

引入广义归一化函数带概念研究结构声源的描述

苏建新

(汕头大学物理系, 汕头 515063)

摘要: 导纳矩阵方法完整精确描述结构声源, 但因包含过多元素缺乏实用性。通过引入广义归一化函数带的概念, 提出把完整描述结构声源的大量物理量收缩为一对物理量来对声源简化描述。并利用计算机构造虚拟结构的方法获得与平方总力、两种特征功率对应的三条广义归一化函数带。结果表明在源导纳远大于支撑结构导纳的场合平方总力描述声源好过用特征功率和平均点导纳大小一对量描述声源, 而在源导纳与支撑结构导纳可比拟的场合, 用特征功率和平均点导纳大小这对量远好过平方总力和平均点导纳大小这对量描述声源。工程上可按照精度上的不同要求, 对照广义归一化功率带的宽度, 做出接受或放弃这种简化方式。

关键词: 源描述; 归一化函数; 带宽

中图分类号: O422.8 O429

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2006)-04-0365-06

Characterization of structure-borne sound sources based on the concept of general normalized function band

SU Jian-xin

(Department of Physics, Shantou University, Shantou 515063, China)

Abstract: Mobility method provides a complete and mathematically rigorous way for characterizing structure-borne sound sources, but lacks convenience as it contains too many elements. In this paper, a concept of general normalized function band is proposed, with which a large number of physical parameters for full characterization of structure-borne sound sources are collapsed into two physical parameters. By building a virtual construction, three general normalized function bands corresponding to total square force and two kinds of characteristic power are obtained. When source mobility is greater than that of supporting structure, using total square force is better, while in matched cases using total square force and mean magnitude of source point mobility is poorer. Referring to the width of general normalized function band, decision can be made on accepting or declining the pair physics parameter to simplify characterization of structure-borne sound sources according to the accuracy requirement.

Key words: source characterization; normalized function; width of band

1 引 言

随着高层建筑的兴建, 大批屋宇辅助设备的安装与使用, 一方面提高了人们的居住质量, 但同时严

重的噪声污染也伴随而来。

一个运行的机器通常既是一个空气噪声源又是一个结构噪声源。源的“声功率”成功的被用来描述空气声源。利用该物理量来比较声源、预测噪声污染程度以及确定噪声治理方法等问题。和空气噪声相比, 结构噪声源的描述问题极为复杂。

在理论上源在待安装点的自由速度矢量和导纳矩阵是对结构噪声源的完整准确的描述, 然而由于

基金项目: 广东省自然科学基金博士科研启动基金资助项目(05300-906)。

作者简介: 苏建新(1960-), 男, 浙江金华人, 博士, 主要从事结构噪声领域的研究工作。

这种方法涉及到的物理参数实在太多,缺乏实用性。因此,简化描述结构声源的工作非常迫切^[1]。机器透过安装点进入到支撑结构的总功率反映结构噪声的强度已被普遍接受的观点^[2-3]。以此为基础,寻找简化描述结构声源的方式和预测声总辐射功率的方法成了人们的兴趣点所在^[4-5]。

对于楼宇设备工程领域,机器的导纳通常会比安装基础的导纳大得多,以此为基础作者给出了一个简化描述的方法^[6],然而在许多场合,即便是在楼宇设备工程领域,机器的导纳与安装基础的导纳也可出现相比拟的情况,本文引入广义归一化函数带就简化描述结构声源的问题作进一步的研究。

2 广义归一化函数带

首先考虑一个最简单的单点单维的例子。设源和支撑结构在连接点处的点导纳分别为 Y_S 和 Y_{R0} 引入量 γ , 其定义为

$$\gamma = Y_R / Y_S = |e^{i\phi}| \quad (1)$$

ϕ 代表 Y_R 和 Y_S 的相位差。则进入到支撑结构的功率 P 可表示为

$$P = \frac{\text{Re}(Y_R)}{|Y_R|^2} \frac{|1|^2}{|1+\gamma|^2} |V_{fs}|^2 \quad (2)$$

这里 $V_{fs} = V_{fs}/\sqrt{2}$, V_{fs} 代表自由速度(谱),“Re”代表取实部。功率 P 还可写成以下形式:

$$P = \text{Re}(Y_R) \frac{1}{|1+\gamma|^2} |F_{sb}|^2 \quad (3)$$

$$P = \frac{\text{Re}(Y_R)}{|Y_R|} \frac{|1|^2}{|1+\gamma|^2} |V_{fs}| |F_{sb}| \quad (4)$$

上式 $F_{sb} = F_{sb}/\sqrt{2}$, F_{sb} 代表阻塞力(谱)。公式(2), (3), (4)可以统一写成下列形式。

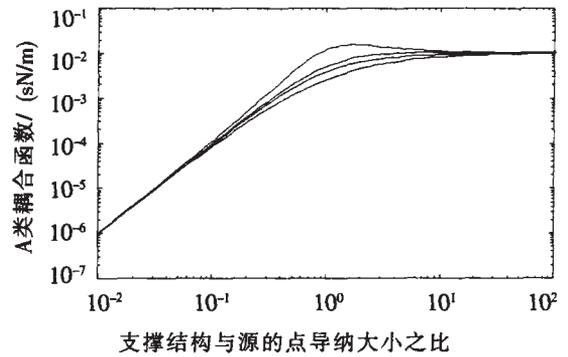
$$P = S_y C_y \quad (5)$$

S_y 称为广义源描述符函数, C_y 称为广义耦合函数, 广义源描述符函数和对应广义耦合函数, 可有多种选择形式。对于公式(2), (3), (4) 广义源描述符函数分别选择了自由速度的均方值, 阻塞力均方值和自由速度的均方根与阻塞力均方根之积。为方便我们分别把上述三个广义源描述符函数分别称为“ A 类源描述符函数”, “ B 类源描述符函数”和“ C 类源描述符函数”, 并分别记为 S_{yCV} , S_{yCF} , $S_{yC\sqrt{}}\sqrt{}$ 对应的广义耦合函数分别称为“ A 类耦合函数”, “ B 类耦合函数”和“ C 类耦合函数”并分别记为 C_{yCV} , C_{yCF} , $C_{yC\sqrt{}}\sqrt{}$ 它们分别表示为

$$C_{yCV} = \frac{\text{Re}(Y_R)}{|Y_R|^2} \frac{|1|^2}{|1+\gamma|^2} \quad (6)$$

$$C_{yCF} = \text{Re}(Y_R) \frac{1}{|1+\gamma|^2} \quad (7)$$

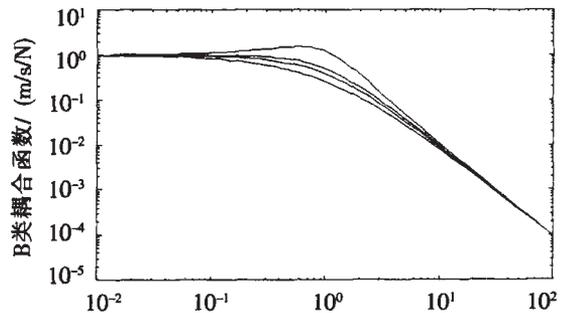
$$C_{yC\sqrt{}}\sqrt{=} = \frac{\text{Re}(Y_R)}{|Y_R|} \frac{|1|^2}{|1+\gamma|^2} \quad (8)$$



(a) 自由速度的均方值作为源描述符函数。

Mean square of free velocity as description function

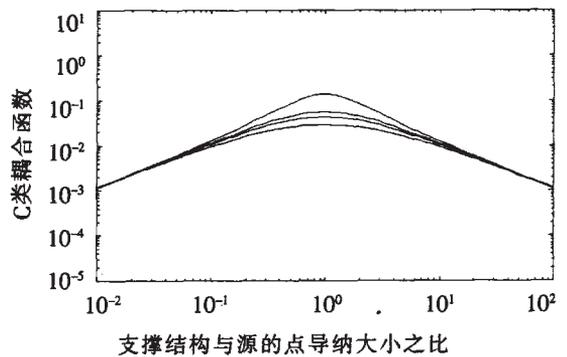
$\text{Re}(Y_R)/|Y_R|^2=0.01$ (sN/m)



(b) 阻塞力均方值作为源描述符函数。

Mean square of block force as description function

$\text{Re}(Y_R)=1$ (m/s/N)



(c) 自由速度均方根与阻塞力均方根之积作为源描述符函数。

Product of the rms free velocity and the rms block force as source description function. $Y_R/|Y_R|=0.1$

图1 广义耦合函数随 $|\gamma|$ 的变化。四条线从上向下分别对应 $\phi=0.7\pi, 0.5\pi, 0.4\pi, 0.1\pi$ 。

Fig.1 General coupling function against $|\gamma|$. from top to bottom curve $\phi=0.7\pi, 0.5\pi, 0.4\pi, 0.1\pi$

如果我们确定一个支撑结构, 变更源, 以 $| |$ 为横坐标, 广义耦合函数为纵坐标. 便可得到图 1. 图 1(a), 1(b), 1(c) 分别与式(6), (7), (8) 相对应.

图 1 象一条带, 从“带”中可直观获取重要信息, 例如, 图 1(b), 当 $\ll 1$ 时, 带很窄, 而且很平, 这表明 C_{gCF} 可以很好的近似为一个只与支撑结构相联系的函数 $f(R)$ (事实上 $C_{gCF} = \text{Re}(Y_R)$, 见公式(7)). 也就是说, 进入到支撑结构的功率辐射可以近似为 $P = f(R) S_{gCF}$. 由于公式里只有 S_{gCF} 涉及到声源, 因此仅用 S_{gCF} 描述声源就够了. 而在 $\gg 1$ 的区域, 带很窄, 但不平坦. 这表示 C_{gCF} 可以表示成 $C_{gCF} = F(R, | |) = f(R, |Y_{sj}|)$, 或 $P = f(R, |Y_{sj}|) S_{gCF}$, 因此可用 $|Y_{sj}|$ 和 S_{gCF} 一对量来描述声源. 在中间区域由于这条带不是很窄, 也不是很平整, 因此, 用近似式 $C_{gCF} = f(R, |Y_{sj}|)$ 的近似程度没有前面那样好, 但如果支撑结构的某些信息已知, 例如 $\phi_R = 1/6$, 那么 $|\phi| = 2/3$, 在这种情况下, 带的宽度不超过 6dB, 对于给定的支撑结构, 预测功率有 $\pm 3\text{dB}$ 的这样不确定性可以忍受, 那么用 $|Y_{sj}|$ 和 S_{gCF} 就可以描述声源, 而不必再提供 Y_S 的相位. 如果 $\pm 3\text{dB}$ 这样不确定性不能忍受, 那么用 $|Y_{sj}|$ 和 S_{gCF} 描述声源是不够的, 而要求再提供 Y_S 的相位. 上述引入“带”的思想为多点的结构声源简化描述的研究带来了帮助.

对于多点的情况, 进入到支撑结构的功率 P 可写为.

$$P = [V_{sj}]^{-T} \{ ([Y_R] + [Y_{sj}]^{-1T} \text{Re}[Y_R]) ([Y_R] + [Y_{sj}])^{-1} \} [V_{sj}] \quad (9)$$

这里 $[V_{sj}] = [V_{sj}] / \sqrt{2}$, $[V_{sj}]$ 代表自由速度向量(谱), $[Y_R]$, $[Y_{sj}]$ 分别代表源和支撑结构在连接点处的导纳矩阵, 上标“-1”, “*”, “T”分别代表对矩阵“求逆”, “复共轭”和“转置”. 和单点相类似, 式(9)可以改写为

$$P = S_g C_{gf} \quad (10)$$

S_g 称为源特征函数, C_{gf} 称为广义归一化函数, 它代表单位源特征函数馈给支撑结构的功率. 同样和单点相类似, 上述源特征函数和相应广义归一化函数可有多种选择形式, 如源特征函数选为平方总力(定义为各点阻塞力均方值之和), 记为 S_{gCF} , 即

$$S_{gCF} = \sum |F_{sj}|^2 \quad (11)$$

相应的广义归一化函数记为 C_{gCF} , 并称为平方总力归一化函数, 它可表示为

$$C_{gCF} = \sum \zeta_i \tau_i^2 / \sum \lambda_i x_i^2 \quad (12)$$

上式 ζ_i 是公式(9) 大括号里那项的特征值, 而 λ_i 代表 $[Y_{sj}]^{-1T} [Y_{sj}]^{-1}$ 的特征值. τ_i 是 $[]$ 的第 i 个元素, $[]$ 是与特征值 ζ_i 对应的归一化特征向量构成的正交矩阵与归一化速度向量 $[V_{sj}] / \|V_{sj}\|$ 的乘积, x_i 与 τ_i 有类似意义. 源特征函数也可选为“一类特征功率”, 记为 S_{gCP1} , 或“二类特征功率”, 记为 S_{gCP2} , 它们分别定义为

$$S_{gCP1} = | [V_{sj}]^T [F_{sj}] | \quad (13)$$

$$S_{gCP2} = \sqrt{ \sum |F_{sj}|^2 \sum |V_{sj}|^2 } \quad (14)$$

相应的广义归一化函数记为 C_{gCP1} 和 C_{gCP2} , 并分别称为“一类特征功率归一化函数”和“二类特征功率归一化函数”它可分别表示为

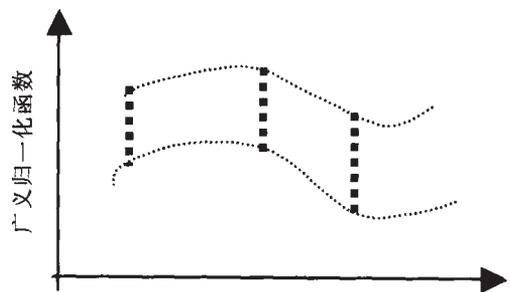
$$C_{gCP1} = \sum \zeta_i \tau_i^2 / (\sum \eta_i y_i^2 + \sum \zeta_i z_i^2) \quad (15)$$

$$C_{gCP2} = \sum \zeta_i \tau_i^2 / \sqrt{ \sum \lambda_i x_i^2 } \quad (16)$$

η_i, ζ_i 分别代表 $\text{Re}([Y_{sj}]^{-1})$ 和 $\text{Im}([Y_{sj}]^{-1})$ 的特征值, 而 x_i, y_i 与上述 τ_i 有类似的意义. 和单点相类似我们引入一个量 $| |$, 它被定义为

$$= |Y_{R,ii}| / |Y_{S,ii}| \quad (17)$$

$|Y_{S,ii}|, |Y_{R,ii}|$ 分别代表支撑结构和源点导纳大小的平均值. 对于给定的一个支撑结构(导纳矩阵确定), 具有同样 $|Y_{S,ii}|$ (对应于同一个 $| |$) 的不同机器对应不同的广义归一化函数值, 或说 C_g 有一个不确定范围, 如以 $| |$ 为横坐标, 以广义归一化函数为纵坐标. 就可以得到一条象图 2 那样的带状图形. 称这条带为“广义归一化函数带”.



支持结构和源的点导纳大小的平均值之比

图 2 广义归一化函数带示意图

Fig.2 Sketch map for general normalised function band

如果所选特征函数使得这条带很窄, 那么数学上一定存在一个很好的近似公式 $P = f(R, |Y_{S,ii}|) S_g$, 其中 R 是与支撑结构有关的物理量. 也就是说用源

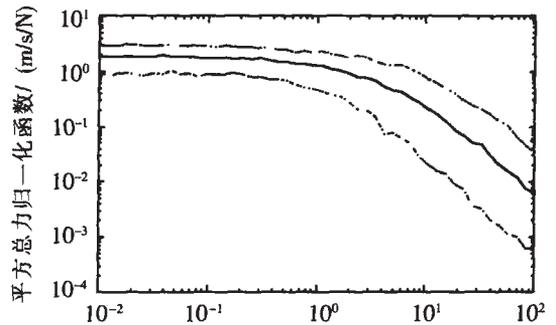
点导纳大小的平均值和该特征函数是对结构噪声源的一个很好的描述。特征函数的选择形式可有多种多样的, $| |$ 也可有不同的形式, 而需要关心的问题不只是 $| |$ 和特征函数形式, 更重要的是与之相应的这条带的特性和功率 $P f(R, |Y_{Sii}|) S_g$ 的具体近似表达式。本文接下来的工作是讨论如何获得这条带。

3 广义归一化函数带的构造

一种获得广义归一化函数带的做法是, 给定一个支撑结构(确定一个导纳矩阵)选择大量的不同机器, 按 $|Y_{Sii}|$ 的大小把它们分成许多组, 每一组仍包含大量的机器(同一组机器具有同一个 $|Y_{Sii}|$ 的值, 但它们的导纳矩阵和自由速度是不一样的), 根据特征函数选择的形式, 一一计算不同机器对应的广义归一化函数值, 这样可得到广义归一化函数带。原则上这也许是可以实现的, 但实际上是难以做到的。这里引进一种计算机构造法。这种方法是先选定一个支撑结构导纳矩阵(确定一个矩阵), 然后构造许多矩阵和列向量, 作为虚拟机器在安装点的导纳矩阵和自由速度。构造的一些原则可参见文献^[7]。对于给定的一个支撑结构导纳矩阵(该导纳矩阵也采纳计算机构造法得到), 本文选择了 100 组有四个安装点虚拟机器(同一组有相同的 $|Y_{Sii}|$ 值), 这 100 组对应的 $| |$ 范围是 $10^{-3} \sim 10^1$ 。每一组包含 401 个虚拟机器。当然, 每一组包含越多的虚拟机器, 带的宽度就会越宽(在样本 N 达到 100 以上, 带的宽度大约以 $2lg(N/100)$ (dB) 增加, 但当 N 达到 2000 以上时带宽增加速度会放慢。值得一提的是在特殊情况下, 特别当样本数量非常大的情况下可能会遇到奇特的“机器”, 它的广义归一化函数值很大或很小, 而这种“机器”实际上根本遇不到的或难遇到的。计算的结果表明只要每一组包含的虚拟机器足够多(N 达到 100 以上), 把广义归一化函数值处于顶部的 2.5% 和处于低部的 2.5% 的那些“机器”排除出去。而留下的 95% 的“机器”, 那么得到的广义归一化函数带的宽度是“稳定”的, 也许把这样得到的带称为“具有 95% 置信度广义耦合函数带”更合适。当然也可有“具有 70% 置信度广义归一化函数带”等等。今后, 没有特别说明, 广义归一化功率带都指“具有 95% 置信度广义归一化函数带”。

图 3(a), (b), (c) 给出了某个“支撑结构”, 相应

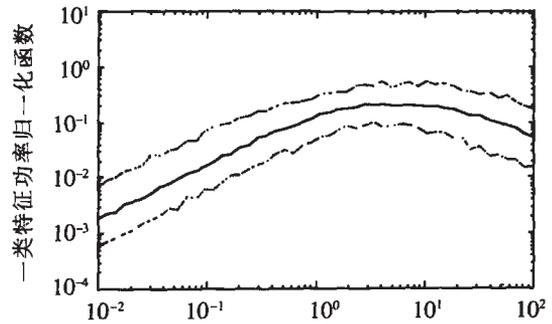
特征函数选平方总力, 一类特征功率和二类特征功率的广义归一化函数带。因为研究中更关心的是“带”的宽度, 因此, 除了广义归一化函数处于正中间的那个“中值”外, 处于中间的其他值没有画出。



支撑结构和源点导纳大小的平均值之比

(a) 平方总力作为源特征函数

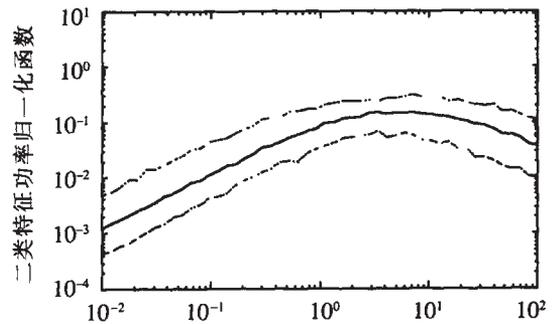
The total square force as characteristics function



支撑结构和源点导纳大小的平均值之比

(b) 一类特征功率作为源特征函数

First kind of characteristics power as characteristics function



支撑结构和源点导纳大小的平均值之比

(c) 二类特征功率作为源特征函数

Second kind of characteristics power as characteristics function

图 3 广义归一化函数带。支撑结构状态量为 10.3 dB

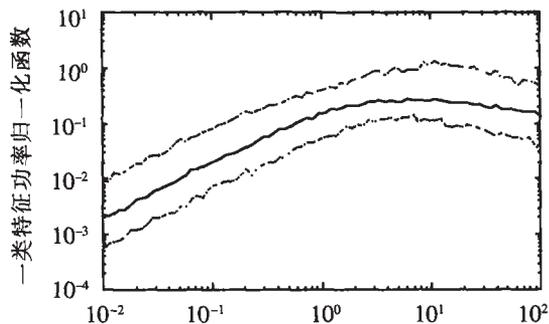
Fig.3 General normalized function band.

The condition number $d=10.3$ dB

整个图区一类特征功率和二类特征功率对应的带宽和形状都很接近。在 $| | < 0.1$ 的区域, 平方总力

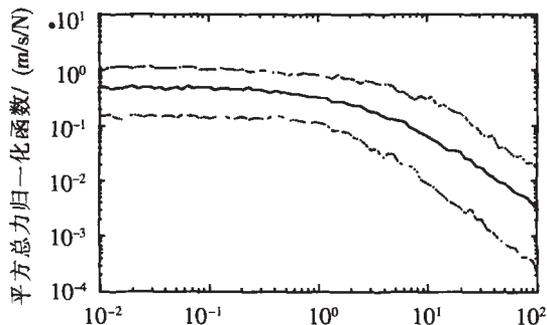
对应的带很平坦,这表明在该区域广义归一化函数对 $||$ 不灵敏,也就是说,用平方总力和源点导纳大小的平均值描述声源并不会比用单个平方总力描述声源带来更好的效果。另外注意到在该区域平方总力对应的带比一类特征功率和二类特征功率"对应的带更窄,且后者是倾斜的,这意味着在该区域用平方总力单个量描述声源比用一类特征功率(或二类特征功率)和源点导纳大小的平均值一对量描述声源更好。而在 $0.2 < || < 10$ 区,两者都不平坦,但特征功率对应的带比平方总力对应的带更窄。因此,用平方总力和源点导纳大小的平均值描述声源没有用特征功率(一类或二类)和源点导纳大小的平均值描述声源更好。

图 4 是选用另一个支撑结构导纳矩阵获得的与图 3(a), (b) 对应的带。与图 3(c) 对应的带没画出。但它的带宽和形状和图 4(b) 仍很接近。和图 3 相比两者相似,但图 4 对应的带稍宽一点。研究结果表明,后一个支撑结构矩阵的状态量更大(状态量定义 $d = 10 \log_{10}(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}})$ dB。 σ_{\max} , σ_{\min} 分别代表支撑结构矩阵实部的最大特征值和实最小特征值)。图 3, 图 4 的状态量分别为 10.3dB 和 20.4dB。作者用一些具有状态量更大的支撑结构导纳矩阵,获得相应三条带。结果表明它们和图 3(或图 4) 形状仍相似。只是比起图 4 带更宽一些。不过带宽随着状态量增加而增加的现象,主要表现在小 $||$ 区。随着 $||$ 的增加,带宽随着状态量增加而增加的现象不明显。对于状态量 30dB 以下的支撑结构在小 $||$ 区,平方总力对应带宽难超过 12dB,一类特征功率,和二类特征功率对应带宽难超过 14dB,而在 $||=1$ 附近,一类特征功率和二类特征功率对应带宽大约受限于 10dB,但平方总力对应带宽将达到 15dB~20dB。



(a) 平方总力作为源特征函数

The total square force as characteristics function



支撑结构和源点导纳大小的平均值之比

(b) 一类特征功率作为源特征函数

First kind of characteristics power as characteristics function

图 4 广义归一化函数带。支撑结构状态量为 20.4dB

Fig.4 General normalized function band. The condition number $d=20.3$

4 结 论

(1) 完整描述结构噪声源包含大量的物理量,缺乏实用性。本文引入广义归一化函数带的思想将过多的物理量缩成一对量,透过这一对量和“广义归一化函数带”的图形帮助,对结构噪声源的总体行为有比较直观的认识。

(2) 在机器导纳远大于支撑结构导纳的情况下,用平方总力描述声源比用特征功率(一类或二类)和源点导纳大小的平均值一对量描述声源更好。而在机器导纳和支撑结构导纳可比拟的条件下,用平方总力和源点导纳大小的平均值描述声源没有用一类特征功率和源点导纳大小的平均值或二类特征功率和源点导纳大小的平均值描述声源更好。

(3) 对于小的支撑结构状态量($d < 10$ dB),平方总力对应带宽在小 $||$ 区大约是 $3d/5$ (dB),对于大的支撑结构状态量($d > 25$ dB),实际上不是常遇到,平方总力对应带宽在小 $||$ 区大约是 $2d/5$ (dB)而在小 $||$ 区,一类特征功率和二类特征功率对应带宽随着支撑结构状态量的不同略有不同,大约 10dB~14dB。在机器导纳和支撑结构导纳可比拟区,平方总力对应带宽随着 $||$ 的增加而增加,可达到 20dB。一类特征功率和二类特征功率对应带宽大约 10dB。

(4) 我们还注意到图 4 和图 5,“带”的高低位置是不同的,这是不难理解的,因为广义归一化函数包含了支撑结构的导纳参数,特别重要的是支撑结构导纳矩阵的实部,它反映了支撑结构吸收功率的能力。

(5) 本文用计算机构造方法获得“广义归一化函数带”, 构造法考虑矩阵元素的大小满足对数正态分布, 对于其它分布特点作者也作了一点研究。得出的带宽和形状和本文上述的结果基本一致。一些差别有待进一步的研究。即便是某些复杂的分布可能得出的带宽和形状和本文上述的结果有大的差别, 也不会影响本文上述结论的实际应用, 因为按照先前的一些研究结论^[8-9], “对数正态分布”的特性能很好和实际相吻合。

致谢: 本文工作得到教育部留学回国人员科研启动基金的资助, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Kihlman T. Urgent need for structure-borne sound source data[C]. *Inter-Noise 78*, 1978: 343-347.
- [2] L JI, Mace BR, Pinnington R J. A power mode approach to estimating vibrational power transmitted by multiple sources[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 265(2): 387-399.
- [3] Dai J, Lai JCS, Williamson HM, Li YJ. Investigation of vibration power transmission over a rectangular excitation area using effective point mobility[J]. *Journal of Sound and Vibration* 1999, 225(5): 831-844.
- [4] Petersson BAT, Gibbs BM, Towards a structure-borne sound source characterization. *Applied Acoustics*, 2000, 61(3): 325-343.
- [5] Moorhouse AT. On the characteristic power of structure-borne sound sources[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 248(3): 441-459.
- [6] 苏建新. 楼宇设备工程中的结构声源的简化描述[J]. *噪声与振动控制*, 2005, 25(2): 23-25.
SU Jianxin. Simplified characterization of structure-borne sound sources for building servers engineering[J]. *Noise and vibration control*, 2005, 25(2): 23-25.
- [7] 苏建新, 马顺良. 楼宇设备工程中结构声功率预测的平均特征值法[J]. *声学技术* 2006 2006 25(2): 126-130.
SU Jianxin, MA Shunliang. Mean eigenvalue method for prediction of structure-borne sound power emission in building servers engineering[J]. *Technical Acoustics*, 2006, 25(2): 126-130.
- [8] Fulford R A, Gibbs B M. Structure-borne sound power and source characterisation in multi-point connected systems. Part 3: Force ratio estimates[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 225(2): 239-282.
- [9] 苏建新, 张会占. 导纳矩阵元素统计分布特性的研究[J]. *声学技术*, 2005, 24(2): 121-124.
SU Jianxin, ZHANG Huizhan. Study of Statistical Distribution for Mobility Matrix Element[J]. *Technical Acoustics*, 2005, 24(2): 121-124.