

# 时延估计方法的分析

行鸿彦, 唐娟

(南京信息工程大学电子与信息工程学院, 南京 210044)

摘要: 对国内外时延估计的最新研究现状及各种算法进行研究, 在研究了大量时延估计文献的基础上, 分析了广义相关法、广义相位谱法、自适应算法及其改进算法, 分析了各种算法之间的关系以及各自的特点。重点论述了现代信号处理算法与时延估计算法相结合的各种时延估计方法及其在非平稳信号中的应用, 同时, 分析了带宽对时延估计精度的影响及宽带信号的时延估计方法, 指出了时延估计算法还需要进一步研究的方向。

关键词: 时延估计; 广义相关; 小波

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2008)-01-0110-05

## Analysis and survey of algorithms for time-delay estimation

XING Hong-yan, TANG Juan

(College of Electronics and Information Engineering, Nanjin University  
of Information Science & Technology, Nanjin 210044, China)

Abstract: Some algorithms of time delay estimation, such as the generalized cross correlation, the generalized phase spectrum, the adaptive time delay estimation and its reformative algorithm, are analyzed on the basis of studying a large number of literatures regarding time delay estimation. And the methods of combining modern signal processing and time delay estimation algorithm are emphasized. Then, the time delay estimation of wide-band signal is specially discussed because of its particularity. Finally the direction of further studying the time delay estimation algorithms is pointed out.

Key words: time delay estimation; the generation cross correlation; wavelet

## 1 引 言

时间延迟估计是表征信号的一个基本参量, 自 1976 年, Knapp 和 Carter 关于广义相关的时延估计的论文<sup>[1]</sup>发表以来, 对时间延迟及其有关参量的估计一直是信号处理领域中活跃的研究方向。时间延迟估计在雷达、声纳、语音信号处理、地球物理勘探、故障诊断和生物医学工程等领域都有广泛的应用。它主要指利用信号处理的理论和方法对不同接收器所接收信号的时间差进行估计, 来确定其它相关参量, 如信源的距离、方位、速度和移动方向等。根据不同的测量环境、测量要求和不同信号的特性, 分别有不同的时延估计方法, 通常用到的时延估计方法有相位法、双谱法、相关法、自适应滤波器参数模

型法等。随着信号处理方法的不断发展和完善, 现代信号处理的各种算法引入到时延估计方法中, 对多径时延、可变时延提高了时延估计的精度, 减小了计算量 and 提高了收敛速度<sup>[2-4]</sup>。本文将在研究大量时延估计文献的基础上, 对国内外时延估计的最新研究现状及各种算法进行研究和综述, 并对时延估计的各种算法进行简要说明, 分析各种算法之间的内部关系, 演化过程以及各自的特点, 在此研究基础上, 指出现有时延估计算法还需要研究的内容和进一步研究的思路。

## 2 广义相关时延估计方法

### 2.1 基本时延估计方法

在时延估计算法中, 相关法是最经典的时延估计方法, 它通过信号的自相关函数滞后的峰值估计信号之间延迟的时间差。这种方法简单易懂, 容易实现, 但它的不足之处是要求信号和噪声、噪声和噪声互

收稿日期: 2006-05-30; 修回日期: 2006-08-05

作者简介: 行鸿彦(1963-), 男, 山西人, 教授, 博士, 主要研究方向: 超声信号检测与处理, 时频分析与时延估计等。

通讯作者: 行鸿彦, E-mail: xinghy@nuist.deu.cn

不相关, 对非平稳信号和可变时延估计的估计误差大, 甚至不能估计。为此, 人们在不同方面对其进行了大量的研究。

## 2.2 广义加权相关时延估计

为了改进基本时延估计算法的缺陷, 在此基础上<sup>[1]</sup>提出了广义加权相关时延估计算法(GCC)。GCC 在作相关之前对接收信号进行预白处理, 增强了信号中信噪比较高的频率成分, 提高了信噪比, 从而提高了时延估计精度。具体方法是根据  $R_{y_1 y_2}^g(\tau) = F^{-1} [G_{y_1 y_2}(f)]$ , 即相关函数和功率谱密度函数是一对傅立叶变换对, 在频域利用不同的加权函数, 如 SCOT、Eckart、WP、ML、HB 等, 对功率谱密度函数进行加权处理, 从而实现信号的白化处理。由于广义相关法是相关法的一种扩展, 它仍然是统计学意义上的相关, 实现起来有一定的难度, 所以广义加权相关法一般用有限时间的函数值代替统计学上的时延真值, 作为相关函数的估值进行时延估计。但这种方法仍需信号和噪声的统计先验知识。此法中, Eckart 加权、WP 加权、ML 加权和 HB 加权的广义相关时延估计可以达到 CRLB。

## 2.3 广义相位谱时延估计

相关函数和功率谱密度函数是一对傅立叶变换对, 信号的相似性既可由相关函数在时域比较, 也可由功率谱密度函数在频域比较, 所以时延估计也可在频域实现。时延  $D$  通过傅立叶变换在频域上表现为功率谱密度函数的相位函数,  $\theta(f) = -2\pi fD$ , 从而通过相位函数对时延进行估计。同广义相关加权函数一样, 也可以用相位加权函数在频域对相位函数进行加权, 从而形成了广义相位谱时延估计方法。但也需要信号和噪声的统计先验知识, 并且仅适用于无噪声干扰或不相关高斯噪声干扰的情况。

## 2.4 自适应时延估计

为了克服广义相关时延估计算法需要信号和噪声先验知识的不足, B.Widrow 提出了自适应时延估计算法<sup>[5]</sup>。这种算法不需要获得信号和噪声的统计先验知识, 可以通过调整自身参数, 跟踪时变的时延。但当滤波器阶数高时, 存在计算量大, 收敛速度慢等缺点, 它是通过牺牲估计速度来放松对信号和噪声统计先验知识要求的。目前有关自适应时延估计法的改进算法有两种:

### (1) ETDE 及可变步长法

LMS 算法是通过权矢量的迭代将时延问题转化为滤波器的参数估计问题, 以两信号的最小均方误差为准则进行时延估计。当信噪比较低或测量环

境时变时, 滤波器阶数提高, 计算量增加。为了解决这个问题, 有人提出了频域时延估计和直接的时延估计方法(ETDE)等。ETDE 是一种带约束的时延估计方法<sup>[6]</sup>, 在这种算法中自适应滤波器采用  $N$  阶插值运算, 直接用瞬时时延估值代替滤波器权系数进行迭代, 减小了计算量。但是, 当测量环境时变时, 自适应滤波器既要跟踪变换的时延真值, 还要不断调整权矢量跟踪时变的信噪比, 从而降低了估计速度, 为此 H.C.Sø 提出了 ETDEG 算法, ETDEG 是在 ETDE 的基础上增加一个功率因子, 将时延和信噪比解耦, 用功率因子对变化的 SNR 进行跟踪, 提高了收敛速度, 达到无偏估计。为了既提高收敛速度又减小估计的失调量, 必须在收敛初期速度要快, 在达到稳态后收敛速度要慢, 就要采用可变步长法<sup>[7]</sup>, 一种方法是基于传统的 LMS 算法, 通过均方误差二分之一处梯度下降来连续的修正步长。另一种是快速调整方法, 利用在 ETDE 的基础上得到的均方误差的梯度下降来修正步长。另外, 通过 ETDEG 方法中功率因子的逐步收敛也可以对步长进行修正<sup>[8]</sup>。ETDE 及可变步长法适用于时变环境下信号的时延估计, 但存在低信噪比情况下时延估计精度不高的问题。

### (2) 基于拉格朗日插值的时延估计方法

ETDE 及其相关的时延估计方法对平稳带通信号进行时延估计时能取得很好的估计精度, 被证明是无偏的, 但是在对欠抽样窄带信号进行时间延迟估计时是有偏的, 它依赖于信号的频率和滤波器阶数。在此基础上发展了一种修正的拉格朗日直接时延估计算法<sup>[9]</sup>, 把修正的拉格朗日插值时延估计器同 EDTE 结合起来, 对已知中心频率的欠抽样窄带信号进行时延估计, 由于信号频率范围直接影响滤波器的阶数, 则它仅适用于信号频率变化范围有限的情况, 为此, 用截顶的 sinc 函数延迟滤波器的自适应系数因子(CAF)代替拉格朗日延迟滤波器的 CAF, 即形成了混合的修正拉格朗日直接时延估计算法<sup>[10]</sup>, 它能在很宽的频率范围之内用较小阶数的自适应滤波器进行时延估计, 并能达到无偏估计。

## 3 现代信号处理在时延估计算法中的应用

### 3.1 基于高阶统计量的时延估计方法

前面提及的时延估计算法都是建立在二阶矩基础上的, 它们有一个共同的缺陷就是信号模型中的噪声都是高斯白噪声且互相独立。但在实际应用中,

噪声可能是相关的,或者是非高斯的,此时二阶矩时延估计算法无法准确估计时延。基于高阶统计量的时延估计方法是利用高阶统计量处理接收信号,有效抑制高斯和非高斯有色噪声的影响而提高信噪比,在相关噪声条件下能获得比广义相关更好的时延估计性能。它分为三阶统计量和四阶统计量,它们的傅立叶变换分别为双谱和三谱。

### (1) 基于三阶统计量的时延估计法

高斯过程高于二阶的累积量恒等于零,当信源为非高斯信号,加性噪声为零均值的高斯噪声时,可以用三阶统计量进行未知的高斯噪声环境中的非高斯信号的时间延迟估计。它是通过对时延信号和基本信号进行自三阶统计量和互三阶统计量计算,比较两路信号的相似性来进行时间延迟的估计<sup>[11]</sup>。这种方法涉及到矩阵求逆,在一些条件下,由于矩阵是病态的,无法进行时间延迟的估计。把三阶统计量时延估计法在频域实现即互双谱时延估计法,用互双谱法进行时间延迟时,其时延估计算法的性能受样本分析长度、信号双相干系数、SNR 和噪声相关性的影响<sup>[12]</sup>。同广义位谱法相似,基于互双谱的时延估计算法也可以在频域用基于相位谱的相干函数进行广义加权处理以提高时延估计的精度。为了减小计算量,还可对信号进行加窗处理<sup>[13]</sup>。高阶累积量一个显著的缺陷是计算量大,特别是在时变时延情况下,为解决此问题,可以把高阶统计量的时延算法同自适应的时延估计结合起来<sup>[14]</sup>,首先得到参考信号的自三阶累积量以及参考信号和时延信号的互三阶累积量,再把这两个累积量输入到自适应滤波器的输入端进行自适应计算,这样就可以跟踪相关噪声背景下的时变时延了。

### (2) 基于四阶统计量的时延估计法

对高斯信号在未知的相关非高斯噪声环境中时延估计时,先对两个接收信号进行四阶统计量的计算<sup>[15]</sup>,从四阶统计量中可获得噪声的相关性,这样就可以进行相关的非高斯噪声环境下高斯信号的时间延迟估计了。Ying-Chang Liang 提出的基于高阶累积量(可以高于四阶)的时延估计方法<sup>[16]</sup>,可以抑制空间相关噪声从而进行非高斯信号的多径时延估计,也可以抑制空间相关的非高斯噪声而进行高斯信号的多径时延估计,但在高斯噪声和非高斯噪声两种不同情况下需要不同的处理步骤。虽然这种方法在一定条件下能获得比较理想的时延估计精度,但是却必须有高的滤波器阶数,这样计算量就会很大。

## 3.2 基于小波变换的时延估计方法

由广义相关时延估计法的特性可知,它不适用于非平稳信号的时延估计,把小波变换引入时延估计中是近年来的重要研究方向。小波变换具有信噪分离和多尺度分析的性质,是处理非平稳信号的有力工具,在此基础上,发展了基于小波变换的广义相关时延估计方法<sup>[2]</sup>。把小波变换和广义相关时延估计算法结合起来,提出了基于基小波的二次加权法。利用基小波在不同尺度下的频谱  $\psi^*(a\omega)$  对功率谱密度函数  $G_{x_1x_2}(\omega)$  进行加权。然后再用小波对互相关函数进行加权,去除噪声对估计精度的影响。这种方法能很好的提高有色噪声条件下的非平稳信号的时延估计精度。但是这种方法还是要求获得信号和噪声的统计先验知识。

在对超声波发射的脉冲和返回信号的时间延迟估计中可以利用小波变换进行计算<sup>[17]</sup>,一种方法是在固定频率的基础上,计算发射信号和延迟信号的小波系数,时间延迟就从两者小波系数的协方差的峰值来估计得到;另一种方法是计算发射信号和延迟信号的正交小波变换,通过其峰值直接得出时延估值。在处理多径时延问题时<sup>[18]</sup>和<sup>[19]</sup>同样提出了利用小波变换的特性来进行时延估计。假设信号是零均值、非高斯的带限信号  $x(n)$ ,经过多径传播之后为

$$y(n) = \sum_{i=1}^S \{h_i(n) * x(n - D_i)\} + v(n)$$

其中  $h_i(n)$  是未知  $i$  个系统的脉冲响应,  $D_i$  是多径延时真值,  $v(n)$  是空间相关的高斯噪声,首先对两路信号  $x(n)$ 、 $y(n)$  分别做  $M$  波段的离散小波变换进行信号的分离,然后对二者做三阶统计量计算去除相关高斯噪声的影响后输入子带自适应滤波器进行时延估计。实现的方法是先用频域解卷积的方法把时延估计问题转化为在非平稳白色噪声中复杂正弦信号的频率估计问题,用小波进行去噪,然后应用 TLS-ESPRIT 算法估计时延。基于小波变换的时延估计在超宽带雷达信号的时间延迟估计中应用比较广泛。

## 3.3 基于时频分析的时延估计方法

在很多实际应用中,信号经过传输后不仅有时间的延迟也有频率的多普勒移位,为了准确定位目标,须进行信号延时和多普勒频移联合估计,传统时延估计方法无法满足估计要求,所以将现代信号处理中的时频分析引入时延估计算法中来解决此问题<sup>[20]</sup>,因为信号的 Wigner 分布是信号能量的时间-频率分布。首先信号是共轭的带通信号,信号  $s_0(t) = a(t)e^{j\omega_c t}$  经过时间延迟和多普勒移动后,变为  $S_R = a(t - t_0)e^{j(\omega_c + \omega_d)(t - t_0)}$ ,其中,假设包络  $a(t)$  是实数,对称

的, 能量为 1。上述信号进行检波和低通滤波之后, 同  $a(t)$  进行 Wigner 分布的计算, 获得 Wigner 分布的最大值  $t = \frac{t_0}{2}$ ,  $\omega = \frac{\omega_A}{2}$ , 实现了时间延迟和多普勒频移的计算。此法也可对零均值高斯噪声条件下的信号进行估计, 在理论上能达到克拉美罗下界, 关键是应用联合时频分析方法构造最佳  $a(t)$  来设计信号。

### 3.4 基于模糊函数的时延估计方法

同 Wigner 分布相似, 模糊函数也是现代信号处理中一个很重要的算法, 把模糊函数和时延估计算法结合, 发展了很多联合估计时延和多普勒频移的算法。基于 RAT(Radon-ambiguity transform) 的算法<sup>[21]</sup>结合了窄带模糊函数(NAF), 宽带模糊函数(WAF)和 Radon 变换(RT), 在噪声环境中进行多目标的估计。窄带模糊函数的主脊是一些直线, 它们的斜率由目标多普勒率决定。但是通过计算 NAF 所有可能的到达角的 RT 来计算这些主脊线在实际中是不可能的, 通过 NAF 的适当映射, 用一个 RAT 就可以估计目标的参数, 而不用计算所有的 RAT。在高信噪比的情况下, 这种方法能成功分离重叠信号。

### 3.5 其他算法

随着时延估计算法的不断发展, 又涌现了很多新的算法。利用信号相位匹配原理估计的线谱相位数据时延估计和广义相关时延估计相结合的时延估计方法<sup>[22]</sup>; 把离散时间序列扩充为周期序列, 然后根据周期序列的相关原理, 用循环相关法进行时间延迟估计<sup>[23]</sup>; 通过窄带信号的二次抽样的互协方差函数的最大化来进行时间延迟估计<sup>[24]</sup>; 基于遗传算法的时延估计方法<sup>[25]</sup>, 利用遗传算法的特性, 进行多点搜索最优解, 将之与 LMS 算法结合起来进行时延估计, 减少了计算量, 克服了过早收敛的问题, 特别适合于野外恶劣的环境。

## 4 宽带信号的时延估计及克拉美罗下界

### 4.1 宽带信号时延估计方法<sup>[3, 4, 26]</sup>:

在传统的时延估计方法中, 通常考虑的信号模型是满足平坦谱条件的窄带信号, 对窄带信号进行时延估计时, 时延估计的均方误差反比于信号等效带宽的平方, 即要获得高的时延估计精度, 就要采用带宽较大的窄带信号。但对宽带信号进行时延估计时, 如果应用传统的时延估计方法, 时延估计的精度不能得到保证。假设宽带信号及其延时信号模型为

$$\begin{cases} x_1(t) = s(t) + n_1(t) \\ x_2(t) = Ks(\alpha(t - \tau)) + n_2(t) \end{cases}$$

其中  $K$  是信号衰减常数, 当  $\alpha$  是 1 时, 信号即为传统的窄带信号, 可以用一些经典算法进行时延估计, 当  $\alpha$  不为 1 时, 这时不能用传统的 GCC 的方法进行信号的时延估计了。在此基础上, 可以引入伸缩因子后求相关, 补偿了参考信号和时延信号的尺度伸缩匹配关系, 这样就可以使两者的相关函数在  $\tau = \tau_0$  取得最大, 从而保证时延估计的精度。用 GCC 的方法对宽带信号进行时延估计时, 除了估计精度外还要考虑计算量的大小问题, 假设在一个分段时间内进行以  $T$  为抽样间隔进行抽样, 把这段时间  $T_w$  称为一个单元, 然后对每个单元中的信号进行相关计算, 把每一个相关值同一个确定的下限值作比较, 以最大似然估计的方法证明相关所得是峰值点。就可大大减小计算量。宽带信号经过传输后很容易造成多普勒频移, 用传统的方法进行时延估计时, 估计精度不能保证, 为了克服此缺点, 目前较先进的方法是把现代信号处理中的小波变换和模糊函数引入到时延估计方法中, 利用小波变换和模糊函数多尺度分析的性质, 保证宽带信号时延估计的精度。Jin 和 Niu 等提出了基于小波的宽带互模糊函数算法, 其基本思想是对  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  进行互小波变换得  $W(\tau, \alpha)$  在  $\tau = \tau_0, \alpha = \alpha_0$  时取得最大值。若噪声是相关的, 此方法就不能得到精确的估计结果, 可将小波和高阶累积量结合, 利用高阶小波累积量克服相关噪声所引起的困难。

### 4.2 时延估计的克拉美罗下界(CRLB)

在时延估计问题中常采用 CRLB 作为估计性能的极限, 即作为时间延迟估计有效性的一种度量。CRLB 一般表示为<sup>[27]</sup>

$$\sigma_{\text{CRLB}}^2 = \frac{1}{E[\frac{d^2 \ln p(x|\tau)}{d\tau^2}]_{\tau=\tau_0}}$$

在时延估计领域, 对克拉美罗下界的研究和分析有很多, 根据所处理信号的不同, 许多克拉美罗下界也有很多表达方式。在对超宽带(UWB)信号的研究中, 把单脉冲的 UWB 信号放在不同状况下对其 CRLB 进行分析<sup>[28]</sup>, 对于时延, 多普勒频移的联合估计的 CRLB<sup>[29]</sup>分析一般是从 Fish 矩阵入手, 利用 Toeplitz 矩阵与循环矩阵的渐进等效性, 以及所有循环矩阵可以由离散傅立叶变换矩阵同时对角化性质, 渐进推导所得。

## 5 总结

随着时延估计在许多领域的广泛应用, 对时延估计算法的计算量和估计精度提出了越来越高的要求,

为了适应这种要求,利用现代信号处理理论改进和发展新的时延估计算法的研究工作成为了信号处理研究的一个热点。在自适应时延估计算法中,主要研究提高滤波器收敛速度的方法。在多径时延估计中,主要研究高分辨时延估计方法。对非平稳信号的时延估计一般把现代信号处理方法引入时延估计算法中,高精度的估计低信噪比环境下信号的时延。把神经网络、混沌理论与遗传算法引入时延估计领域,进行微弱信号时延估计,也是近年来开展的几个研究方向。随着信号处理理论不断完善和发展,还会出现越来越多的新的时延估计算法和新的研究方向。

本文是江苏省“青蓝工程”中青年学术带头人基金资助项目。

#### 参 考 文 献

- [1] Knapp C H, G C Carter. The generalized correlation method for estimation of time delay[J]. IEEE Trans. Acoust, Speech, Signal Processing, 1976, 24(8): 320-327.
- [2] 行鸿彦, 刘照泉, 万明习. 基于小波变换的广义相关时延估计算法[J]. 声学学报, 2002, 27(1): 88-93.  
XING Hongyan, LIU Zhaoquan, WAN Mingxi. The generalized correlation algorithm for estimation of time delay based on Wavelet Transform[J]. ACTA ACUSTICA. 2002, 27(1): 88-93.
- [3] 詹毅, 马长征, 梁昌洪. 宽带相关信号的参数估计问题[J]. 西安电子科技大学学报, 1999, 26(4): 466-470.  
ZHAN Yi, MA Changzheng, LIANG Changhong. Estimation of the parameters of wide-band correlative signals[J]. Journal of Xidian University, 1999, 26(4): 466-470.
- [4] Y Bar shalom, F Palmieri. Analysis of wide-band cross correlation for time-delay estimation[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 1993, 41(1): 385-398.
- [5] Widrow B, Stearn S D. Adaptive signal processing[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall. Inc. 1993.
- [6] SO H C, CHING P C, CHAN Y T. A new algorithm for explicit adaptation of time delay[J]. IEEE Trans. Signal Process, 1994, 42(7): 1816-1820.
- [7] Saul D, Asoke K N. Subsample time delay estimation with variable step size control[J]. Elsevier Signal Processing, 2000, 80: 343-347.
- [8] 夏崔春, 钱进. 可变步长自适应时延估计方法研究[J]. 声学 & 电子工程, 2004, 76: 24-27.  
XIA Cuichun, QIAN Jing. Study for the algorithm of variable step size adaptive time delay estimation[J]. Acoustics and Electronics Engineering, 2004, 76: 24-27.
- [9] Saul R Dooley, Asoke K Nandi. Adaptive subsample time delay estimation using lagrange interpolators[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1999, 6(3): 65-67.
- [10] ZHENG Cheng, Tjeng Thiang Tjhung. A new time delay estimator based on ETDE[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(7): 1859-1869.
- [11] Nikias C L, Pan R. Time delay estimation in unknown Gaussian spatially correlated noise[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing, 1988, 36: 1706-1714.
- [12] Hinich M J, Wilson G R. Time delay estimation using the cross bispectrum[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1992, 40(1): 106-113.
- [13] Wu Y. Time delay estimation of non-Gaussian signal in unknown Gaussian noises using third-order cumulants. [J]. IEEE Electronics letters, 2002, 38(16): 930-931.
- [14] 王昭, 赵俊涓, 陈钟. 一种空间相关高斯噪声背景下的时变时延估计算法[J]. 电子与信息学报, 2003, 25(6): 728-734.  
WANG Zhao, ZHAO Junwei, CHEN Zhong. A kind of time delay variant time delay estimation method under spatially correlated Gaussian noise[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2003, 25(6): 728-734.
- [15] TANG Guanghua, CHEN Qi, LIU Guosui. Time delay estimation of gaussian signal in non-gaussian spatially correlated noise[J]. IEEE Int. Conf. Neural Networks & Signal Processing, 2003: 14-17.
- [16] LIANG Yingchang, A Rahim Leyman. Time delay estimation using higher order statistics[J]. IEEE Electronics Letters, 1997, 33(9): 751-753.
- [17] C Guetbi, et al. Methods based on wavelets for time delay estimation of ultrasound signals[J]. IEEE, 1998, 3: 113-116.
- [18] Park H S, Nam S W. Time-delay estimation using M-band wavelet transform and projection cross-correlation[J]. IEEE Electronics Letters, 2002, 38(9): 438-440.
- [19] Lichun Li, Chongsen Ran, Feng Wei. High resolution time-delay estimation based on wavelet denoising[J]. IEEE, 2004, 7: 876-879.
- [20] Kon Max Wong, et al. Design of optimum signals for the simultaneous estimation of time delay and doppler shift [J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 1993, 41(6): 2141-2154.
- [21] Md. Raihan Sharif, Saman S. Abeysekera. Efficient wideband sonar parameter estimation using a single slice of radon-ambiguity transform[J]. IEEE ICASSP, 2005: 605-608.
- [22] 孙进才, 朱维杰, 肖卉, 等. 基于信号相位匹配原理的广义相关时延估计[J]. 自然科学进展, 2005, 15(1): 103-109.  
SUN Jincai, ZHU Weijie, XIAO Hui, et al. The generation correlation time delay estimation based phase matching [J]. Progress in Natural Science, 2005, 15(1): 103-109.
- [23] 李大卫, 尹成, 马洪艳. 时间延迟估计的循环相关法[J]. 西安石油大学学报(自然科学版), 2005, 20(2): 65-68.  
LI Dawei, YIN Chen, MA Hongyan. Circular correlation method of time delay estimation[J]. Journal of Xi'an Shiyou University(Natural Science Edition), 2005, 20(2): 65-68.
- [24] Johann F. Bohme. Time delay estimation by cross-covariance maximization of quadrature sampled narrowband signals[J]. Int. J. Electron. Commun. (AEU), 2004, 58: 13-20.
- [25] 童峰, 许尚梅, 许天增. 基于遗传算法的超声信号 LMS 自适应时延估计[J]. 应用声学, 2000, 19(4): 26-30.  
TONG Feng, XU Xiaomei, XU Tianzeng. Genetic algorithms based LMS adaptive time delay estimation of ultrasonic signal[J]. Applied Acoustics, 2000, 19(4): 26-30.
- [26] 张卫强, 陶然. 基于高阶小波累量的时间延迟和多普勒伸缩联合估计[J]. 电子学报, 2005, 33(3): 549-552.  
ZHANG Weiqiang, TAO Ran. Higher-order wavelent based approach for joint time delay and Doppler stretch estimation[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(3): 549-552.
- [27] 王宏禹, 邱天爽. 自适应噪声抵消与时间延迟估计[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1999.  
WANG Hongyu, QIU Tianshuang. Adaptive noise cancellation and time delay estimation[M]. Dalian: Dalian University of Technology Press. 1999.
- [28] ZHANG J, Kennedy R A, Abhayapala T D. Cramer-rao lower bounds for the time delay estimation of UWB Signals[J]. IEEE Communications Society, 2004: 3424-3428.
- [29] 尹成友, 徐善驾, 王东进. 时延估计的克拉美罗下界的渐近分析[J]. 应用科学学报, 1998, 16(2): 140-148.  
YIN Chengyou, XU Shanjia, WANG Dongjin. On the asymptotic analysis of cramer-rao bound for time delay estimation[J]. Journal of Applied Sciences, 1998, 16(2): 140-148.