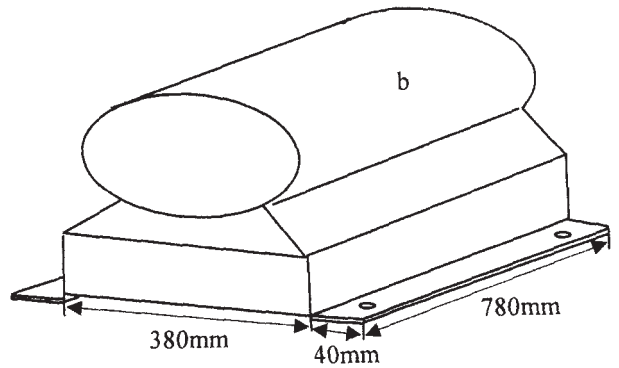


图 1 风机简图 (a) 风机 1 (b) 风机 2

Fig.1 Fan sketch (a) Fan 1 (b) Fan2

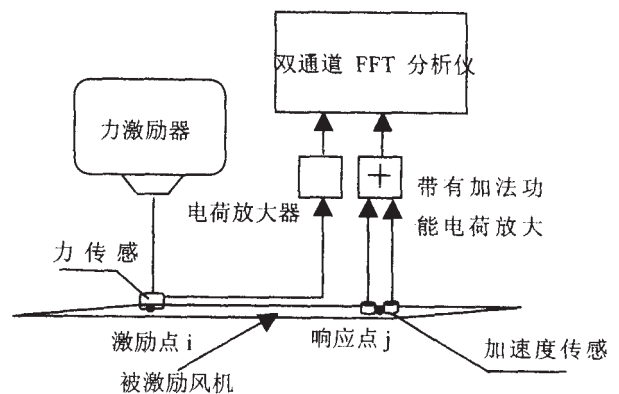


图 2 导纳测量实验装置示意图

Fig.2 Measurement set up for mobility

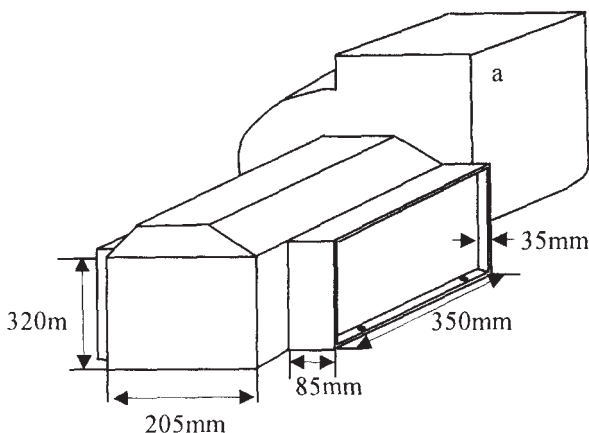
## 3 实验数据的分析

实际的机器大多是四个安装点,本文所用的机器也是有四个安装点,且暂考虑机器在安装点的振动以与安装地板面垂直的振动为主(这种情况是被经常考虑的),这样导纳矩阵是一个  $4 \times 4$  的矩阵。考虑到互易性矩阵是对称的,即有 10 个元素是独立的。如果象 R.A.Fulford 等那样用画分布函数图来评判“对数正态分布”假设是否符合实际会有明显的缺陷。首先,这里只有 10 个元素,数据较少,其次,每个频率段都对应一个图,这实在不现实。这里我们采纳物理实验中经常采纳的近似处理的方法。

在物理实验中,由于存在随机误差,测量的物理量不是一个确定的值,而且常被认为是满足正态分布的随机量。通常以下列公式

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{N}} \quad (1)$$

(或  $\hat{\sigma}_x$  的 2 倍)来反映测量的精度。而  $\sigma_x$  由其样本



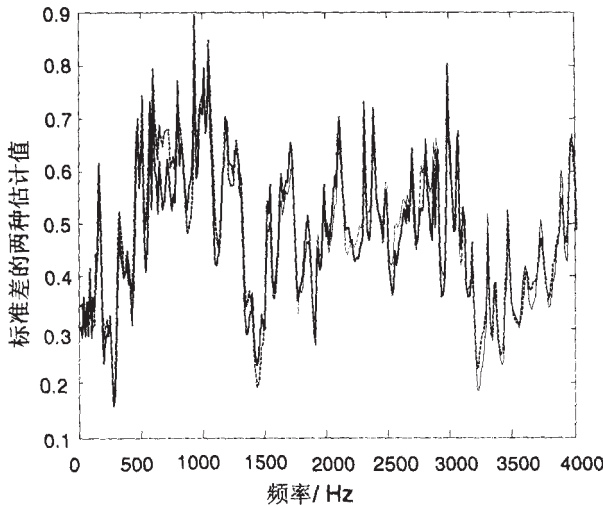
的无偏估计量  $\hat{\sigma}_x$  来代替,  $\hat{\sigma}_x$  由下式定出

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2}{N - 1}} \quad (2)$$

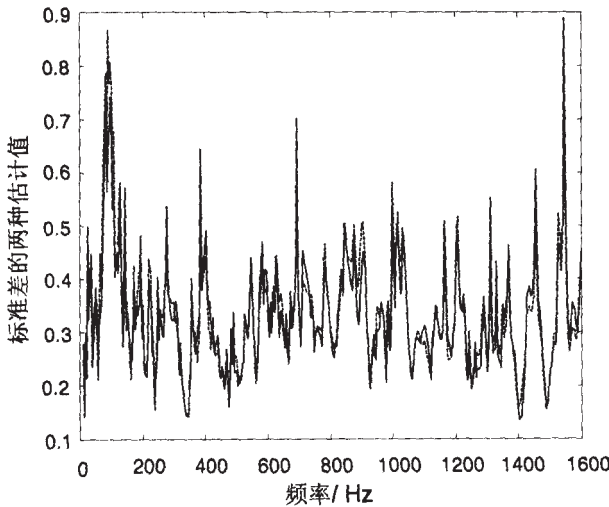
但是对于比较小的  $N$  值, 可用下列更简单的公式

$$\hat{\sigma}_x' = \frac{1}{d_N} (x_{\max} - x_{\min}) \quad (3)$$

作为  $\sigma_x$  的估计量。这里  $1/d_N$  的值可用一些简单近似式算得, 本文采用文献[6]即物理实验中经常采纳的  $1/\sqrt{N}$  ( $N < 30$ ) 来近似代替  $1/d_N$ 。采纳式(3)替代式(2)是以随机量满足正态分布为前提。反过来, 如果式(2)计算的值和式(3)计算值比较接近, 就可以把这样的分布看作近似正态分布。



(a) 风机 1 Fan 1

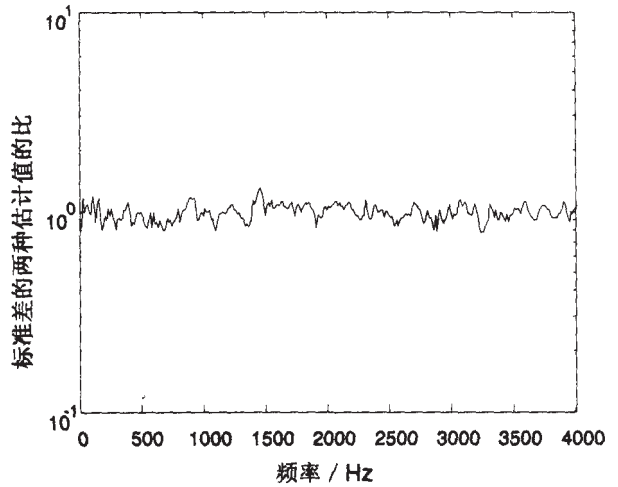


(b) 风机 2 Fan 2

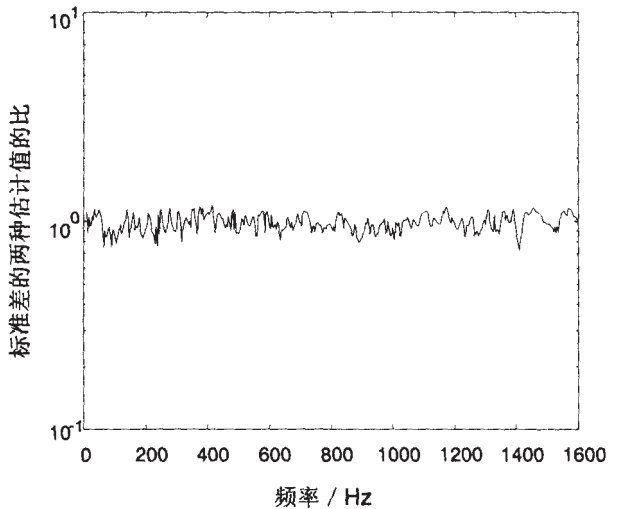
图 3 基于公式(2)算得的  $\hat{\sigma}_x$ (实线)和公式(3)算得  $\hat{\sigma}_x'$ (虚线)

Fig.3  $\hat{\sigma}_x$  by using equation (2) (solid line) and  $\hat{\sigma}_x'$  by using equation (3) (dashed line)

现在把测量值的大小取以 10 为底的对数, 即  $X = \log_{10} |M|$ , 用公式(2)和(3)算得  $\hat{\sigma}_x$  和  $\hat{\sigma}_x'$  (因为  $X_{\max} - X_{\min} = \log_{10} |M|_{\max} / |M|_{\min}$ , 所以  $\hat{\sigma}_x'$  是无量纲量, 同样  $\hat{\sigma}_x$  也是无量纲量)。图 3 画出  $\hat{\sigma}_x$  和  $\hat{\sigma}_x'$  随频率变化的值, 它们在测量的频率范围内非常的靠近。图 4 是  $\hat{\sigma}_x$  与  $\hat{\sigma}_x'$  的比值。从图中可判定  $X$  能近似地满足正态分布, 或认为导纳矩阵元素的大小近似服从对数正态分布。



(a) 风机 1 Fan 1



(b) 风机 2 Fan 2

图 4  $\hat{\sigma}_x$  与  $\hat{\sigma}_x'$  的比值

Fig.4 Ratio of  $\hat{\sigma}_x$  and  $\hat{\sigma}_x'$

## 4 结语和讨论

本文从实验的角度对导纳矩阵元素的大小分布进行研究。结果表明, 对于实际的机器, 导纳矩阵元素的大小分布能很好地满足对数正态分布。此结果

有助于结构声源的简化描述的研究。作者将会在后续的文章中陈述。

值得一提的是即便一个严格服从正态分布的随机量,用公式(2)和(3)计算得到的 $\hat{\sigma}_x$ 和 $\hat{\sigma}_x'$ 也是有区别的,这是因为它们本身都是估计值。

虽然本文只是考虑振动方向是一维的情况,但处理方法同样可以推广到三维的情况,不过这时对四个点而言,导纳矩阵是一个 $12 \times 12$ 的矩阵,考虑到互易性矩阵是对称的,即有78个元素是独立的。因此公式(3)也不能直接使用,而先要进行分组,关于这方面的细节可参见文献[7]。

### 参 考 文 献

- [1] Petersson BAT, Plunt J. On effective mobilities in the prediction of structure-borne sound transmission between a source structure and a receiving structure. Part1: theoretical background and basic experimental studies[J]. J Sound and Vib, 1982, **82**(4):531-540.
- [2] Pinnington RJ, Pearce DCR. Multipole expansion of the

vibration transmission between a source and a receiver [J]. J. Sound and Vib.,1990,**142**(3):461-479.

- [3] Pinnington R.J. Fulford RA, Terry M. The use of polar mobilities for predicting the coupled response of machine mounting systems[C]. Inter-Noise96, 1996.1587-1592.
- [4] Moorhouse AT. On the Characteristic power of structure-borne sound source [J]. J Sound and Vib, 2001, **248**(3):441-459.
- [5] Fulford RA., Gibbs BM. Structure-borne sound power and source characterisation in multi-point connected systems. Part 3: Force ratio estimates [J]. J Sound and Vib, 1999, **225**(2):239-282.
- [6] Squires GL. Practical Physics [M].Cambridge University, 1985.1-50.
- [7] 浙江大学数学系高等数学教研室编. 概率论与数理统计. 高等教育出版社,1979. 228-256.
- Advanced Mathematics Unit Department of Mathematics Zhejiang University, Probability Theory and Mathematical Statistics [M]. Higher Education Press ,1979. 228-256.

(上接第97页)

### 参 考 文 献

- [1] Sung-Hwan Ko, Brigham G A, Butler J L. Multimode spherical hydrophone [J]. J Acoust Soc Am, 1974, **56**(6): 1890-1898.
- [2] 毛卫宁. 平面障板对多模水听器测向性能的影响[J]. 声学技术, 2001, **20**(增刊): 180-182.
- MAO Weining. The effect of acoustic scattering from plane baffle on direction-finding of the multimode hydrophone [J]. Technical Acoustics, 2001, **20**(suppl.): 180-182.
- [3] Waterman PC. New formulation of acoustic scattering [J]. J Acoust Soc Am, 1969, **45**(4): 1417-1429.
- [4] 范军, 汤渭霖. 声呐目标强度(TS)计算的板块元方法[J]. 声学技术, 1999, **18**(增刊): 31-32.
- FAN Jun, TANG Weilin. The planar element method for computing target strength(TS) of sonar [J]. Technical Acoustics, 1999, **18**(suppl.): 31-32.
- [5] 沈杰罗夫著, 何祚镛, 赵晋英译. 水声学波动问题[M]. 北京: 国防工业出版社, 1981. 12-56.
- N3 II aTEπbcTBO, translated by He zuo-yony and Zhao

ji ying. The Underwater Acoustic Wave [M]. Beijing: National Defense and Technology Press, 1981. 12-56.

- [6] 李建鲁, 范军, 汤渭霖. 水下简单形状目标回声的近远场过渡特性[J]. 上海交通大学学报, 2001, **35**(12):1846-1850.
- LI Jianlu, FAN Jun, TANG Weilin. Transition from near field to far field of echoes from underwater target with simple shape [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2001, **35**(12):1846-1850.
- [7] 范军, 李建鲁, 刘涛, 汤渭霖. 水下复杂形状目标回声的过渡特性[J]. 上海交通大学学报, 2002, **36**(2): 161-164.
- FAN Jun, LI Jianlu, LIU Tao, TANG Weilin. Transition Characteristics of echoes from complex shape underwater target [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2002, **36**(2):161-164.
- [8] 何祚镛, 赵玉芳. 声学理论基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 1981.50-85.
- HE Zuoyong, ZHAO Yufang. Foundation of Acoustic Theory [M]. Beijing: National Defense and Technology Press, 1981. 50-85.