

什么是 $\frac{1}{f}$ 噪声?

许生龙

(昆明物理研究所, 昆明 650223)

摘要: 在以往的工作的基础上,发现 $1/f$ 噪声是一个新的相。它有一个酝酿、发育的过程,最终能否成形,取决于能否满足可信度 $M^\#$ 的最低要求,即 $M^\# > 500$ 。这也是判别是否是 $1/f$ 噪声的依据。往后还可得知, $1/f$ 噪声的熵 $S^\#$ 值为 $S^\# = A \times 10^{-20}$ 尔格/度。 $S^\#$ 极小,是所有 $1/f$ 噪声的共性。 A 不同则表现了 $1/f$ 的个性。

关键词: 相;熵; $1/f$ 噪声;自组织

中图法分类号: TB556

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2008)-04-0616-04

What is the $\frac{1}{f}$ noise?

XU Sheng-long

(Kunming Institute of Physics, Kunming 650223, China)

Abstract: On the basis of our previous work it has been found that the $1/f$ noise is a kind of "phase" with a developmental process. And the fact that the $1/f$ noise can be finally formed or not depends on if the minimum demand for reliability of $M^\# > 500$ being satisfied. Moreover this is also a criterion for distinguishing $1/f$ noise. Subsequently, it can be learnt that the entropy of $1/f$ noise is $S^\# = A \times 10^{-20}$ erg/K and $S^\#$ is a minimum for all kinds of $1/f$ noise, which is their general character. But for different $1/f$ noise A is a variable value, which represents the individual character of $1/f$ noise.

Key words: phase; entropy; $1/f$ noise; self-organization

1 引言

什么是 $\frac{1}{f}$ 噪声? 日本学者高安秀树的提法^[1]:“所谓 $\frac{1}{f}$ 杂音,是功率谱与振动数 f 的倒数 f^{-1} 成比例的摆动的总称。……”显然这只是描述性的定义而缺乏实质性的内容。在文献[2,3]的工作中,用“背景能量的涌动”这个因素,借助“系统与随机作用力之间的相互作用”此种表达形式,解决了什么是 $\frac{1}{f}$ 噪声?以及诸多质疑,进而得知“ $\frac{1}{f}$ 噪声是一个新的相,是在特殊条件下,因背景能量的涌动呈现出的‘高度有序的运动状态’。”

在一些数据库(维普、SCI、EI)中的文章,的确有不少极富创意的想法。例如“自组织”,但是由于本身的逻辑缺陷无法到达目的,如怎样判别组织是成功还是失败?至于诸如“涨落”、“陷阱”、“非线性”等等更为具体的机理,在一定范围内也会有所收获,但很难将其移置更为广阔、复杂的领域。当然也无法回答开头的提问。

为了把 $\frac{1}{f}$ 噪声从众多现象中区分开来,必须给出一个严格的、清楚的判断。

在图 1 中,描述了可信度 $M^\#$ 变化的几种可能发生的情况。由图 1 可见,只有 $M^\# > H_2$ 才能最终形成 $\frac{1}{f}$ 噪声,其他别的 4 种情况(曲线 CC、曲线 DD、曲线 EE、曲线 FF)意味着“自组织”失败。文献[2,3]不仅成功地解释了 $\frac{1}{f}$ 噪声,而且还解释了 $\frac{1}{f}$ 噪声是如何生长发育的。在分析 $\frac{1}{f}$ 噪声之所以能够发生的条件,给出

收稿日期:2008-01-28;修回日期:2008-03-31

作者简介:许生龙(1940-),男,云南昆明人,副研究员,主要研究方向为理论物理。

通讯作者:许生龙,E-mail: xujingquang@126.com

对实验数据的判别准则是：

$$M^{\#} = \frac{1}{\sigma_{\eta}} \lg \left(\frac{f_2}{f_1} \right) > 500 \quad (1)$$

$M^{\#}$ 是在频率 $f_1 \leq f \leq f_2$ 段之内，一组实测数据的可信度。 σ_{η} 为相对误差 η 的均方值：

$$\sigma_{\eta}^2 = \frac{1}{N} [\eta_1^2 + \eta_2^2 + \dots + \eta_N^2] \quad (2)$$

η 为描述实测值与理论值差异程度的相对误差。
式(1)中500为用直线拟合理论曲线差异情况的可信度。

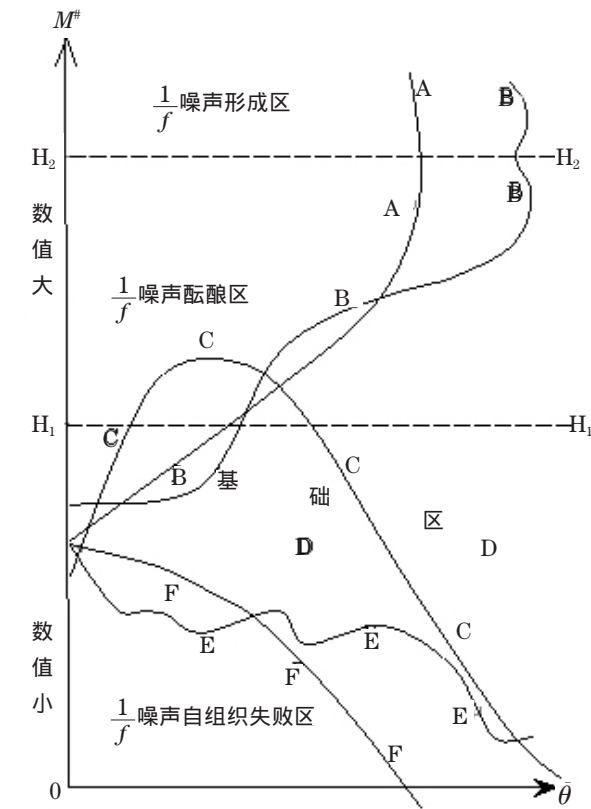


图 1 $M^{\#}$ 的几种可能的变化曲线示意图区

Fig.1 Schematic drawing for possible variation of $M^{\#}$

2 基本理论

$\frac{1}{f}$ 噪声最初是从实验中发现的，在所测量的频段 $f_1 \leq f \leq f_2$ 上，功率谱 $S(f)$ 皆服从下列关系式

$$S(f) \propto \frac{1}{f^M} \quad (3)$$

在文献[1~3]中，给出 $\frac{1}{f}$ 噪声的精确公式是

$$S(f) \propto \frac{\lg f}{f} \quad (4)$$

但在某一具体频段 $f_1 \leq f \leq f_2$ ，式(4)却又与式(3)相差无几，即有

$$\frac{\lg f}{f} = \frac{C}{f^M} \quad (5)$$

因此，往后的讨论，以式(3)为出发点，在双对数坐标上，式(3)就是一条直线， M 为直线的斜率，见图 2，图中：

$$\text{误差} = \text{实验值(测试中心值)} - \text{理论值} \quad (6)$$

相对误差 η 为：

$$\eta = \frac{\text{误差}}{\text{理论值}} \quad (7)$$

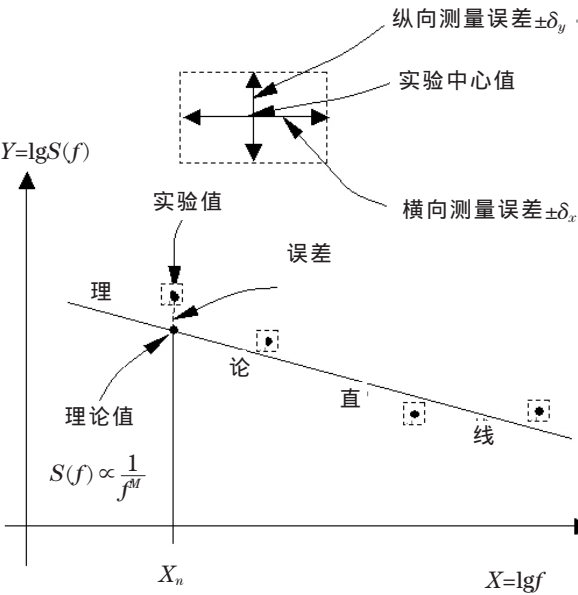


图 2 实验值与理论直线

Fig.2 Experimental value and theoretical line

现在遇到问题是，有的实测数据，虽然不是严格服从关系式式(3)，但确又十分接近式(3)。对这类肯定或否定都困难的事例，应该如何来加以判断？为此还得从最基本的理论出发。

在文献[2~3]中提出，产生 $\frac{1}{f}$ 噪声的随机作用力 $\zeta(t)$ 的功率谱是：

$$B^*(f)B(f) = \frac{L^* \cdot L}{\beta^2 + f^{2\alpha} g(f)} \quad (8)$$

通过牛顿第二定律，可以求得：

$$S(f) = \frac{1}{4\pi f \lambda} \sum_{k=1}^N \frac{A_k^* L_k}{\sqrt{\beta^2 + f^{2\alpha} g_k(f)}} \quad (9)$$

对于两个特殊条件：

$$\frac{A_k^* L_k}{m_k} = C \text{---常数} \quad (10)$$

$$g_k(f) = g(f) \quad k=1, 2, \dots, N \quad (11)$$

成立的前提下，可求得 $\frac{1}{f}$ 噪声的功率谱 $S(f)$ 为

$$S(f) = K \frac{\lg \left[\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0} \right)^{2\alpha} g(f)} - 1 \right]}{f} \quad (12)$$

在文献[3]中,分析了使式(12)成立的两个前提条件式(10)、(11)。式(11)的意义是,在所考察的系统内部,所有的随机作用力 $g_k(f)$ 且 $k=1, 2, \dots, N$ 全部变成一模一样的 $g(f)$, 即是步调一致,不允许有任何特殊情况。条件式(10)是指要求系统内部每一点的振幅完全相同,即动作整齐划一。两者兼备, $\frac{1}{f}$ 噪声一定产生、反之亦然,这十分类似声学中的“共振”。即 $\frac{1}{f}$ 噪声是一个“新相”,与一般意义上的相不同, $\frac{1}{f}$ 噪声的相,只有在极特殊的条件下才表现出来。

仔细分析式(10)、(11)可看出,这两个条件是极其严格的。为了保证从宏观到微观,从自然到社会,从科学到艺术等等,不遗漏任何一个具体情况,在所有的一切情况下都一律适用,不会产生任何误解。

需要强调的是,在截然不同的场合下所呈现出来的 $\frac{1}{f}$ 噪声,它们之间有何种程度的共性和差异呢?可用雪花来比喻。若仅从整体上看,雪花全是大小、规格一致的六角形,似乎没有例外,但仔细观察则可发现,每一个雪花的精细结构却又千差万别。 $\frac{1}{f}$ 噪声的特点也大致如此,即既有几乎完全一致的共性,又有截然不同的个性。即将面世的《 $\frac{1}{f}$ 噪声的熵》中,会给出 $\frac{1}{f}$ 的熵值为 $A \times 10^{-20}$ 尔格/度。这就是说,若就熵值这一指标而论,“ 10^{-20} 尔格/度”这极小的量值就是所有 $\frac{1}{f}$ 噪声的共性,也就是高度有序的表现,而 A 的不同量值则意味着 $\frac{1}{f}$ 噪声的“个性”,即不同 $\frac{1}{f}$ 噪声有着各自独特的运动状态,表现在熵值上就是 A 有细微的差别。

现在,由于有了文献[2~3]的工作基础,已经有条件来讨论放宽前提条件式(10)、(11)。进而证明,在放宽式(10)、(11)条件的情况下,不影响 $\frac{1}{f}$ 噪声的功率谱式(12)。为了说清 $\frac{1}{f}$ 噪声如何自组织的过程,为此需要将随机作用力 $\zeta(t)$ 的功率谱式(8),扩充为:

$$B^*(f)B(f) = \frac{L^*L}{\beta^2 + f^{2\alpha}g(f, \theta)} \quad (13)$$

即把原先的 $g(f)$ 扩充为 $g(f, \theta)$ 。也就是说 $g(f, \theta)$ 还可随 θ 变化, θ 可以表示为温度、电流、压力、时间等因素。

下面假定: $g_k(f, \theta)$ 且 $k=1, 2, \dots, N$, 虽然不如式(10)中的 $g_k(f)$ 所要求的彼此完全相等,但是它们之间相差不大,即

$$g_1(f, \theta) \sim g_2(f, \theta) \sim \dots \sim g_N(f, \theta) \quad (14)$$

求式(14)中所有 $g_k(f, \theta)$ 的平均值

$$g(f, \theta) = \frac{1}{N} [g_1(f, \theta) + g_2(f, \theta) + \dots + g_N(f, \theta)] \quad (15)$$

从而引进误差

$$\varepsilon_k(f, \theta) = g_k(f, \theta) - g(f, \theta) \quad (16)$$

当然,如果让 $\varepsilon_k(f, \theta)$ 与 $g_k(f, \theta)$ 相比较应有

$$\frac{\varepsilon_k(f, \theta)}{g(f, \theta)} \approx 0 \quad (17)$$

进而求得标准误差 σ

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} [\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_N^2] \quad (18)$$

将式(16)入被求和的函数式(9),有

$$\frac{1}{\sqrt{\beta_k^2 + f^{2\alpha}g_k(f, \theta)}} = \frac{1}{\sqrt{\beta_k^2 + f^{2\alpha}g(f)}} + \mu_k(f, \theta) \quad (19)$$

$$\text{其中 } \mu_k(f, \theta) = -\frac{f^{2\alpha}\varepsilon_k}{2[\beta_k^2 + f^{2\alpha}g(f, \theta)]^{3/2}} \quad (20)$$

把式(19)代入式(9)中,则可知 $\frac{1}{f}$ 噪声的功率谱 $S(f)$ 后面还应有一附加项,注意到式(17),因此由

$$\sum_{k=1}^N \mu_k(f, \theta) \quad (21)$$

给出的量值,也一定很小,根本不足以影响 $S(f)$,也就是说,在适当放宽式(11)要求,式(12)也同样正确,同样地适当放宽式(10),也有完全相同的结果。

按照传统的分析方法,可以得到 $g_k(f, \theta)$ 的起伏率,且 $k=1, 2, \dots, N$ 。

$$k(f, \theta) = \frac{\sigma(f, \theta)}{g(f, \theta)} \quad (22)$$

及可信度

$$M^*(f, \theta) = \frac{g(f, \theta)}{\sigma(f, \theta)} \quad (23)$$

显然,此时的 $M^*(f, \theta)$ 还受 θ 控制,而文献[2]中的要求是式(10)、(11)同时成立,换句话说,要求

$$\sigma(f, \theta) = 0 \quad (24)$$

此时将有

$$M^*(f, \theta) \rightarrow \infty \quad (25)$$

当然,实际的情况是,很难达到理论值式(24)的要求的。于是产生了如何分析 $M^*(f, \theta)$ 变化的问题。注意到 $M^*(f, \theta)$ 的变化,不外乎如图1所示的几种情

况, $M^\#(f, \theta)$ 的变化有可能是单调的, 也有可能是呈波浪式的, 由式(24)可知, 只有当 $M^\#(f, \theta)$ 足够大时, $\frac{1}{f}$ 噪声才有可能最终形成。在最终形成之前, 又可把 $M^\#(f, \theta)$ 简单地划分为: A 基础区, 即 $M^\# \leq H_1$; B 酝酿区, 即 $H_1 < M^\# \leq H_2$; C 形成区, 即 $H_2 < M^\#$ 。如果 $M^\#$ 无法超越 H_2 , $\frac{1}{f}$ 噪声就不可能形成, 也就是 $\sum_{k=1} \mu_k(f, \theta)$ 的影响不能被忽略。

3 实验判据

由于在双对数坐标中, 经验公式(3)呈直线。假定已经获得一组实验数据 $(X_k, Y_k), k=1, 2, \dots, N$ 。

则可用最小二乘法求得最佳的理论直线(见图2), 从而计算出任何一个实验点上的相对误差 η_k , 并按引言中的公式求得 $\sigma_{\eta_0} \sigma_{\eta}$ 的倒数就是此种情况下的可信度, 考虑到区间(频段)可大可小, 因此应在判别中增添 $f_1 \leq f \leq f_2$ 这一因素, 为此, 提出出现 $\frac{1}{f}$ 噪声的判别式应为:

$$M^\# = \frac{1}{\sigma_\eta} \lg(\frac{f_2}{f_1}) > H_2 \tag{26}$$

在文献[2,3]中, 曾解释光谱中的 $\frac{1}{f}$ 噪声功率谱

$$S(f) \propto \frac{1}{f^{1.055 \pm 0.015}}$$

在 $2 \times 10^{-10} \leq X \leq 5 \times 10^{-6}$ 之内, 有等式

$$\frac{\lg X}{X} = \frac{6.5832}{X^{1.055}}$$

实际计算, 等式两边的差异为 $\sigma_\eta = 1.09\%$, 最终得到

$$M^\# = 4034.8 \text{ 与 } M^\# \rightarrow \infty \text{ 十分接近}$$

在文献[3]的表1中, 用 $\S 1, \S 2, \S 3, \S 4, \S 5$, 五条

不同的直线来拟合 $\frac{\lg X}{X}$ (区间 $1 \times 10^{-3} \leq X \leq 1 \times 10^{-2}$) 则可求得

$\S 1$	$\sigma_\eta = 0.00101$	$M^\# = 990$
$\S 2$	$\sigma_\eta = 0.00109$	$M^\# = 915$
$\S 3$	$\sigma_\eta = 0.00112$	$M^\# = 891$
$\S 4$	$\sigma_\eta = 0.00112$	$M^\# = 891$
$\S 5$	$\sigma_\eta = 0.00116$	$M^\# = 856$

它们之间, 彼此虽有差异, 但差异并不大, 选用其他别的 $\S$, 应有同样的结果, 因此可以把它们作为判据的参考。

4 结 论

考虑到实际测量中, 任何一个数据都是测量的中心值, 它的上下左右总会含有或大或小的不确定性。因此有必要降低判据 H_2 的量值, 故而认为:

$$H_2 = 500$$

是适当的。当然, 这个具体的量值还可以讨化。

参 考 文 献

[1] [日]高安秀树[M]. 北京: 地震出版社, 1994. 63-65.
[Japan]GAO A X S [M]. Beijing: Earthquake Press, 1994: 63-65.

[2] 许生龙. $\frac{1}{f}$ 噪声的动力学统计理论[J]. 红外技术, 2003, (5): 63-67.
XU Shenglong. Statistical dynamics of $\frac{1}{f}$ noise[J]. Infrared Technology, 2003, (5): 63-67.

[3] 许生龙. 再论 $\frac{1}{f}$ 噪声的动力学统计理论[J]. 中国测试技术, 2007, (3): 79-83.
XU Shenglong. Re-Study of statistical dynamics of $\frac{1}{f}$ noise[J]. China Measurement, 2007, (3): 79-83.