

# 空域预滤波的稳健自适应波束形成方法

苏 帅<sup>1</sup>, 冯 杰<sup>2</sup>, 孙 超<sup>1</sup>

(1. 西北工业大学航海学院声学工程研究所, 西安 710072; 2. 中国电子工业集团第三研究所, 北京 100101)

摘要: 假定的期望信号方向向量与真实信号方向向量存在误差时, 常规自适应波束形成性能将严重降低, 针对该问题, 提出了一种稳健的自适应波束形成算法。首先利用凹槽空域矩阵滤波器对基阵接收数据进行空域预滤波, 消除协方差矩阵中的期望信号分量, 然后重构协方差矩阵同时反变换到阵元域, 再用重构的协方差矩阵形成自适应波束权向量。由于方法消除了期望信号分量的影响, 极大地提高了自适应波束形成算法对系统误差的稳健性。计算机仿真验证了所提方法的有效性。

关键词: 空域矩阵滤波; 稳健; 自适应波束形成; 系统误差

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2008)-01-0009-05

## Robust adaptive beamforming based on space prefilter

SU Shuai<sup>1</sup>, FENG Jie<sup>2</sup>, SUN Chao<sup>1</sup>

(1. Institute of Acoustic Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi an 710072, China;  
2. The Third Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Beijing 100101, China)

Abstract: Traditional adaptive beamformer suffers from performance degradation in the presence of mismatch between actual and assumed array steering vectors of the desired signal. A novel approach to adaptive beamformer is proposed, which emphasizes the robustness to the system errors. Firstly, the desired signal component is attenuated from input snapshot data by spatial matrix filter; then the covariance matrix is reconstructed by using the filtered snapshot data and transformed back to element level data prior to performing adaptive beamforming; finally, the weights of the adaptive beamformer are computed using transformed covariance matrix. The method overcomes the desired signal cancellation problem of adaptive beamformer caused by system errors because the desired signal component is attenuated by spatial matrix filter. Therefore, the robustness of adaptive beamformer against the system errors is greatly improved. Computer simulation results prove its validity and superiority to the existing methods.

Key words: spatial matrix filter; robust adaptive beamforming; system errors

## 1 引 言

自适应波束形成是阵列信号处理技术的关键内容之一, 广泛应用于声纳、雷达、通信等领域。传统的自适应算法在设计波束形成器时, 假定训练数据中不含有期望信号, 这种情况下波束形成器对阵

列系统误差的稳健性非常好。但是在被动声纳情况下, 干扰和噪声信号的观测数据不可避免地要被期望信号所污染, 并且期望信号的方向向量不可能精确已知, 这样假定的方向向量和实际的方向向量就不能完全匹配。自适应波束形成对于这些误差反应非常敏感, 这时期望信号分量会被当作干扰抑制掉。即使在精确已知期望信号方向向量的理想情况下, 有限次快拍训练数据中含有的期望信号也将导致波束形成算法性能的急剧下降。当前已经提出很多方法来改进自适应波束形成的稳健性<sup>[1-6]</sup>。文献[2]采用固定对角加载算法, 由于加载量不能随期

收稿日期: 2007-02-05; 修回日期: 2007-6-25

基金项目: 西北工业大学研究生创业种子基金(Z200704)

作者简介: 苏帅(1983-), 男, 安徽人, 硕士研究生, 主要从事阵列信号与信息处理方面的研究工作。

通讯作者: 苏帅, E-mail: solomonsu.mail@gmail.com

望信号信噪比的变化而调整,在信号功率提高时波束形成性能明显恶化<sup>[3]</sup>。针对加载量的优化问题,文献[3]、[4]提出了广义对角加载的自适应波束形成算法,其中对角加载量可以随期望信号功率的变化而调整。但加载量增大时会导致算法对强、弱干扰抑制的灵敏度有不同程度的降低<sup>[5]</sup>。文献[6]提出了所谓负加载量的稳健方法,但是加载量的确定仍然是一个问题。考虑到阵列输出的信干噪比损失主要是由假定的信号方向向量和实际信号方向向量之间不匹配而导致信号对消引起的<sup>[10,11]</sup>,若能在波束形成时消除数据协方差矩阵中的期望信号分量,那么算法的稳健性就会得到很大的提高。因此,文献[5]提出通过修改协方差矩阵来消除期望信号分量,但这种方法需要对信号和干扰方位进行预估计。

针对上述问题,本文提出了一种新的稳健自适应波束形成方法。该方法利用凹槽空域矩阵滤波滤除基阵接收数据中的信号分量,然后在变换域重构基阵输出数据协方差矩阵,再用重构的协方差矩阵形成自适应波束权向量。

## 2 阵列模型

考虑阵元间距为半波长的  $M$  元基阵,接收  $P$  个互不相关的窄带声源信号,假设各阵元接收到的噪声是与信号不相关且相互独立的空时白噪声。 $t$  时刻基阵的输出为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$  是基阵的输出数据向量;  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_0), \mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_{P-1})]$ , 其中  $\mathbf{a}(\theta_0)$  和  $\mathbf{a}(\theta_i)$  ( $i=1, \dots, P-1$ ) 分别为期望信号的方向向量和  $P-1$  个干扰的方向向量;  $\mathbf{s}(t) = [s_0(t), s_1(t), \dots, s_{P-1}(t)]^T$ , 其中  $s_0(t)$  和  $x_i(t)$  ( $i=1, \dots, P-1$ ) 分别表示期望信号和  $P-1$  个干扰信号;  $\mathbf{n}(t)$  为基阵接收到的噪声数据。

当信号和噪声、干扰互不相关时,通过有限次快拍数据估计得到的数据协方差矩阵为

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t) \quad (2)$$

根据线性约束最小方差准则,常规自适应波束形成的权向量为<sup>[7]</sup>

$$\mathbf{w} = \frac{\hat{\mathbf{R}}_x^{-1}\mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0)\hat{\mathbf{R}}_x^{-1}\mathbf{a}(\theta_0)} = \mu\hat{\mathbf{R}}_x^{-1}\mathbf{a}(\theta_0) \quad (3)$$

如果在协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_x$  中不含有期望信号分

量,由式(3)计算得到的常规自适应权向量在波束形成时对阵列响应误差和有限次快拍数据的稳健性非常好。但在被动声纳环境中,这种情况基本是不存在的。当基阵接收数据中有期望信号存在时,在较小的系统误差下,其性能会急剧下降。

## 3 稳健自适应波束形成方法

常规自适应波束形成器在期望信号功率提升时输出信干噪比恶化,是由于实际期望信号的方向向量与假定的信号方向向量存在误差而导致期望的信号对消。因此,若能从接收数据中消去期望信号将有效地提高自适应波束形成算法的稳健性。具体实现如图1所示。

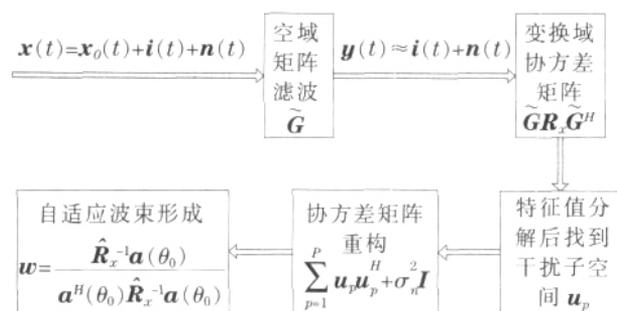


图1 稳健自适应波束形成结构图

Fig.1 Structure of robust adaptive beamformer

### 3.1 空域矩阵滤波器设计

空域滤波是一种能让空间某些方位或区域的信号通过,并抑制其它方位或区域的干扰和噪声的信号处理方法。最近,基于最小二乘技术提出了一种新的能实时处理的矩阵滤波器设计方法<sup>[8]</sup>。

采用一个  $M \times M$  维矩阵滤波器  $\mathbf{G}$  对阵列数据进行空域滤波(矩阵处理),滤波输出表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{G}\mathbf{x}(t) = \mathbf{G}\mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{G}\mathbf{n}(t) \\ &= \mathbf{C}(\theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_c(t) \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{C}(\theta)$  和  $\mathbf{n}_c(t)$  分别是空域滤波后的方向矩阵和噪声矩阵。

为了使该矩阵滤波器具有空域滤波特性,要求该滤波器能够抑制不感兴趣方位扇面的信号,而让感兴趣方位扇面的信号不失真通过。则该滤波器应满足

$$\begin{cases} \mathbf{G}\mathbf{a}(\theta_l) = \mu_l \mathbf{a}(\theta_l), & \theta_l \in \mathcal{H}_p, l=1, \dots, L \\ \mathbf{G}\mathbf{a}(\theta_s) = \mu_s \mathbf{a}(\theta_s), & \theta_s \in \mathcal{H}_s, s=1, \dots, S \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $\mathcal{H}_p$  表示通带扇面;  $\mathcal{H}_s$  表示阻带扇面。  $\mu_l=1, l=1, \dots, L; \mu_s=0, s=1, \dots, S; [\theta_1, \dots, \theta_{L+S}]$  表示整个观测空间。

将式(5)表示成矩阵形式, 矩阵滤波器设计问题可以表示成一个降秩最小二乘优化问题

$$\min_{g_i} \|\tilde{G}A - \tilde{A}D\|_2 = \min_{g_i} \|\tilde{A}^H G^H - D\tilde{A}^H\|_2 \quad (6)$$

式中  $D = \text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_{L+S})$ ,  $\tilde{A} = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_{L+S})]$  是观测空间方向向量矩阵,  $a(\theta_i)$ ,  $i=1, \dots, L+S$  是  $\theta_i$  方向的方向向量。其最小二乘解为

$$G = \tilde{A}DP^H \quad (7)$$

其中,  $P = (A^H)^+$ 。

这里, 我们希望设计的空域矩阵滤波器能有效地抑制感兴趣区域内的期望信号和噪声, 同时使得其它区域的干扰和噪声无失真通过, 称作凹槽空域滤波器, 即

$$\tilde{G} = I - G \quad (8)$$

空域矩阵滤波器的空间响应为

$$P(\theta) = \frac{\|\tilde{G}a(\theta)\|^2}{\|a(\theta)\|^2} = \frac{a^H(\theta)G^H\tilde{G}a(\theta)}{a^H(\theta)a(\theta)} \quad (9)$$

### 3.2 自适应波束形成

用凹槽空域滤波器对基阵输出数据进行空域滤波, 则相应的滤波器输出协方差矩阵(变换域协方差矩阵)为

$$R_y = \tilde{G}R_x\tilde{G}^H = (I - G)R_x(I - G)^H \quad (10)$$

由于凹槽空域滤波有效地消除了期望信号, 因此, 对  $R_y$  进行特征值分解, 得到

$$R_y = \sum_{i=1}^M \lambda_i u_i u_i^H = E_s \Lambda_s E_s^H + E_n \Lambda_n E_n^H \quad (11)$$

式中,  $\Lambda_s = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{P-1}\}$ , 仅包含  $P-1$  个大的干扰信号的特征值;  $\Lambda_n = \text{diag}\{\lambda_P, \lambda_{P+1}, \dots, \lambda_M\}$  为噪声特征值。  $E_s$  表示  $P-1$  个大特征值对应的特征向量所形成的干扰子空间,  $E_n$  为其余的  $M-P+1$  个小特征值对应的特征向量构成的噪声子空间。

通过特征值分解得到干扰子空间后, 进行变换空间协方差矩阵重构

$$\tilde{R}_y = \sum_{p=1}^P u_p u_p^H + \sigma_n^2 I \quad (12)$$

其中,  $\sigma_n^2 = (\lambda_P + \lambda_{P+1} + \dots + \lambda_M) / (M - P + 1)$  表示噪声平均功率。转换到阵元空间

$$\tilde{R}_x = G\tilde{R}_yG^H \quad (13)$$

将重构后的阵元空间协方差矩阵进行自适应波束形成, 其权向量为

$$w = \frac{\tilde{R}_x^{-1}a(\theta_0)}{a^H(\theta_0)\tilde{R}_x^{-1}a(\theta_0)} = \mu \tilde{R}_x^{-1}a(\theta_0) \quad (14)$$

由于基阵输出协方差矩阵中已不包含期望信号分量, 因此克服了存在系统误差时自适应波束形成出现的信号对消现象, 从而提高了算法对系统误差的稳健性, 使基阵获得令人满意的输出信干/信噪比。

## 4 计算机仿真

为验证本文提出的稳健自适应波束形成方法的性能, 并与其他方法进行比较(包括 MVDR 波束形成和可变对角加载 RCB<sup>[3]</sup>方法), 进行了下述仿真。不失一般性, 假设阵列为各向同性的 10 个阵元组成的均匀线阵, 阵元间距为  $\lambda/2$  ( $\lambda$  为信号波长); 来自不同方向的远场窄带复随机高斯信号互不相关, 加性噪声为高斯白噪声; 统计结果为 100 次 Monte Carlo 实验平均。其中, 理论曲线是在理想情况且不存在任何误差时给出的结果。

假定感兴趣的空间区域为  $10^\circ \sim 25^\circ$ ; 图 2 给出了设计的凹槽空域矩阵滤波器的空间响应。

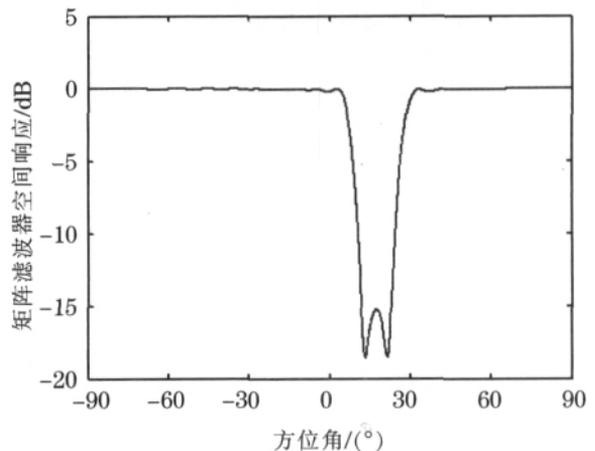


图 2 凹槽空域滤波器响应

Fig.2 Matrix filter spatial response

可见, 空域滤波器在信号方位形成了凹槽, 基阵输出数据中的信号分量被极大衰减。

仿真一: 存在指向误差时算法对输入信噪比的稳健性。假设真实的期望信号来自  $13^\circ$ ; 我们假定的信号来自  $18^\circ$ ; 存在  $5^\circ$  的指向误差。另外, 2 个干扰信号来自  $-30^\circ$  和  $60^\circ$ ; 干噪比分别为 20dB 和 30dB, 快拍数为 1000 次。图 3 给出了输出信干噪比随输入信噪比变化的曲线。

对于 MVDR 波束形成, 从该图可以看出, 由于存在较大的指向误差, 系统会把期望信号当成干扰, 产生严重的信号对消现象, 而且随着信噪比的升高, 输出信干噪比性能损失越严重。而本文的算法对信

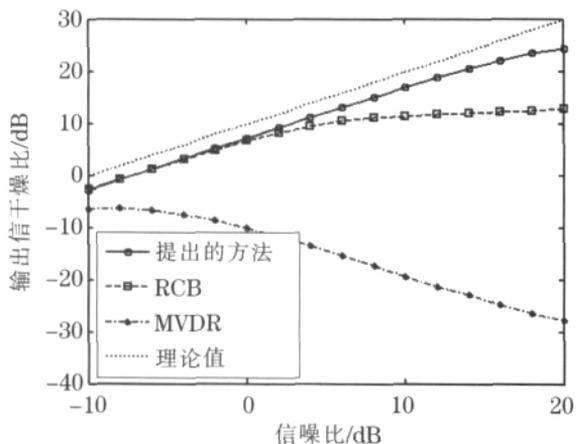


图3 存在指向误差时输出信干噪比随信噪比变化的性能比较( $\Delta=5^\circ$ )

Fig.3 Comparisons of output SINR versus SNR in the presence of direction error ( $\Delta=5^\circ$ )

噪比的变化并不敏感, 在输入信噪比-10dB~20dB范围内的输出信干噪比损失不超过5dB。另外, RCB方法在输入信噪比小于5dB时对角加载效果较好, 当输入信噪比较高时, 系统的性能损失较大。图4给出了阵列在输入信噪比为20dB时的波束图。

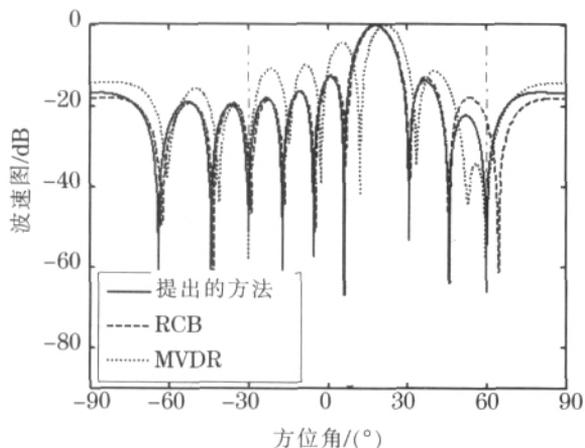


图4 存在指向误差时的波束图( $SNR=20dB, \Delta=5^\circ$ )

Fig.4 Beam patterns in the presence of direction error ( $SNR=20dB, \Delta=5^\circ$ )

从图中可以看出, 本文提出的方法在期望信号方向上形成主瓣, 在干扰方向上形成零陷, 避免了信号对消现象。而 RCB 方法在大的指向误差和高信噪比时, 干扰零陷方位有一定漂移, 导致输出信干噪比有所降低。

仿真二: 期望信号存在指向误差时算法对快拍数的稳健性。假定信噪比  $SNR=20dB$ , 干噪比及指向误差同上例。图5给出了不存在任何误差的情况下输出 SINR 随快拍数变化的曲线, 图5和图6分别给出存在指向误差时输出信干噪比随快拍数变化的

曲线和 200 次快拍时的波束图。从图5和图6中可以看出, 本文算法和 RCB 算法在很少的快拍时就已经收敛, 而且所提出方法的收敛性能略优于 RCB 方法。从方向图结果可以看出, MVDR 波束形成方法已不能在期望信号方向上形成主瓣, 产生信号相消, 使输出信干噪比下降, 而本文方法则克服了信号对消现象, 大大提高了阵列的稳健性。

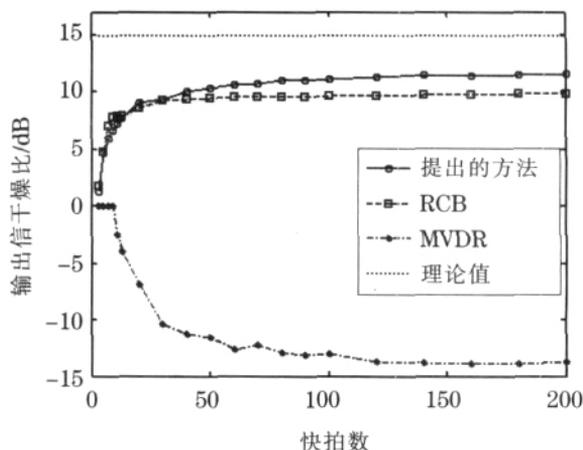


图5 输出信干噪比随快拍数变化的性能比较(存在  $5^\circ$  指向误差)

Fig.5 Comparisons of output SINR versus snapshot number in the presence of direction error ( $\Delta=5^\circ$ )

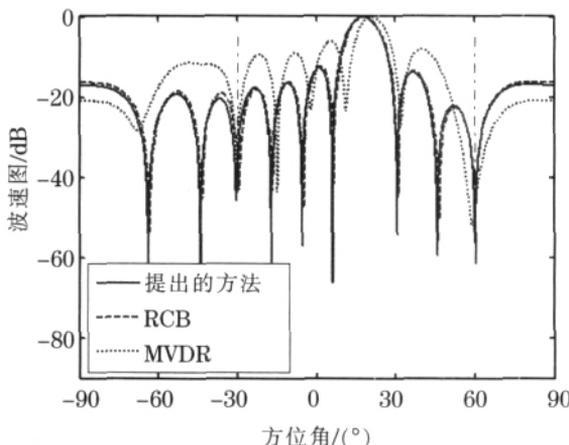


图6 存在指向误差时的波束图(快拍数为200,  $SNR=5dB$ )

Fig.6 Beam patterns in the presence of direction error ( $np=200, SNR=5dB, \Delta=5^\circ$ )

仿真三: 算法对指向误差和阵元位置误差的稳健性。考虑阵列输出信干噪比分别随指向误差和阵元位置误差的变化, 假设阵元位置误差为高斯分布, 方差为  $\epsilon^2$  (相对于信号波长), 信噪比  $SNR=5dB$ , 其它参数与仿真一相同。图7给出了阵列输出信干噪比随指向误差的变化曲线。图8和图9分别给出了阵列输出信干噪比随阵元位置误差变化的性能曲线和阵元位置误差为  $0.2\lambda$  时的波束图。从图中可以看出, 本文方法对这两种误差同样有较好的稳健性和

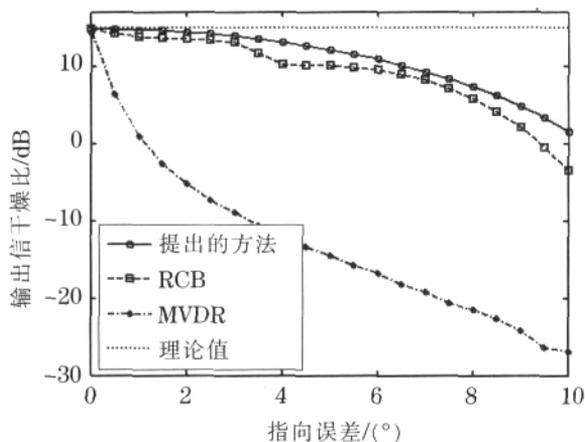


图 7 输出信干噪比随指向误差变化的性能比较

Fig.7 Comparisons of output SINR versus direction error (SNR=5dB)

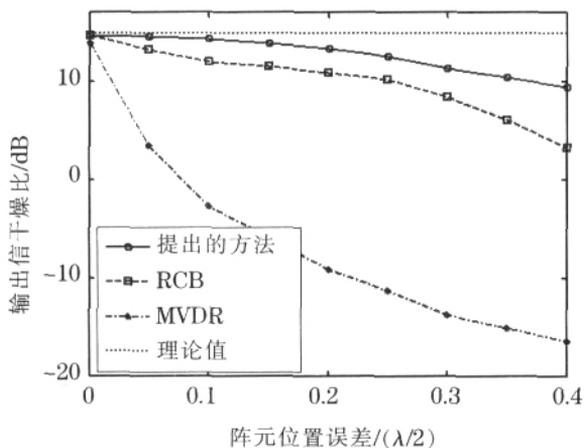


图 8 输出信干噪比随阵元位置误差变化的性能比较

Fig.8 Comparisons of output SINR versus element position error (SNR=5dB)

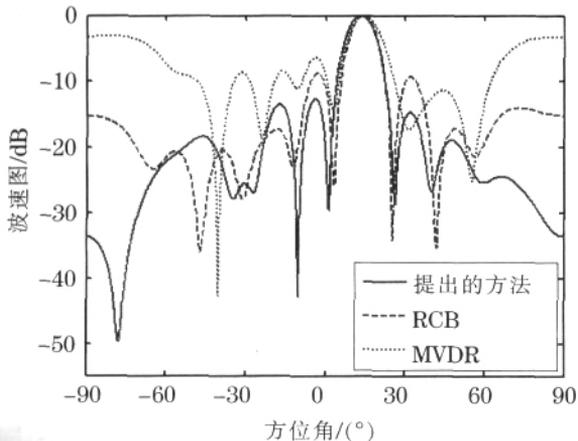


图 9 阵元位置误差时的波束图

Fig.9 Beam patterns in the presence of element position error ( $\sigma^2=0.1\lambda$ , SNR=5dB)

波束保形性,其性能优于其它方法。

## 5 结 论

本文针对在阵列误差情况下常规自适应波束形成的性能会急剧下降,提出了一种稳健的波束形成算法。算法利用空域矩阵滤波去除基阵输出数据中的期望信号分量再进行自适应波束形成,克服了信号对消现象,有效地提高了对系统误差的稳健性。而且方法简单,易于实时处理。计算机仿真验证了所提算法的有效性。

### 参 考 文 献

- [1] YU J L, Yeh C C. Generalized eigenspace-based beamformers[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(11): 2453-2461.
- [2] Carlson B D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, 1988, 24(7): 397-401.
- [3] LI Jian, Stoica P. On robust capon beamforming and diagonal loading[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(7): 1702-1715.
- [4] LI Jian, Stoica Petre, WANG Zhisong. Doubly constrained robust Capon beamforming[J]. IEEE Signal Processing, 2004, 52(9): 2407-2423.
- [5] 程春悦, 吕英华. 非线性约束的自适应波束形成算法[J]. 北京邮电大学学报, 2005, 28(5): 62-65.
- [6] Shahbazpanahi S, Gershman A B. Robust adaptive beamforming for general-rank signal models[J]. IEEE Signal Processing, 2003, 51(9): 2257-2269.
- [7] Van Trees H L. Optimum array processing[M]. Wiley, NY, 2002.
- [8] Macinnes C S. Source localization using subspace estimation and spatial filtering[J]. IEEE J. Ocean. Eng. 2004, 29(2): 488-497.
- [9] Stotts S A. A robust spatial filtering technique for multisource localization and geoacoustic inversion[J]. J. Acoust. Soc. Am, 2005, 118(1): 139-162.
- [10] 王静, 黄清, 黄建国. 稳健宽带自适应波束形成[J]. 声学技术, 2003, 22(2): 90-94.  
WANG Jing, HUANG Qing, HUANG Jianguo. Robust adaptive broadband beamforming[J]. Technical Acoustics, 2003, 22(2): 90-94.
- [11] 刘云, 李志舜. 滤波求和恒定束宽波束形成器设计[J]. 声学技术, 2003, 22(4): 262-264.  
LIU Yun, LI Zhishun. Design of beamformer with constant beamwidth based on filtering and summation[J]. Technical Acoustics, 2003, 22(4): 262-264.