

声场分解的均匀圆阵实值 MUSIC 算法

张 成, 陈克安

(西北工业大学航海学院, 西安 710072)

摘要: 经典方位角估计算法中未考虑阵列安装支架对阵列接收信号的影响, 实际中阵列安装支架必然会对阵列接收信号产生影响。以环绕在刚性球上的均匀圆阵为阵列模型, 在对声场特性的分析中将声学原理和阵列信号处理技术相结合, 探讨了存在刚性球形障碍物时的声源方位角估计问题。首先从声学理论出发, 分析了刚性球体散射声场及声场分解, 讨论了刚性球体对圆阵响应的影响; 进而结合阵列信号处理技术, 在对声场分解所得到的特征波束空间, 利用实值 MUSIC 算法实现了声源方位角估计。计算机仿真表明, 该算法能较好地估计出空间多个声源的方位角, 且计算量小, 估计精度高, 具有解相关声源的能力。

关键词: 均匀圆阵; 声场分解; 特征波束; 方位角估计; MUSIC

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2008)-03-0428-05

Unitary MUSIC algorithm based on sound field decomposition for UCA

ZHANG Cheng, CHEN Ke-an

(College of Marine, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Classical array signal processing algorithms used in acoustic source localization systems have been successfully used for direction of arrival (DOA) estimation in free field. In practices, array elements are mounted on some stands, which may influence received signals. Using the array model of a uniform circular microphone array (UCA) mounted on a rigid spherical baffle, the problem of direction of arrival of acoustic sources with rigid spherical baffles is discussed based on classical array signal processing and classical acoustics theory. The scattering sound field and its decomposition on the baffle are analyzed in detail based on the principles of wave propagation and scattering theory. The influence of the baffle on the UCA response is analyzed simultaneously. In the eigen-beam space derived from the decomposed sound field in spherical coordinates, bearing estimation of acoustic sources is realized by using a novel formulation of MUSIC algorithm. Computer simulations show that the algorithm has the ability of estimating the bearings of multi-acoustic sources and processing coherent acoustic sources with low computational load and high performance.

Key words: UCA (uniform circular microphone array); sound field decomposition; eigen-beam; bearing estimation; MUSIC

1 引 言

阵列信号处理技术作为信号处理领域的一个重要分支, 在雷达、声呐、通信等领域得到了广泛的

收稿日期: 2007-06-03; 修回日期: 2007-09-08

作者简介: 张成(1975-), 男, 山东人, 博士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理, 目标定位。

通讯作者: 张成, E-mail: zhangcheng001@mail.nwpu.edu.cn

应用, 运用传声器阵列对声源进行方位角估计是其中的热点问题之一。声源方位角估计算法中, 经典 MUSIC 算法^[1]和 ESPRIT 算法^[2]受到广泛关注。在阵列模型的选择上, 均匀圆阵因具有可同时对方位角和俯仰角估计以及 360° 的方位角观察范围等优点, 在实际工程中被广泛采用, 形成了一些较为成熟的算法^[3]。但是, 这些算法没有考虑障碍物对阵列响应的影响。实际中阵列总是安装在一定的物体上,

物体对阵列接收信号会产生影响,例如,头盔式目标定位仪和助听装置等,身体(尤其是头部)对阵列周围声场会产生作用,进而影响到阵列对接收信号的响应。针对存在障碍物条件下的声源方位角估计问题,现有的方法立足于声学理论,结合阵列信号处理技术来寻求适当的算法。文献[4]以环绕在刚性球上的均匀圆阵为阵列模型,用白噪声增益和指向性指数作为性能评价指标分析了其波束形成性能,得到了比自由场中均匀圆阵更好的低频和三维波束性能。文献[5]以镶嵌在刚性圆柱上的均匀圆阵为阵列模型,提出了特征波束空间 ESPRIT 算法(EB-ESPRIT)。但该算法计算量大,且当声源相关时不能正确估计出声源方位角,不利于实际工程应用。

本文以环绕在刚性球上的均匀圆阵为阵列模型,首先分析了刚性球体散射声场、声场分解,以及刚性球体对圆阵响应的影响;进而在声场分解所得到的特征波束空间,利用实值 MUSIC 算法实现了声源方位角估计;最后对算法性能进行了计算机仿真验证。

2 刚性球散射声场及其分解

假设一半径是 r_m 的均匀圆阵环绕在一半径是 R 的刚性球上,见图 1。

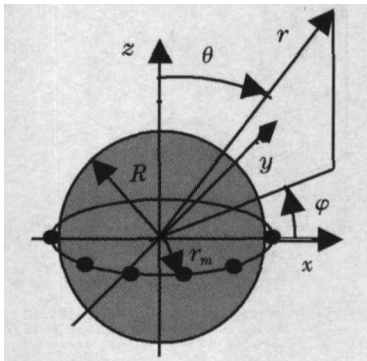


图 1 环绕在刚性球上均匀圆阵模型

Fig.1 Geometric model of a UCA mounted on a rigid spherical baffle

为了研究均匀圆阵的响应特性,首先研究远场声源入射下刚性球散射声场。假定声波从 (θ, φ) 方向入射到球体上,则球坐标系下散射声场声压为^[6]

$$P(r, \theta, \varphi) = P_i + P_s = D \sum_{n=0}^{\infty} B_n(kr) P_n(\cos \Theta) \quad (1)$$

其中,

$$B_n(kr) = (2n+1)(-j)^n \left(J_n(kr) - \frac{J'_n(kR)}{H'_n(kR)} H_n(kr) \right) \quad (2)$$

P_i, P_s 分别是入射声压和散射声压, D 是声压幅度, (r, θ, φ) 是声压观察点的球坐标, k 是波数 ($k=2\pi f/c$, f 是声波频率, c 是声速), $J_n(\cdot), H_n(\cdot)$ 分别是 n 阶贝塞尔函数和 n 阶汉克尔函数, $J'_n(\cdot), H'_n(\cdot)$ 分别是 n 阶贝塞尔函数和 n 阶汉克尔函数的一阶微分, $P_n(\cdot)$ 是勒让德函数, Θ 是声波入射角 (θ, φ) 和声压观察点之间的夹角。式中省略了声压中依赖于时间的部分。

考虑阵元位置 $(r_m, \theta_m, \varphi_m)$ 处的声压^[4],

$$P_n(\cos \Theta) = \sum_{q=-n}^n \frac{(n-|q|)!}{(n+|q|)!} P_n^q(\cos \theta) \times P_n^q(\cos \theta_m) \times e^{jq(\varphi-\varphi_m)} \quad (3)$$

对声压幅度进行归一化处理,则式(1)化为

$$G = P(r_m, \theta_m, \varphi_m) / D = \sum_{n=0}^{\infty} B_n(kr_m) \sum_{q=-n}^n \frac{(n-|q|)!}{(n+|q|)!} \times P_n^q(\cos \theta) \times P_n^q(\cos \theta_m) \times e^{jq(\varphi-\varphi_m)} \quad (4)$$

可看作声源 (θ, φ) 至阵元位置 $(r_m, \theta_m, \varphi_m)$ 的声场传递函数。

下面讨论声场分解,首先考虑连续圆阵情况。设声波入射角 $\theta = \pi/2$, 连续圆阵环绕在刚性球赤道面上,即 $\theta_m = \pi/2$, 则连续圆阵响应可表示为

$$F_p(kr_m, \varphi) \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w(f, \varphi_m) G e^{-j p \varphi_m} d\varphi_m \quad (5)$$

其中 $w(f, \varphi_m)$ 是依赖于频率的权函数。上式可看作连续圆阵加权声压分布的第 p 个傅立叶级数的系数。考虑各向同性连续圆阵,即 $w(f, \varphi_m) = 1$, 并利用指数函数的正交性,式(5)化为

$$F_p(kr_m, \varphi) = \sum_{n=p}^{\infty} B_n(kr_m) \frac{(n-|p|)!}{(n+|p|)!} \cdot P_n^p(0) P_n^p(0) e^{-j p \varphi} \quad (6)$$

令

$$C_p(kr_m) = \sum_{n=p}^{\infty} B_n(kr_m) \frac{(n-|p|)!}{(n+|p|)!} P_n^p(0) P_n^p(0) \quad (7)$$

得到

$$F_p(kr_m, \varphi) = C_p(kr_m) e^{-j p \varphi} \quad (8)$$

式(8)中 $F_p(kr_m, \varphi)$ 就称为声场分解的第 p 阶特征波束。特征波束最大阶次 N 满足: $N \leq [kr_m]$ ($[\cdot]$ 表示取最大整数)^[3]。声场分解的前 5 阶特征波束幅度响应 $(20 \lg |F_p(kr_m, \varphi)|)$ 曲线如图 2 所示。当不存在刚性球体时,圆阵处只有入射声压,式(2)变为^[6]

$$B_n(kr) = j^n J_n(kr) \quad (9)$$

根据上面同样的推导方法,可得到无刚性球时特征波束幅度响应曲线,见图 3。由图 2、3 可以看出,不

存在圆柱体时,所有的特征波束幅度响应对应于贝塞尔函数的特性表现出周期性的零点,因此,如果有用信息处在特征波束幅度响应零点所对应的频率附近,将会丢失部分有用信息,不利于信号的检测和后期处理。存在刚性球时,特征波束幅度响应曲线周期性的零点消失了,这使得宽带信号对应不同频率的信息均能被检测到,利于宽带信号的处理。因此,这种特性对于处理宽带信号有非常大的应用价值。

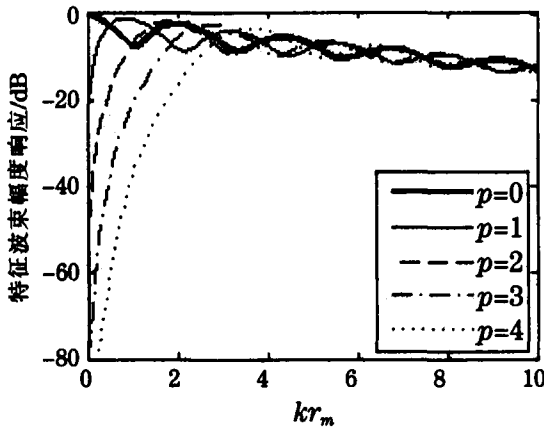


图2 刚性球上连续圆阵特征波束幅度响应曲线

Fig.2 Eigenbeam magnitude response of a UCA mounted on a rigid spherical baffle

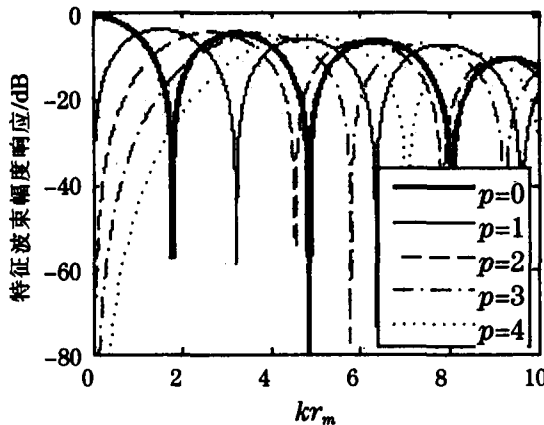


图3 无刚性球时连续圆阵特征波束幅度响应曲线

Fig.3 Eigenbeam magnitude response of a UCA in free field

实际中需要对连续圆阵进行空间采样,得到^[3]

$$F_p(kr_m, \varphi) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} F_p e^{j \frac{2\pi m}{M} p} = C_p(kr_m) e^{-j p \varphi} + \varepsilon_n \quad (10)$$

上式中的第二项是对连续圆阵采样所产生的误差。当 $M \geq 2N$ 时,这种误差可忽略^[3],得到

$$F_p(kr_m, \varphi) = C_p(kr_m) e^{-j p \varphi} \quad (11)$$

3 特征波束空间实值 MUSIC 算法

基于上述声场分解可得到 $L=2N+1$ 个特征波束。对式(11)中特征波束依赖于频率的部分进行补

偿,令

$$F_p(\varphi) = \frac{F_p(kr_m, \varphi)}{C_p(kr_m)} \approx e^{-j p \varphi} \quad (12)$$

变换后的各特征波束构成了一虚拟线阵。假定空间中有 d 个声源入射到均匀圆阵上,则虚拟线阵输出为

$$y_{EB}(t) = A s(t) + u(t) \quad (13)$$

其中, $A = [a(\varphi_1), \dots, a(\varphi_d)]$ 是特征波束空间虚拟线阵响应矩阵, $a(\varphi_i) = [F_{N1}(\varphi_i), \dots, F_{N1}(\varphi_i)]^T, i=1, \dots, d, (\cdot)^T$ 表示转置, $s(t) = [s_1(t), \dots, s_d(t)]^T$ 是声源信号向量, $u(t) = [u_1(t), \dots, u_L(t)]^T$ 是空间高斯白噪声向量。式(13)写成矩阵形式为

$$Y_{EB} = AS + U \quad (14)$$

其中: Y_{EB} 是 $L \times K$ 阶特征波束阵列输出数据矩阵 (K 是快拍数), A 是 $L \times d$ 阶特征波束阵列响应矩阵, S 是 $d \times K$ 阶信号矩阵, U 是 $L \times K$ 阶空间白噪声矩阵。特征波束空间数据协方差矩阵为

$$R_{EB} = E[Y_{EB} Y_{EB}^H] = A R_s A^H + \sigma^2 I \quad (15)$$

式中, $R_s = E[SS^H]$ 是声源信号协方差矩阵, σ^2 是白噪声功率, I 是 L 阶单位阵, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。实际中数据协方差矩阵 R_{EB} 只能由有限次快拍 K 近似得到

$$\hat{R}_{EB} = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^K y_{EB}(n) y_{EB}^H(n) \quad (16)$$

对 \hat{R}_{EB} 进行奇异值分解可得到 L 个特征值, $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_d > \lambda_{d+1} = \dots = \lambda_L = \sigma^2$, 其中较大的 d 个特征值对应的特征向量 $\{e_1, \dots, e_d\}$ 张成信号子空间, 较小的 $L-d$ 个特征值对应的特征向量 $\{e_{d+1}, \dots, e_L\}$ 张成噪声子空间。式(16)可表示成

$$\hat{R}_{EB} = E_s \Lambda_s E_s^H + \sigma^2 E_u E_u^H \quad (17)$$

其中, $\Lambda_s = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_d), E_s = \text{span}\{e_1, \dots, e_d\}, E_u = \text{span}\{e_{d+1}, \dots, e_L\}$ 。利用信号子空间和噪声子空间正交, 以及信号子空间和响应向量张成相同子空间的关系, 构造特征波束空间 MUSIC 空间谱函数

$$P_{EB-MUSIC}(\varphi) = \frac{1}{a^H(\varphi) E_u E_u^H a(\varphi)} \quad (18)$$

进行谱峰搜索, 最大谱峰对应的角度即是声源方位角^[1], 此算法称作特征波束空间 MUSIC 算法 (EB MUSIC)。该算法计算量较大, 为了降低计算量, 构造中心对称 Hermitian 矩阵^[7]

$$R_{EB} = \frac{1}{2} (R_{EB} + \tilde{I}_L R_{EB}^* \tilde{I}_L) = A \tilde{R}_s A^H + \sigma^2 I \quad (19)$$

其中, $\tilde{R}_s = 1/2 (R_s + T R_s^* T^H), T = \text{diag}(e^{j(L-1)\varphi}, \dots, e^{j(L-1)\varphi}), (\cdot)^*$ 表示取共轭, \tilde{I} 是交换矩阵 (仅副对角线上元素为 1, 其余元素为 0)。式(19)对数据协方差矩阵进行了前后向平滑, 相当于快拍数增加了一倍。引入

酉矩阵^[8]

$$\mathbf{Q}_{2l} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_l & \mathbf{jI}_l \\ \bar{\mathbf{I}}_l & -\mathbf{jI}_l \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{Q}_{2l+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_l & 0 & \mathbf{jI}_l \\ 0^T & \sqrt{2} & 0^T \\ \bar{\mathbf{I}}_l & 0 & -\mathbf{jI}_l \end{bmatrix} \quad (21)$$

其中, \mathbf{I}_l 是 l 阶单位阵, \mathbf{j} 是虚数单位。利用酉矩阵对复数据矩阵 \mathbf{R}_{FB} 进行变换, 得到实数据矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{Q}_L^H \mathbf{R}_{FB} \mathbf{Q}_L \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{Q}_L^H \mathbf{R}_{Y_n} \mathbf{Q}_L + \mathbf{Q}_L^H \bar{\mathbf{I}}_L \mathbf{R}_{Y_n}^* \bar{\mathbf{I}}_L \mathbf{Q}_L) \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{Q}_L^H \mathbf{R}_{Y_n} \mathbf{Q}_L + (\mathbf{Q}_L^*)^H \mathbf{R}_{Y_n}^* \mathbf{Q}_L) \\ &= \text{Re}(\mathbf{Q}_L^H \mathbf{R}_{Y_n} \mathbf{Q}_L) \end{aligned} \quad (22)$$

特征波束阵列响应向量变换为 $\mathbf{a}_U(\varphi) = \mathbf{Q}_L^H \mathbf{a}(\varphi)$ 。对 \mathbf{R} 进行奇异值分解, 得到信号子空间和噪声子空间, $\mathbf{G}_s = \{\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_d\}$, $\mathbf{G}_n = \{\mathbf{g}_{d+1}, \dots, \mathbf{g}_L\}$, 构造特征波束空间实值 MUSIC 空间谱函数

$$P_{\text{EBU-MUSIC}}(\varphi) = \frac{1}{\mathbf{a}_U^H(\varphi) \mathbf{G}_n \mathbf{G}_n^H \mathbf{a}_U(\varphi)} \quad (23)$$

最大谱峰对应的角度即是声源方位角^[1]。上述算法称作特征波束空间实值 MUSIC 算法 (EBU-MUSIC), 该算法通过实值化处理, 使对数据协方差矩阵进行奇异值分解的运算在实数域进行, 大大节约了计算量。同时, 实值化处理过程中对协方差矩阵进行了前后向平滑, 相当于数据快拍数增加了一倍, 因此, 该算法在小快拍数情况下具有更好的参数估计性能, 且具有解相关声源的能力。

4 计算机仿真及分析

均匀圆阵由 16 个阵元组成, 环绕在半径 0.085 米的刚性球上, 传声器半径为 0.008m, 则均匀圆阵半径 $r_m = 0.093\text{m}$ 。三个窄带声源中心频率为 3.3kHz, 方位角分别是 $-64^\circ, -33^\circ, 17^\circ$, 对应 $kr_m = 5.61$ 。因此, 声场分解的特征波束最高阶次 $N=5$ 。仿真计算结果均取 200 次独立试验的平均结果。

情况 1: 三个声源为独立声源, 数据长度取 300 个快拍数, 信噪比为 10dB。图 4 是利用 EB-MUSIC 算法和 EBU-MUSIC 算法得到的空间谱。可以看出, 独立声源条件下, 两种算法均能分辨出声源的方位角, 并且 EBU-MUSIC 算法谱峰更高一些, 比 EB-MUSIC 算法的空间谱峰高出约 5dB~10dB。

情况 2: 三个声源为独立声源, 信噪比均为 10dB。

图 5 是两种算法方位角估计均方根误差随快拍数的变化关系。可以看出, EBU-MUSIC 算法具有更高的估计精度, 小快拍数时更加明显。

情况 3: 三个声源为独立声源, 快拍数均为 300。图 6 是两种算法方位角估计均方根误差随信噪比的变化关系。可以看出, 低信噪比时, EBU-MUSIC 算法估计精度较高。

情况 4: 方位角 -64° 和 -33° 的两个声源为相关声源, 方位角 17° 的声源为独立声源, 其他条件同情况 1。图 7 是利用两种算法得到的空间谱图。可以看出, EBU-MUSIC 算法能分辨出两相关声源的方位角, 且具有较高的谱峰, 而 EB-MUSIC 算法已分辨不出两相关声源。图 8 是两种算法对两相关声源方位角估计的均方根误差随相关系数的变化关系。可以看出, EB-MUSIC 算法均方根误差随相关系数的增大而增大, 不具有解相关声源的能力, 而 EBU-MUSIC 算法受相关系数的影响较小, 对相关声源仍然有效, 这与图 7 的结论是一致的。

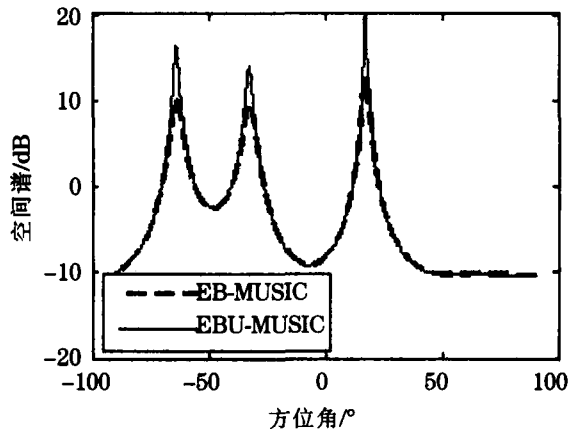


图 4 独立声源空间谱
Fig.4 Spatial spectrum of independent sources

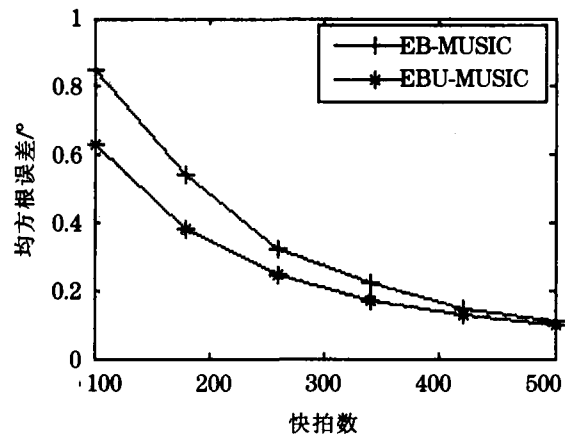


图 5 独立声源均方根误差随快拍数变化关系
Fig.5 RMSE of independent acoustic sources as a function of the number of snapshots

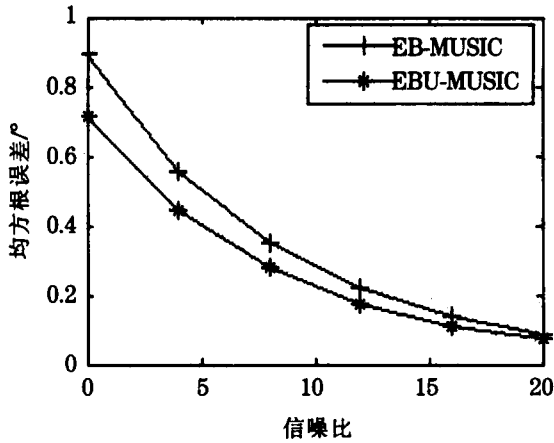


图6 独立声源均方根误差随信噪比变化关系

Fig.6 RMSE of independent acoustic sources as a function of the SNR

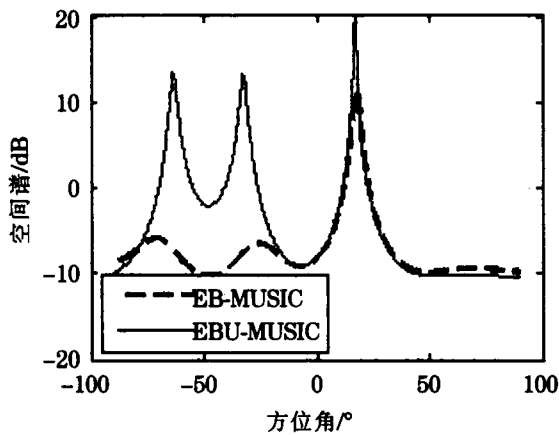


图7 两相干声源空间谱

Fig.7 Spatial spectrum of correlated sources

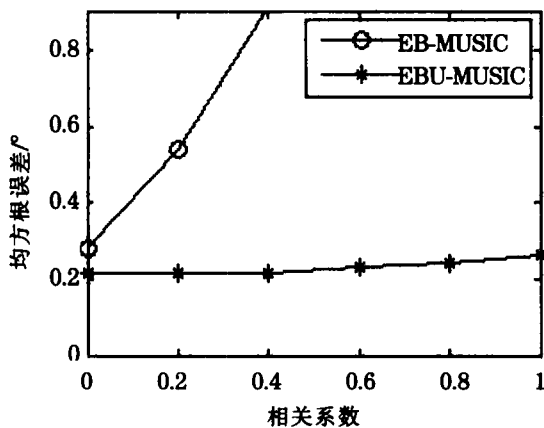


图8 相关声源均方根误差随相关系数变化关系

Fig.8 RMSE of correlated acoustic sources as a function of the correlation coefficient

5 结束语

经典方位角估计算法未考虑障碍物对阵列接收信号的影响,本文探讨了存在障碍物时声源方位角估计问题。以环绕在刚性球上的均匀圆阵为阵列模型,从声波的传播和扩散原理出发,分析了刚性球散射声场及其对圆阵响应的影响;在基于声场分解得到的特征波束空间,利用子空间类实值 MUSIC 算法较好地实现了存在刚性球障碍物时均匀圆阵的声源方位角估计。该算法计算量小,具有解相关声源的能力。计算机仿真验证了算法的有效性。

参 考 文 献

- [1] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans. Antennas Propag (S0018-926X), 1986, 34(3): 276-280.
- [2] Roy R, Kailath T. ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. IEEE Trans. Speech Audio Process (S0096-3518), 1989, 37(7): 984-995.
- [3] Mathews C P, Zoltowski M D. Eigenstructure techniques for 2D angle estimation with uniform circular arrays [J]. IEEE Tr-ans. Signal Process (S1053-587X), 1994, 42(9): 2395-2407.
- [4] Meyer J. Beamforming for a circular microphone array mounted on spherically shaped objects[J]. J. Soc. Am (S0001-4966), 2001, 109(1): 185-193.
- [5] Teutsch H, Kellermann W. Acoustic source detection and localization based on wavefield decomposition using circular microphone arrays[J]. J. Soc. Am (S0001-4966), 2006, 120(5): 2724-2736.
- [6] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础(第二版)[M]. 南京: 南京大学出版社, 2001.
DU Gonghuan, ZHU Zhemin, GONG Xiufen. Fundamentals of acoustics (Second edition)[M]. Nanjing: Nanjing University Press, 2001.
- [7] Pesavento M, Gershman A B, Haardt M. Unitary root MUSIC with a realvalued eigendecomposition: A theoretical and experimental performance study[J]. IEEE Trans Signal Process (S1053-587X), 2000, 48(5): 1306-1314.
- [8] Haardt M, Nosssek J A. Unitary ESPRIT: How to obtain increased estimation accuracy with a reduced computational burden[J]. IEEE Trans. Signal Process (S1053-587X), 1995, 43(5): 1232-1242.