

阻性负载超声变幅杆振动特性研究

姚文苇^{1,2}, 林书玉¹

(1. 陕西师范大学应用声学研究所, 西安 710062; 2. 陕西教育学院, 西安 7100617)

摘要: 在纵振型变幅杆等效电路的基础上, 研究了三类负载超声变幅杆的共振频率与放大系数。得到了阻性负载时, 变幅杆频率方程与放大系数的计算式; 分别绘制了共振频率及放大系数随负载变化的曲线图, 并给出了分析。这将有助于超声变幅杆的研究和设计。

关键词: 超声变幅杆, 共振频率, 放大系数, 阻性负载

中图分类号: O426.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2006)-05-0494-05

Characteristics of ultrasonic horn with resistance load

YAO Wen-wei^{1,2}, LIN Shu-yu¹

(1. Applied acoustics institute, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China;

2. Shaanxi Institute of Education, Xi'an 710061, China)

Abstract: Based on mechanic equivalent circuit of the longitudinal ultrasonic horn, the resonance frequency and the amplitude magnification coefficient of three kinds of loaded horns are studied. The resonant frequency equation and the amplitude magnification coefficient, with resistance load, are calculated; then, the graphs of resonance frequency and the amplitude magnification coefficient, following the change of loads, are charted, and some analyses are given. The results may be useful to the research and design of ultrasonic horn.

Key words: ultrasonic horn; resonance frequency; amplitude magnification coefficient; resistance load

1 引 言

超声变幅杆在功率超声和医用超声治疗器械中应用相当普遍, 它的主要作用是振幅放大和阻抗匹配^[1,2]。工作时变幅杆的振动特性总要受负载的影响, 工程中最关心的是, 负载情况下, 变幅杆的共振频率及放大系数的改变。为了满足变幅杆在工程中的应用^[3], 需要研究负载对共振频率及放大系数的影响。文献[1]给出了负载为力阻时半波长与 1/4 波长的部分公式; 文献[4]仅简略给出了一个加力阻负载的

谐振方程; 文献[3]研究了负载情况下, 变幅杆弯曲振动特性; 文献[5]与[6]讨论了工具杆几何尺寸对扭转振动谐振频率的影响。在等效四端网络^[7-9]的基础上, 对三类常用变幅杆, 在负载为纯力阻时, 本文分别给出了纵振动的频率方程及放大系数的表达式, 给定参数时可用于精确计算; 并分别绘制了共振频率及放大系数随阻性负载变化的曲线图, 比较直观形象, 其变化趋势将对变幅杆的设计提供一定的帮助。

2 变截面杆纵振动的波动方程

图 1 为一个变截面杆, 设其对称轴为坐标轴 x , 作用在厚度为 dx 的小体元上的合力为 $\frac{\partial(\sigma x)}{\partial x} dx$, 其

收稿日期: 2005-03-15; 修回日期: 2005-05-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10274046)

作者简介: 姚文苇(1981-), 女, 汉, 山东临沂人, 硕士生, 主要从事功率超声的研究。

动力学方程为

$$\frac{\partial(s\sigma)}{\partial x} dx = \rho dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad (1)$$

式中 $s=s(x)$ 为杆的截面积函数, $\xi=\xi(x)$ 是质点位移函数, $\sigma=\sigma(x)=E\frac{\partial \xi}{\partial x}$ 是应力函数, ρ 为材料的体密度, E 是材料的杨氏模量。

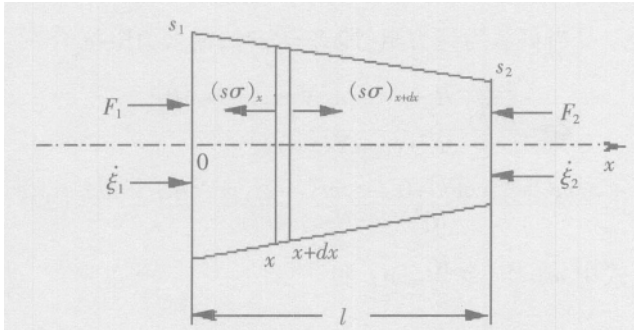


图 1 变截面杆的纵振动示意图

Fig.1 Longitudinal vibration of ultrasonic horn

在简谐振动的情况下, 可得到变截面杆纵振动的波动方程

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{1}{s} \cdot \frac{\partial s}{\partial x} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} + k^2 \xi = 0, \quad (2)$$

其中 $k=\frac{\omega}{c}$, k 是波数, ω 是振动的圆频率, $c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ 是纵波在细棒中的传播速度。

$$\text{令 } k^2 = k^2 - \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \frac{\partial^2 \sqrt{s}}{\partial x^2}, \text{ 当 } k^2 \text{ 为正数时存在}$$

简谐解, 即

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{s}} (A \cos kx + B \sin kx) e^{i\omega t} \quad (3)$$

其中 t 为时间变量, A 、 B 为与初始条件有关的待定系数。

3 频率方程及放大系数

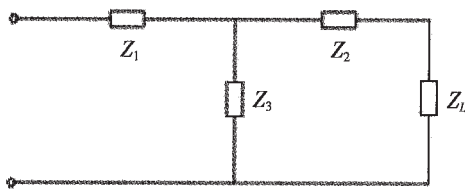


图 2 变截面杆纵振动的机械等效电路

Fig.2 Mechanic equivalent circuit of longitudinal vibration of ultrasonic horn

当输出端加负载 Z_L 时, 变截面杆一维纵振动的机械等效电路如图 2, 图中

$$Z_1 = \frac{\rho c}{2jk} \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)_{x=0} + \frac{\rho c k s_1}{jk} \cot k l - \frac{\rho c k \sqrt{s_1 s_2}}{j k s_1 \sin k l} \quad (4)$$

$$Z_2 = -\frac{\rho c}{2jk} \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)_{x=l} + \frac{\rho c k s_2}{jk} \cot k l - \frac{\rho c k \sqrt{s_1 s_2}}{j k s_2 \sin k l} \quad (5)$$

$$Z_3 = \frac{\rho c k \sqrt{s_1 s_2}}{j k s_1 \sin k l} \quad (6)$$

变幅杆的放大系数为输出端的位移幅值与输入

$$\text{端的位移幅值之比, } M_L = \left| \frac{\xi|_{x=l}}{\xi|_{x=0}} \right|,$$

$$\text{由 } j\omega \xi|_{x=0} \cdot \frac{Z_3(Z_2+Z_L)}{Z_3+Z_2+Z_L} = j\omega \xi|_{x=l} \cdot (Z_2+Z_L), \text{ 得}$$

$$\frac{\xi|_{x=l}}{\xi|_{x=0}} = \frac{Z_3}{Z_2+Z_3+Z_L}, \quad (7)$$

将式(4)、(5)、(6)代入式(7), 得

$$M_L = N \frac{\sqrt{1+Y^2}}{|1-tY+jPY|}, \quad (8)$$

$$\text{式中 } Y = \tan k l, t = \frac{1}{k}, \frac{1}{2s_2} \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)_{x=l}, P = \frac{Z_L k}{Z_2 k}, Z_2 = \rho c s_2,$$

$$N = \sqrt{\frac{s_1}{s_2}}.$$

当负载为纯力阻时, 即 $Z_L = R_L$ 时,

$$M_L = N \sqrt{\frac{1+Y^2}{(1-tY)^2 + (PY)^2}}, \quad (9)$$

$$\text{式中 } P = \frac{k R_L}{Z_2}, \text{ 以下各式均取 } Z_1 = \rho c s_1, Z_2 = \rho c s_2.$$

3.1 指数形变幅杆

对于指数型变幅杆, 图 2 中各等效阻抗为

$$Z_1 = j \frac{Z_1}{k} \beta - j Z_1 \frac{k'}{k} \cot k l + j \frac{k'}{k} \cdot \frac{\sqrt{Z_1 Z_2}}{\sin k l}, \quad (10)$$

$$Z_2 = -j \frac{Z_2}{k} \beta - j Z_2 \frac{k'}{k} \cot k l + j \frac{k'}{k} \cdot \frac{\sqrt{Z_1 Z_2}}{\sin k l}, \quad (11)$$

$$Z_3 = \frac{k'}{jk} \cdot \frac{\sqrt{Z_1 Z_2}}{\sin k l}, \quad (12)$$

$$\text{式中 } s = s_1 e^{2\beta x}, \beta = \frac{1}{l} \ln N = \frac{1}{l} \ln \sqrt{\frac{s_1}{s_2}}, k \pm \sqrt{k^2 - \beta^2}.$$

当负载为纯力阻, 即 $Z_L = R_L$ 时, 输入力阻抗为

$$Z_1 = \frac{\frac{k^2}{k^2} \cdot \frac{Z_1 Z_2}{\sin^2 k l} R_L + j Z_1 [(Z_2^2 + R_L^2) \frac{\beta}{k} + \frac{k'}{k} (Z_2^2 - R_L^2) \cot k l]}{R_L^2 + (Z_2 \frac{\beta}{k} + Z_2 \frac{k'}{k} \cot k l)^2} \quad (13)$$

由 $X_1=0$, 得

$$\frac{k(z_2^2 - R_L^2) \tan kl + \beta(R_L^2 + z_2^2) \tan^2 kl}{R_L^2 \tan^2 kl + (\frac{z_2}{k} \beta \tan kl + \frac{z_2}{k} k)^2} = 0 \quad (14)$$

由上式可得一般解为

$$\tan kl = 0 \quad (15)$$

若 $R_L \neq 0$, 还可得另一解

$$\tan kl = \frac{k(R_L^2 - z_2^2)}{\beta R_L^2 + z_2^2} \quad (16)$$

将式(15)代入式(9), 得

$$M_L = N \quad (17)$$

将式(16)代入式(9), 得

$$M_L = N \sqrt{\frac{(R_L^4 + z_2^4)k^2 + 2R_L^2 z_2^2(\beta^2 - k^2)}{4R_L^4 \beta^2 + (R_L^2 - z_2^2)k^2 \frac{R_L^2}{z_2^2}}} \quad (18)$$

$$Z_1 = jz_1 \frac{\alpha}{k} - jz_1 \cot kl + j \frac{\sqrt{z_1 z_2}}{\sin kl} \quad (19)$$

$$Z_2 = -j \frac{z_2 \alpha N}{k} - jz_2 \cot kl + j \frac{\sqrt{z_1 z_2}}{\sin kl} \quad (20)$$

$$Z_3 = \frac{\sqrt{z_1 z_2}}{j \sin kl} \quad (21)$$

$$\text{其中 } s = s_1(1 - \alpha x)^2, N = \sqrt{\frac{s_1}{s_2}}, \alpha = \frac{N-1}{Nl}。$$

当负载为纯力阻, 即 $Z_L = R_L$ 时, 输入力阻抗为

$$Z = \frac{\frac{z_1 z_2}{\sin^2 kl} R_L + jz_1(z_2^2 m^2 N^2 + z_2^2 mN + mR_L^2)}{R_L^2 + (z_2 mN + z_2 \cot kl)^2} + jz_1 \frac{z_2^2 m(1-N) \cot^2 kl + (z_2^2 - z_2^2 m^2 N^2 + 2z_2^2 mN - R_L^2) \cot kl}{R_L^2 + (z_2 mN + z_2 \cot kl)^2} \quad (22)$$

式中 $m = \frac{\alpha}{k}$, 令 $\frac{R_L}{z_2} = n$, 得

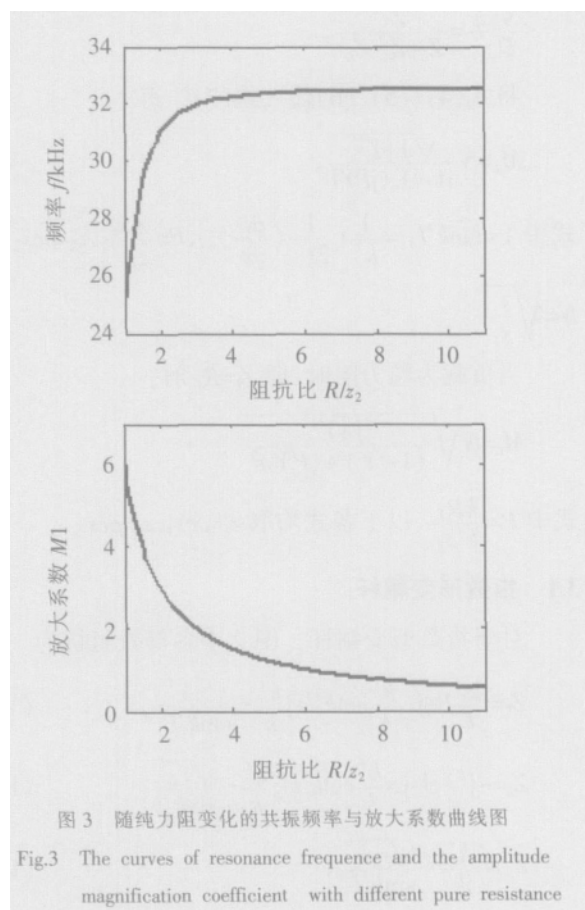
$$\cot kl = \frac{\Omega - \Delta}{2m(1-N)} \quad (23)$$

将式(23)代入式(9), 得

$$M_L = N \sqrt{\frac{2\Omega^2 - 4\Phi - 2\Omega\Delta + 4m^2(1-N)^2}{\Psi^2 + \Omega^2 - 4\Phi - 2\Psi\Delta + 4m^2 n^2(1-N)^2}} \quad (24)$$

以上两式中 $\Psi = n^2 - m^2 N^2 - 1$, $\Omega = m^2 N^2 - 2m^2 N - 1 + n^2$,

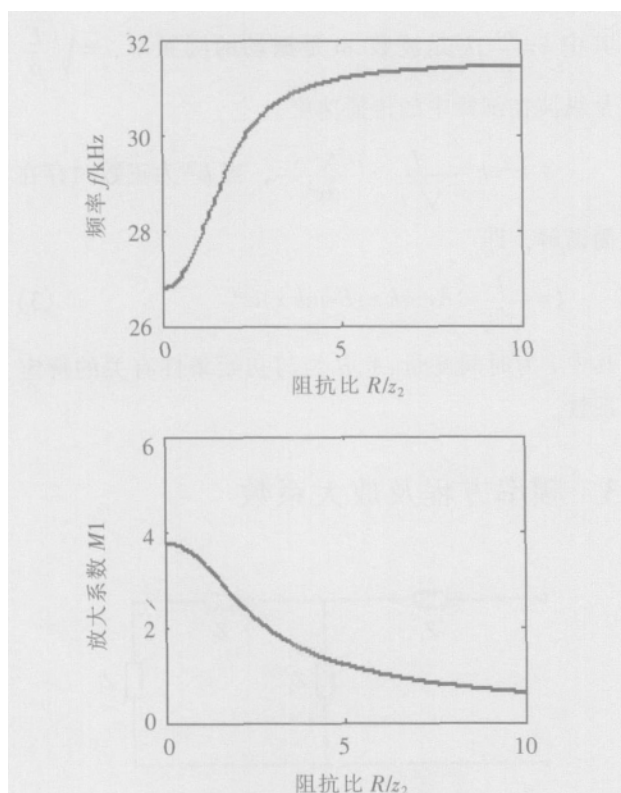
$$\Phi = m^2(1-N)(m^2 N^2 + N + n^2), \Delta = \sqrt{\Omega^2 - 4\Phi}$$



取 $l=0.12\text{m}$, $N=6$, $c=5250\text{m/s}$, 由式(16)、(18)得到 $R_L \neq 0$ 时, 随负载变化的共振频率与放大系数曲线如图3。由图可知, 在 $R_L < 3z_2$ 时, 频率与放大系数变化较快; R_L 继续增大, 频率与放大系数随 R_L 改变越来越小, R_L 增大, 使频率逐渐增大, 而放大系数一直减小。

3.2 圆锥形变幅杆

对于圆锥形变幅杆, 图2中的等效阻抗为



取 $l=0.12\text{m}$, $N=6$, $c=5250\text{m/s}$, 共振频率与放大系数随纯力阻变化的曲线如图 4。由图可知, 频率随 R_L 的增大逐渐升高, 当 $R_L < 3Z_2$ 时, 频率随 R_L 的增大快速升高; R_L 逐渐变大后, 变化逐渐变小。在 $R_L < 3Z_2$ 时, 放大系数随 R_L 的增大而较快减小; 在 $R_L > 5Z_2$ 后, 随 R_L 改变很小。

3.3 悬链线形变幅杆

对于悬链线形变幅杆, 图 2 中的等效阻抗为

$$Z_1 = j \frac{Z_1}{k} \gamma \tanh \gamma l - j z_1 \frac{k'}{k} \cot k l + j \frac{k'}{k} \cdot \frac{\sqrt{Z_1 Z_2}}{\sin k l} \quad (25)$$

$$Z_2 = -j z_2 \frac{k'}{k} \cot k l + j \frac{k'}{k} \cdot \frac{\sqrt{Z_1 Z_2}}{\sin k l} \quad (26)$$

$$Z_3 = \frac{k'}{jk} \cdot \frac{\sqrt{Z_1 Z_2}}{\sin k l} \quad (27)$$

式中 $\gamma = s_2 \cosh^2 \gamma (l-x)$, $\gamma = \frac{1}{l} \operatorname{arccosh} N$, $k = \sqrt{k^2 - \gamma^2}$,

$$N = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$$

当负载为纯力阻, 即 $Z_L = R_L$ 时, 输入力阻抗为

$$Z_i = \frac{\frac{k^2}{k^2} \cdot \frac{Z_1 Z_2}{\sin^2 k l} R_L}{R_L^2 + Z_2^2 \frac{k^2}{k^2} \cot^2 k l} + \frac{j z_1 \frac{Z_2^2 k^2}{k^3} \gamma \tanh \gamma l \cdot \cot^2 k l + (z_2^2 \frac{k^3}{k^3} - \frac{k'}{k} R_L) \cot k l + \frac{\gamma}{k} R_L \tanh \gamma l}{R_L^2 + Z_2^2 \frac{k^2}{k^2} \cot^2 k l} \quad (28)$$

由 $X_i = 0$ 得

$$\cot k l = \frac{(m^2 n^2 - 1) k \pm \sqrt{(1 - m^2 n^2)^2 k^2 - 4 m^2 n^2 \gamma^2 \tanh^2 \gamma l}}{2 \gamma \tanh \gamma l} \quad (29)$$

式中 $m = \frac{k}{k'}$, $n = \frac{R_L}{Z_2}$,

将式 (29) 代入式 (9) 得

$$M_L = N \sqrt{1 - \frac{\gamma \tanh \gamma l}{k'} \tan k l} \quad (30)$$

取 $l=0.12\text{m}$, $N=6$, $c=5250\text{m/s}$, 共振频率与放大系数随纯力阻变化的曲线如图 5。由图可知, 在 $R_L < 3Z_2$ 时, 频率随负载的变化较明显; $R_L > 4Z_2$ 时, 频率改变很小, 放大系数在 $R_L < 3Z_2$ 时下降较快; 当 $R_L > 6Z_2$ 时基本趋于稳定。

4 结 论

由图可以看出, 三类变幅杆共振频率及放大系数, 随纯力阻的变化规律基本一致。共振频率与放大系数在负载较小 ($R_L < 3Z_2$) 时, 变化较显著; 当 $R_L > 5Z_2$

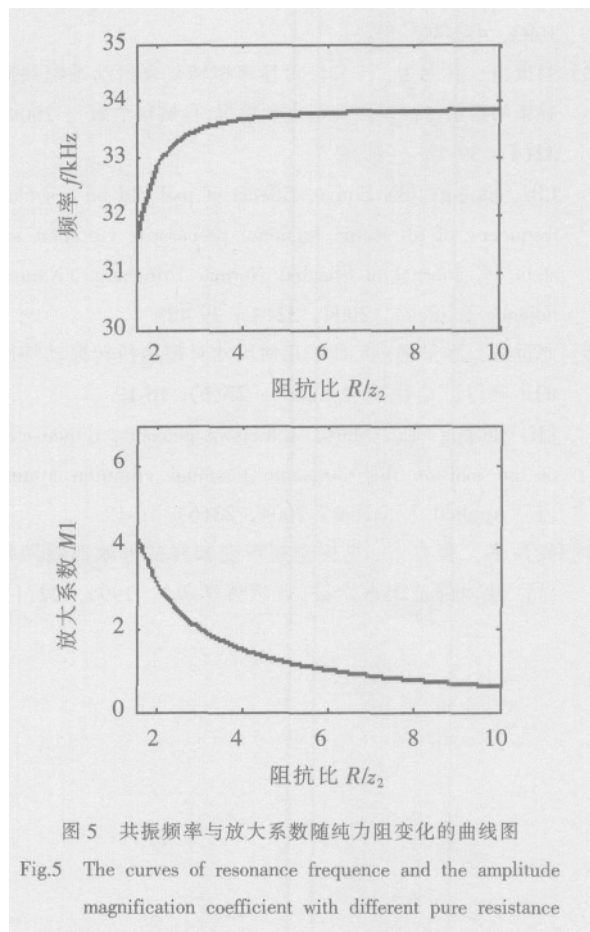


图 5 共振频率与放大系数随纯力阻变化的曲线图

Fig.5 The curves of resonance frequency and the amplitude magnification coefficient with different pure resistance

时, 基本不再随负载改变, 随纯力阻的增大, 共振频率将一直上升, 而放大系数不断减小。

变幅杆在阻性负载状态下, $|Z_L| < 5Z_2$ 时, 放大系数一般都大于 1, 可以用来放大位移或速度; 随 Z_L 的继续增大, 变幅杆失去其放大作用。

参 考 文 献

- [1] 林仲茂. 超声变幅杆的原理与设计[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
LIN Zhongmao. The theory and design of ultrasonic horn [M]. Beijing: Science Press, 1987.
- [2] 林书玉. 超声换能器的原理与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
LIN Shuyu. The theory and design of ultrasonic transducer [M]. Beijing: Science Press, 2004.
- [3] 周光平, 李明轩. 有负载的超声弯曲变幅杆的振动特性分析[J]. 声学学报(中文版), 2000, 25(3): 280-284.
ZHOU Guangping, LI Mingxuan. Analysis of load characteristics of ultrasonic solid horn for flexural mode [J]. ACTA ACUSTICA, 2000, 25(3): 280-284.
- [4] 应崇福. 超声学[M]. 北京: 科学出版社, 1993, 482-495.
YING Chongfu. Ultrasonics [M]. Beijing: Science Press,

- 1993, 482-495.
- [5] 刘世清, 林书玉. 工具杆对超声扭转复合振动系统共振频率的影响[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 2004, 32(4): 39-42.
- LIU Shiqing, LIN Shuyu. Effects of tool rod on resonant frequency of ultrasonic torsional processing vibration system[J]. Journal of Shaanxi Normal University (Natural Science Edition), 2004, 32(4): 39-42.
- [6] 刘世清, 林书玉. 工具杆几何尺寸对超声扭转振动特性的影响[J]. 应用声学, 2004, 23(6): 16-19.
- LIU Shiqing LIN Shuyu. Effects of geometry dimensions of the tool on the ultrasonic torsional vibration system [J]. Applied Acoustics, 2004, 23(6): 16-19.
- [7] 贺西平, 程存弟. 纵振型超声变幅杆的等效四端网络[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 1994, 22(1): 87-88.
- HE Xiping, CHENG Cundi. Equivalent four-terminal networks of the longitudinal ultrasonic horns[J]. Journal of Shaanxi Normal University (Natural Science Edition), 1994, 22(1): 87-88.
- [8] 赵福令, 冯冬菊, 郭东明, 等. 超声变幅杆的四端网络法设计[J]. 声学学报, 2002, 27(6): 554-558.
- ZHAO Fuling, FENG Dongju, GUO Dongming, et al. Design of horn using four-end network method[J]. ACTA ACUSTICA, 2002, 27(6): 554-558.
- [9] 朱武, 张佳民. 基于四端网络法的超声变幅杆设计[J]. 上海电力学院学报, 2004, 20(4): 21-23.
- ZHU Wu, ZHANG Jiamin. Design of horn using four-terminal network method [J]. Journal of Shanghai University of Electric Power, 2004, 20(4): 21-23.